SSLS100 - Plaque circulaire encastrée soumise à une pression uniforme

Résumé :

Ce problème permet une comparaison des solutions obtenues avec différents éléments de plaque en élasticité linéaire :

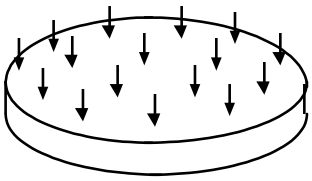
- modèles de **Love-Kirchhoff** (plaque dite mince) :
  - maille surfacique triangulaire (TRIA3) DKT,
  - maille surfacique quadrangulaire (QUAD4) DKQ,
  - maille linéique (SEG3) COQUE_AXIS,
- modèles de **Mindlin-Reissner** (plaque dite épaisse) :
  - maille surfacique triangulaire (TRIA3) DST,
  - maille surfacique quadrangulaire (QUAD4) DSQ,
  - maille linéique (SEG3) COQUE_AXIS,
- modèles de coques épaisse : COQUE_3D (QUAD9 et TRIA7).
- modèle de coque volumique : COQUE_SOLIDE

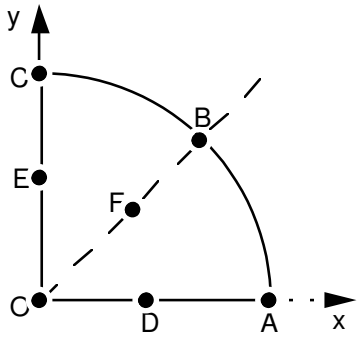
La même solution de référence est traitée avec trois formes de chargements : pression, pesanteur et force-coque. Les grandeurs observées sont : déplacements (translation/rotation), déformations et efforts généralisés.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie





1/4 de plaque

Rayon R = 1 m
Epaisseur t = 0.1 m

Coordonnées des points :

	O	A	B	C	D	E	F
x	0.	1.	$1/\sqrt{2}$	0.	0.5	0.	0.4
y	0.	0.	$1/\sqrt{2}$	1.	0.	0.5	0.4
z	0	0.	0.	0.	0.	0.	0.

1.2 Propriétés de matériaux

$E=1\,Pa$ Module d'Young
$\nu=0.3$ Coefficient de poisson
$\rho=1\,kg/m^3$ Masse volumique

1.3 Conditions aux limites et chargements

Encastrement sur le bord de la plaque :
en tous les points P tels que $OP=R$: $u=v=w=0$, $\theta_x=\theta_y=\theta_z=0$.

Pour toutes les modélisations, sauf la modélisation N, on a les chargements suivants :

FORCE_COQUE	Pression uniforme	$P=1\,N/m^2$
FORCE_COQUE	Charge répartie normale	$F3=-1\,N/m^2$
PESANTEUR	$g=10\,m/s^2$ suivant Z d'où	$FZ=\rho\,g\,t=-1\,N/m^2$

Ces trois chargements conduisent à la même solution.

Pour la modélisation N, on impose un chargement de pression $p=0.01172\,MPa$ sur la face supérieure qui correspond à un déplacement maximal suivant Z au centre de la plaque de $1\,mm$ (application de la formule dans le paragraphe suivant en $r=0$).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Deux solutions de référence sont utilisables, pour le calcul de la déformée :

- la théorie de LOVE-KIRCHHOFF, couramment utilisée pour les plaques dites "minces", que l'on retiendra pour les modélisations A, B, C, D, E et I,
- la théorie de MINDLIN-REISSNER, incluant les effets du cisaillement pour les plaques dites "épaisses", que l'on retiendra pour les modélisations F, G, H et J.

En tout point distant de r du centre de la plaque ($r \leq R$), la flèche s'exprime :

$$w(r) = -\frac{P R^4}{64 D}\left(1-\frac{r^2}{R^2}\right)\left(1-\frac{r^2}{R^2}+\varphi\right) \quad \text{avec} \quad D=\frac{E t^3}{12\left(1-\nu^2\right)}$$

avec $\varphi = 0$ (LOVE - KIRCHHOFF) ou $\varphi = \frac{16}{5}\left(\frac{t}{R}\right)^2 \frac{1}{1-\nu}$ (REISSNER).

