# SSLS110 - Stabilité d'une plaque carrée comprimée

**Résumé :**

Une plaque carrée élastique linéaire isotrope homogène simplement appuyée sur ses quatre côtés est soumise à une force linéique de compression agissant sur deux de ses côtés.

On calcule les charges critiques conduisant au flambement élastique de la plaque. La matrice de rigidité géométrique utilisée dans la résolution du problème aux valeurs propres est celle qui est due aux contraintes initiales.

- mécanique élastique linéaire,
- flambement d'une coque,
- intérêt du test : calcul de la matrice de rigidité géométrique des éléments DKT, DKTG et COQUE_3D,
- 6 modélisations.

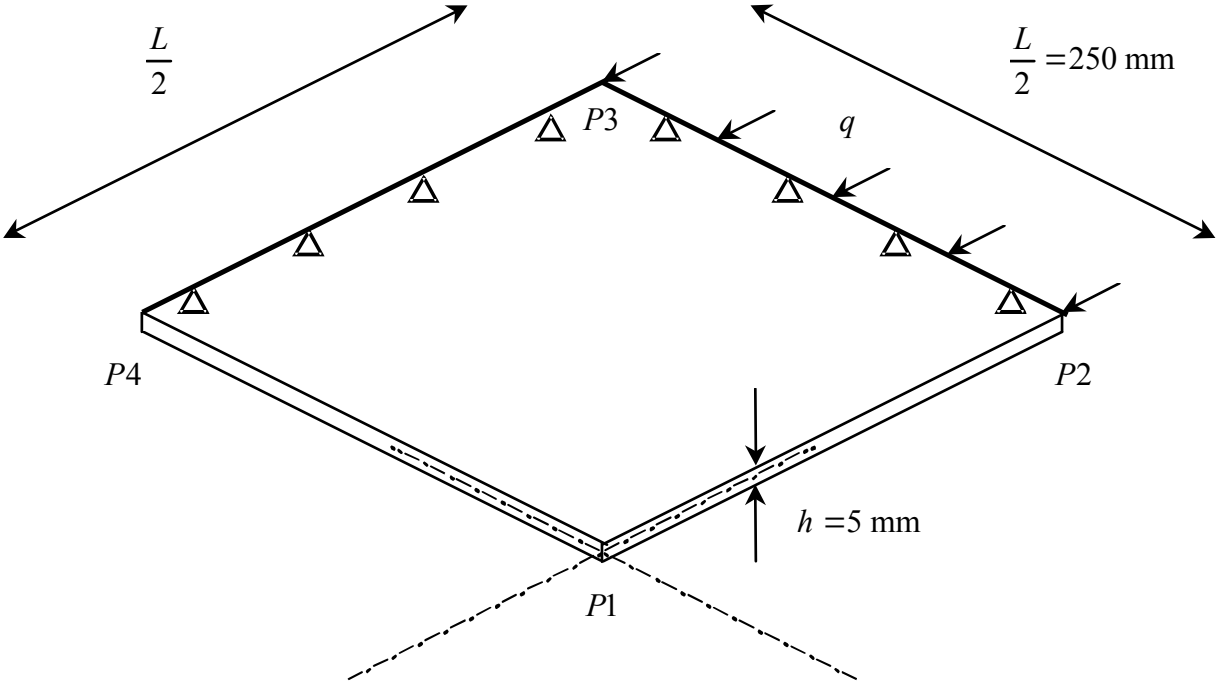


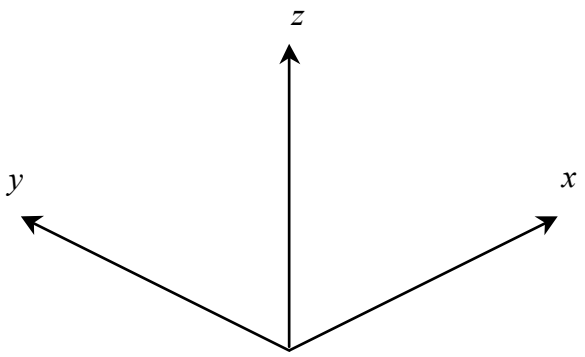
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 1 Problème de référence

## 1.1 Géométrie

En raison de la symétrie géométrique et physique du problème, seul le quart de la plaque est modélisé. En prenant compte les conditions de symétrie, on ne peut capter que les seuls modes de flambement symétriques.