Pour le calcul des moments les deux théories conduisent aux mêmes expressions :

$$M_{rr}(r) = \frac{P R^2}{16}\left((3+\nu)\left(\frac{r}{R}\right)^2-(1+\nu)\right) \quad M_{\theta\theta}(r) = \frac{P R^2}{16}\left((1+3\nu)\left(\frac{r}{R}\right)^2-(1+\nu)\right)$$

Au centre de la plaque :

$$w(0) = -\frac{P R^4}{64 D} \text{ (LOVE - KIRCHHOFF) ou } w(0) = -\frac{P R^4}{64 D}(1+\varphi) \text{ (REISSNER)}$$

$$M_{rr}(0) = M_{\theta\theta}(0) = -\frac{P R^2}{16}(1+\nu)$$

Remarque :

Code_Aster calcule les moments aux nœuds de chaque élément fini dans le repère de référence défini par la normale extérieure et les axes de référence définis sur la coque (voir AFFE_CARA_ELEM).

La valeur du moment M_{xx} (ou M_{yy}) en un nœud appartenant à plusieurs éléments finis peut être considéré comme étant la moyenne des valeurs calculées sur les éléments qui ont ce nœud en commun. Cette moyenne peut être obtenue par la procédure POST_RELEVE .

Pour chaque nœud, on a : $\left(M_{rr}+M_{\theta\theta}\right) = \left(M_{xx}+M_{yy}\right) = Sm$

pour le point O	$M_{xx} = M_{yy} = M_{rr} = M_{\theta\theta}$
pour les points A et D	$M_{xx} = M_{rr}$ et $M_{yy} = M_{\theta\theta}$
pour les points C et E	$M_{xx} = M_{\theta\theta}$ et $M_{yy} = M_{rr}$
pour les points B et F	$M_{xx} = M_{yy} = \left(M_{rr}+M_{\theta\theta}\right)/2$

2.2 Résultats de référence

Flèche et moments aux points O, A, B, C, D, E, F. Extraction des valeurs moyennes des composantes M_{xx} et M_{yy} du champ 'EFGE_ELNO'.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2.3 Incertitude sur la solution

Solution analytique.

2.4 Références bibliographiques

1) TIMOSHENKO et WOINOWSKY-KRIEGER. Plaques et coques. Edition Béranger, (1961).

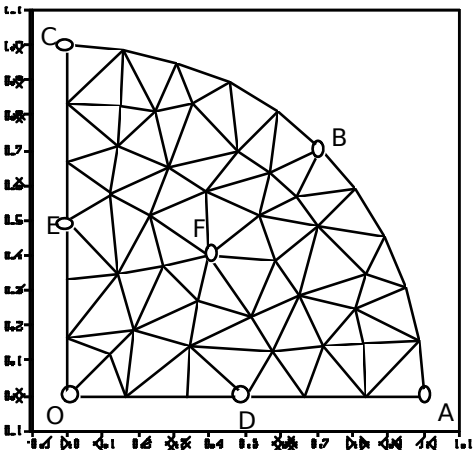
2) BATOZ et DHATT. Modélisation des structures par éléments finis. Coques. Presses Univ. Laval, 1992.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Élément de coque DKT (modélisation d'un quart de plaque)
Nombre de couche : COQUE_NCOU = 3



Conditions limites :	DDL_IMPO
en tous les nœuds de l'arc ABC	(GROUP_NO= 'ABC',DX= 0.,DY= 0.,DZ= 0.) DRX=0.,DRY=0.,DRZ=0.)
en tous les nœuds du segment]OA[	(GROUP_NO= 'OA', DY= 0.,DRX=0.,DRZ=0.)
en tous les nœuds du segment]OC[	(GROUP_NO= 'OC', DX= 0.,DRY=0.,DRZ=0.)
au nœud O	(GROUP_NO= 'O', DX= 0.,DY= 0., DRX=0.,DRY=0.,DRZ=0.)

Point O mailles : M30, M33
Point A mailles : M76
Point B mailles : M39, M40, M51
Point C mailles : M1
Point D mailles : M55, M56, M65
Point E mailles : M8, M17, M18
Point F mailles : M34, M35, M37, M41, M46, M47, M48

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 50
Nombre de mailles et types : 76 TRIA3

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeurs de référence Love-Kirchhoff	Tolérance (%)
O $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–170.6251	1.0
D $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–95.9766	0.75
E $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–95.9766	0.75
F $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–78.897	0.5

Identification		Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance (%)
O	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.08125	3.0
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.08125	3.0
A	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	0.125	2.0
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	0.0375	2.0
B	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	0.08125	5.0
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	0.08125	5.0
C	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	0.125	2.0
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	0.0375	2.0
D	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.02969	7.0
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.05156	3.5
E	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.02969	7.0
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.05156	3.5
F	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.02925	3.5
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.02925	4.5

On teste également :