## 1.2 Propriétés de matériaux

$E=2.1\,E\,5\,Mpa$ .

$\nu=0.3$

Le coefficient de cisaillement transverse pour la plaque vaut $A_{CIS}=5/6$ .



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

## 1.3 Conditions aux limites et chargements

Conditions aux limites : $P2P3$ : $DZ=0.$

$P3P4$ : $DZ=0.$

Symétrie $P1P2$ : $DY=0.$ $DRX=0.$ $DRZ=0.$

$P4P1$ : $DX=0.$ $DRY=0.$ $DRZ=0.$

Chargement :

Force linéique de compression $q$ sur $P2P3$

## 1.4 Remarques

Il n'est pas possible de résoudre le problème de déformation de compression sans introduire les conditions de symétrie. En effet, imposer des conditions aux limites de symétrie pour un quart de plaque revient à éliminer les modes de corps rigide pour la plaque complète.

# 2 Solution de référence

## 2.1 Solution de référence

- Charges critiques

La solution analytique obtenue avec une théorie de plaque mince en élasticité linéaire homogène isotrope [bib1] sans prise en compte de l'énergie de cisaillement transverse détermine la $i$ ème charge critique :

$$q_{crI}=\frac{D\pi^2}{L^2}\left(i+\frac{1}{i}\right)^2$$

avec :

$D=\frac{E\,h^3}{12\left(1-\nu^2\right)}$ : le coefficient de rigidité de flexion de la coque

$h$ : l'épaisseur

$L$ : la longueur du côté de la plaque carrée.

- Déformation de membrane

L'expression analytique de la déformation de membrane suivant l'axe $X$ est la suivante :

$$e_{xx}=\frac{q\times L}{(h\times L\times E)}$$

Le résultat de référence a été calculé avec $q=1.N/mm$



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

## 2.2 Résultats de référence

Certains modes correspondant aux charges critiques de la solution analytique ne sont pas symétriques et ne peuvent pas être captés avec les conditions de symétrie pour un quart de plaque. Les Valeurs des charges critiques obtenues correspondent donc aux 3 premiers modes symétriques de flambement :

- Mode 1 du quart de la plaque = Mode 1 de toute la plaque
- Mode 2 du quart de la plaque = Mode 3 de toute la plaque
- Mode 3 du quart de la plaque = Mode 5 de toute la plaque

## 2.3 Incertitude sur la solution

Solution exacte pour une théorie de plaque sans cisaillement transverse.

## 2.4 Références bibliographiques

1) J. G. EISLEY "Mechanics of Elastic Structures : Classical ans Finite Element Methods". Prentice Hall, Englewood Cliffs N.J. 07632 (19XX).

2) "Stability of Square Plate Under Biaxial Loading". The SAMCEF User's Manuals V7.1. (1998).

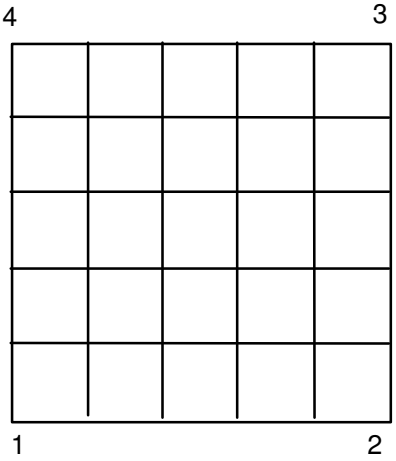


Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 3 Modélisation A

## 3.1 Caractéristiques de la modélisation

MEC3QU9H (COQUE_3D)




modélisation COQUE_3D

## 3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 121

Nombre de mailles et types : 25 QUAD9

## 3.3 Valeurs testées

- Charges critiques

| Identification | Type de référence | Référence | Tolérance % |
|---|---|---|---|
| mode 1 | 'ANALYTIQUE' | 3.79600E+02 | 1.0 |
| mode 2 | 'ANALYTIQUE' | 1.05444E+03 | 0.6 |
| mode 3 | 'ANALYTIQUE' | 2.56609E+03 | 0.4 |

- Déformation de membrane

| Identification | | | Type de référence | Référence | Tolérance % |
|---|---|---|---|---|---|
| Valeur | Maille | Nœud | | | |
| *EXX* | *MA000045* | *NC000003* | 'ANALYTIQUE' | –9.5238095E-07 | 1.e-4 |

| Identification | | | Type de référence | Référence | Tolérance % |
|---|---|---|---|---|---|
| Valeur | Maille | Point | | | |
| *EXX* | *MA000045* | 1 | 'ANALYTIQUE' | –9.5238095E-07 | 1.e-4 |

## 3.4 Remarques

L'énergie due au cisaillement transverse n'est pas négligée.

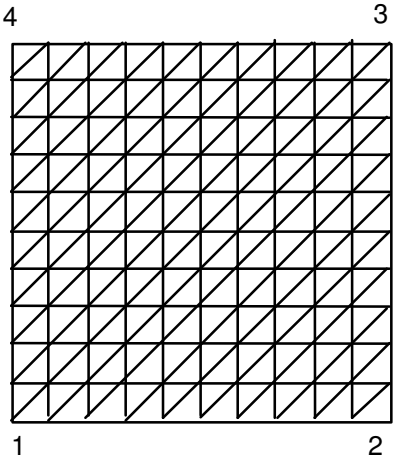


Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 4 Modélisation B

## 4.1 Caractéristiques de la modélisation

MEC3TR7H (COQUE_3D)




modélisation COQUE_3D

## 4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 641

Nombre de mailles et types : 200 TRIA7

## 4.3 Valeurs testées

- Charges critiques

| Identification | Type de référence | Référence | Tolérance % |
|---|---|---|---|
| mode 1 | 'ANALYTIQUE' | 3.79600E+02 | 0.6 |
| mode 2 | 'ANALYTIQUE' | 1.05444E+03 | 0.3 |
| mode 3 | 'ANALYTIQUE' | 2.56609E+03 | 0.7 |

- Déformation de membrane

| Identification | | | Type de référence | Référence | Tolérance % |
|---|---|---|---|---|---|
| Valeur | Maille | Nœud | | | |
| *EXX* | *MA000240* | *NC000003* | 'ANALYTIQUE' | –9.5238095E-07 | 1.e-4 |

| Identification | | | Type de référence | Référence | Tolérance % |
|---|---|---|---|---|---|
| Valeur | Maille | Point | | | |
| *EXX* | *MA000240* | 1 | 'ANALYTIQUE' | –9.5238095E-07 | 1.e-4 |

## 4.4 Remarques

L'énergie due au cisaillement transverse n'est pas négligée.