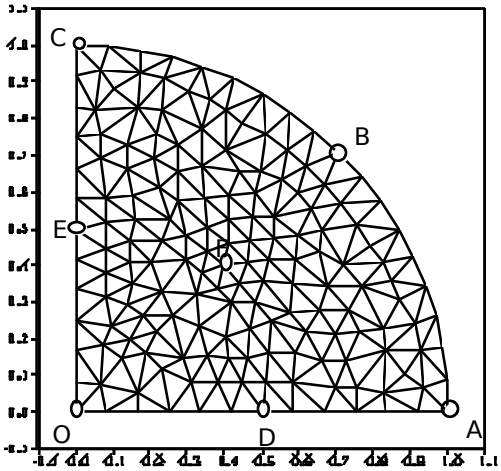
- la continuité des champs EPSI_ELGA et EPSI_ELNO entre les couches (tests de non-régression). En effet la valeur calculée au niveau SUP de la couche N est égale à la valeur calculée au niveau INF de la COUCHE N+1,
- la distribution en volume de la composante SIYY (tests de non-régression) des champs SIEF_ELGA et SIGM_ELNO ainsi que le volume de la plaque circulaire.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Elément de coque DKT (modélisation d'un quart de plaque)



Conditions limites :	DDL_IMPO
en tous les nœuds de l'arc ABC	(GROUP_NO= 'ABC',DX= 0.,DY= 0.,DZ= 0.) DRX=0.,DRY=0.,DRZ=0.)
en tous les nœuds du segment]OA[	(GROUP_NO= 'OA', DY= 0.,DRX=0.,DRZ=0.)
en tous les nœuds du segment]OC[	(GROUP_NO= 'OC', DX= 0.,DRY=0.,DRZ=0.)
au nœud O	(GROUP_NO= 'O', DX= 0.,DY= 0., DRX=0.,DRY=0.,DRZ=0.)

Point O mailles : M
Point A
Point B
Point C
Point D
Point E

4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 170
Nombre de mailles et types : 296 TRIA3

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeurs de référence Love-Kirchhoff	Tolérance (%)
O $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–170.6251	0.5
D $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–95.9766	0.5
E $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–95.9766	0.5
F $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–78.897	0.5

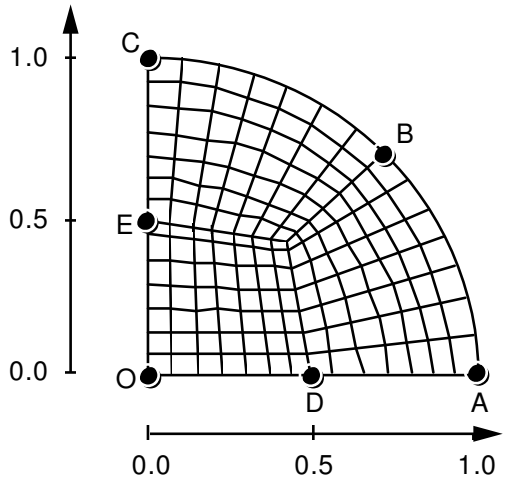
Identification		Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance (%)
O	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.08125	1.0
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.08125	1.0
A	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	0.125	3.0
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	0.0375	9.0
B	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	0.08125	3.0
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	0.08125	3.0
C	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	0.125	3.0
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	0.0375	9.0
D	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.02969	2.5
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.05156	2.0
E	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.02969	2.5
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.05156	2.5
F	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.02925	2.5
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.02925	2.5

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation E

5.1 Caractéristiques de la modélisation

Élément de coque DKQ (modélisation d'un quart de plaque)



Conditions limites :	DDL_IMPO
en tous les nœuds de l'arc ABC	(GROUP_NO= 'ABC',DX= 0.,DY= 0.,DZ= 0.) DRX=0.,DRY=0.,DRZ=0.)
en tous les nœuds du segment]OA[	(GROUP_NO= 'OA', DY= 0.,DRX=0.,DRZ=0.)
en tous les nœuds du segment]OC[	(GROUP_NO= 'OC', DX= 0.,DRY=0.,DRZ=0.)
au nœud O	(GROUP_NO= 'O', DX= 0.,DY= 0., DRX=0.,DRY=0.,DRZ=0.)