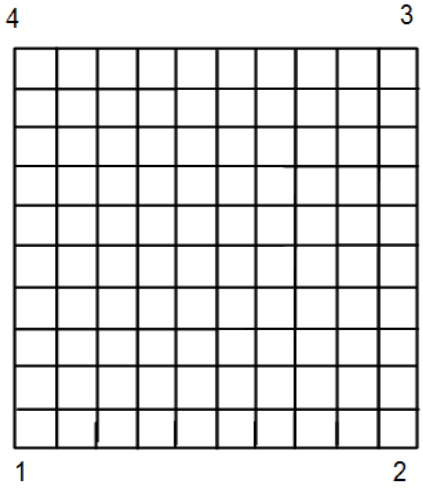


Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 5 Modélisation C

## 5.1 Caractéristiques de la modélisation

MEDKQU4 (modélisation DKT)




## 5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 121

Nombre de mailles et types : 100 QUAD4

## 5.3 Valeurs testées

Charges critiques

| Identification | Type de référence | Référence | Tolérance % |
|---|---|---|---|
| mode 1 | 'ANALYTIQUE' | 3.79600E+02 | 3.0 |
| mode 2 | 'ANALYTIQUE' | 1.05444E+03 | 2.0 |
| mode 3 | 'ANALYTIQUE' | 2.56609E+03 | 5.5 |

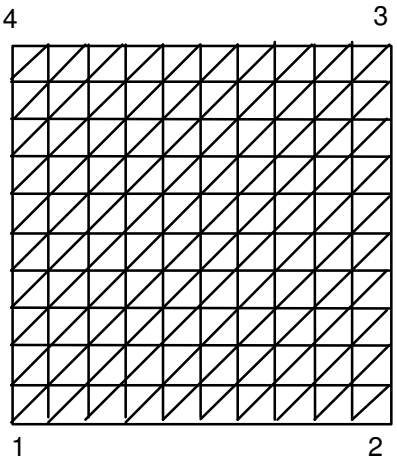


Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 6 Modélisation D

## 6.1 Caractéristiques de la modélisation

MEDKTR3 (modélisation DKT)




## 6.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 121

Nombre de mailles et types : 200 TRIA3

## 6.3 Valeurs testées

Charges critiques

| Identification | Type de référence | Référence | Tolérance % |
|---|---|---|---|
| mode 1 | 'ANALYTIQUE' | 3.79600E+02 | 0.01 |
| mode 2 | 'ANALYTIQUE' | 1.05444E+03 | 2.0 |
| mode 3 | 'ANALYTIQUE' | 2.56609E+03 | 5.0 |

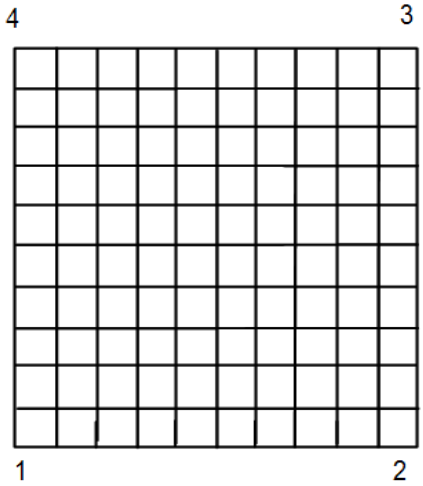


Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 7 Modélisation E

## 7.1 Caractéristiques de la modélisation

MEDKQU4 (modélisation DKTG)




## 7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 121

Nombre de mailles et types : 100 QUAD4

## 7.3 Valeurs testées

Charges critiques

| Identification | Type de référence | Référence | Tolérance % |
|---|---|---|---|
| mode 1 | 'ANALYTIQUE' | 3.79600E+02 | 3.0 |
| mode 2 | 'ANALYTIQUE' | 1.05444E+03 | 2.0 |
| mode 3 | 'ANALYTIQUE' | 2.56609E+03 | 5.5 |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 8 Synthèse des résultats

Les résultats obtenus :

- Modélisation COQUE_3D : sont très satisfaisants pour les deux types d'éléments, QUAD9 et TRIA7, même s'il est nécessaire d'employer un plus grand nombre d'éléments triangles.

- Modélisations DKT et DKTG : sauf pour le mode 1 (mailles TRIA3), sont moins bons que la modélisation COQUE_3D mais sont néanmoins satisfaisants pour les deux types d'éléments, QUAD4 et TRIA3.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)