Point O mailles : M1
Point A mailles : M147
Point B mailles : M98 M111
Point C mailles : M14
Point D mailles : M85 M99
Point E mailles : M7 M8
Point F mailles : M91 M92 M105

5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 169
Nombre de mailles et types : 147 QUAD4

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeurs de référence Love-Kirchhoff	Tolérance (%)
O $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–170.6251	0.5
D $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–95.9766	0.5
E $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–95.9766	0.5
F $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–78.897	0.5

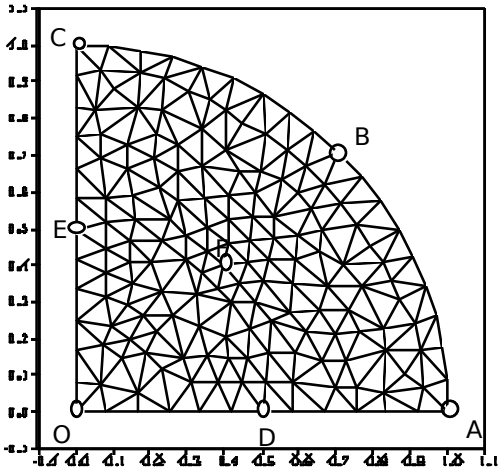
Identification		Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance (%)
O	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.08125	0.5
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.08125	0.5
A	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	0.125	0.5
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	0.0375	0.5
B	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	0.08125	0.5
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	0.08125	0.5
C	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	0.125	0.5
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	0.0375	0.5
D	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.02969	2.5
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.05156	3.5
E	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.02969	2.5
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.05156	3.5
F	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.02925	1.0
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.02925	1.0

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Modélisation F

6.1 Caractéristiques de la modélisation

Élément de coque DST (modélisation d'un quart de plaque)



Conditions limites :	DDL_IMPO
en tous les nœuds de l'arc ABC	(GROUP_NO= 'ABC',DX= 0.,DY= 0.,DZ= 0.) DRX=0.,DRY=0.,DRZ=0.)
en tous les nœuds du segment]OA[	(GROUP_NO= 'OA', DY= 0.,DRX=0.,DRZ=0.)
en tous les nœuds du segment]OC[	(GROUP_NO= 'OC', DX= 0.,DRY=0.,DRZ=0.)
au nœud O	(GROUP_NO= 'O', DX= 0.,DY= 0., DRX=0.,DRY=0.,DRZ=0.)

Point O	mailles : M1 M2
Point A	mailles : M248 M255
Point B	mailles : M292 M293 M296
Point C	mailles : M74 M75
Point D	mailles : M76 M108 M109
Point E	mailles : M34 M40 M41
Point F	mailles : M122 M123 M124 M148 M152 M153

6.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 170
Nombre de mailles et types : 296 TRIA3

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeurs de référence Reissner	Tolérance (%)
O $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–178.419	1.0
D $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–101.82	1.0
E $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–101.82	1.0
F $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–84.198	1.0

Identification		Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance (%)
O	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.08125	1.5
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.08125	2.0
A	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	0.125	0.5
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	0.0375	23.0
B	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	0.08125	2.5
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	0.08125	2.5
C	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	0.125	0.5
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	0.0375	23.0
D	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	-0.05156	1.0
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	0.0375	5.0
E	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.02969	5.0
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.05156	1.0
F	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.02925	1.5
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.02925	1.5

6.4 Contenu du fichier résultats

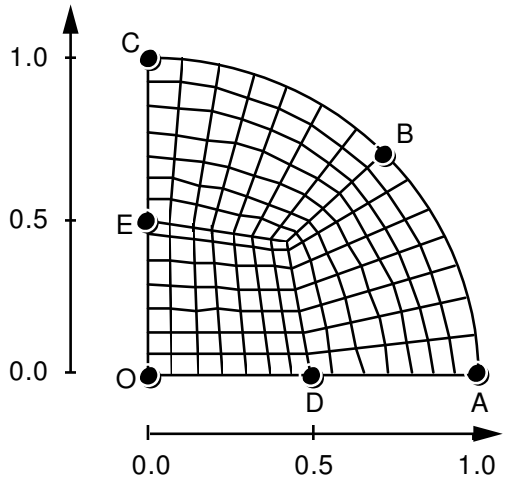
Valeurs aux points d'observation des déplacements et moments moyennés.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Modélisation G

7.1 Caractéristiques de la modélisation

Elément de coque DSQ (modélisation d'un quart de plaque)



Conditions limites :	DDL_IMPO
en tous les nœuds de l'arc ABC	(GROUP_NO= 'ABC',DX= 0.,DY= 0.,DZ= 0.) DRX=0.,DRY=0.,DRZ=0.)
en tous les nœuds du segment]OA[	(GROUP_NO= 'OA', DY= 0.,DRX=0.,DRZ=0.)
en tous les nœuds du segment]OC[	(GROUP_NO= 'OC', DX= 0.,DRY=0.,DRZ=0.)
au nœud O	(GROUP_NO= 'O', DX= 0.,DY= 0., DRX=0.,DRY=0.,DRZ=0.)

Point O	mailles : M1
Point A	mailles : M147
Point B	mailles : M98 M111
Point C	mailles : M14
Point D	mailles : M85 M99
Point E	mailles : M7 M8
Point F	mailles : M91 M92 M105

7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 169
Nombre de mailles et types : 147 QUAD4

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeurs de référence Reissner	Tolérance (%)
O $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–178.419	0.3
D $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–101.82	0.3
E $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–101.82	0.3
F $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–84.198	0.3

Identification		Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance (%)
O	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.08125	0.5
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.08125	0.5
A	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	0.125	2.0
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	0.0375	11.0
B	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	0.08125	2.0
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	0.08125	2.0
C	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	0.125	2.0
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	0.0375	10.0
D	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.02969	2.5
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	-0.05156	1.5
E	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.02969	2.5
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.05156	1.5
F	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.02925	18.0
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.02925	18.0

7.4 Contenu du fichier résultats

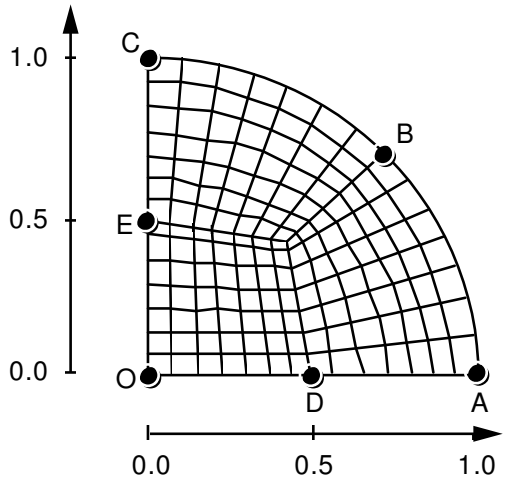
Valeurs aux points d'observation des déplacements et moments moyennés.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

8 Modélisation H

8.1 Caractéristiques de la modélisation

Elément de coque Q4G (modélisation d'un quart de plaque)



Conditions limites :

	DDL_IMPO
en tous les nœuds de l'arc ABC	(GROUP_NO= 'ABC',DX= 0.,DY= 0.,DZ= 0.) DRX=0.,DRY=0.,DRZ=0.)
en tous les nœuds du segment]OA[	(GROUP_NO= 'OA', DY= 0.,DRX=0.,DRZ=0.)
en tous les nœuds du segment]OC[	(GROUP_NO= 'OC', DX= 0.,DRY=0.,DRZ=0.)
au nœud O	(GROUP_NO= 'O'' DX= 0.,DY= 0., DRX=0.,DRY=0.,DRZ=0.)

Point O mailles : M1
Point A mailles : M147
Point B mailles : M98 M111
Point C mailles : M14
Point D mailles : M85 M99
Point E mailles : M7 M8
Point F mailles : M91 M92 M105

8.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 169
Nombre de mailles et types : 147 QUAD4

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

8.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeurs de référence Reissner	Tolérance (%)
O $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–178.419	0.4
D $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–101.82	0.4
E $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–101.82	0.4
F $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–84.198	0.4

Identification		Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance (%)
O	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.08125	0.1
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.08125	0.1
A	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	0.125	11.0
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	0.0375	11.0
B	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	0.08125	11.0
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	0.08125	11.0
C	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	0.125	11.0
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	0.0375	11.0
D	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.02969	0.5
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.05156	1.5
E	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.02969	0.5
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.05156	1.5
F	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.02925	1.0
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.02925	1.0

8.4 Contenu du fichier résultats

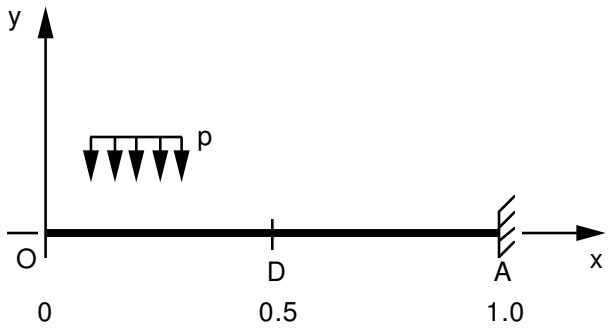
Valeurs aux points d'observation des déplacements et moments moyennés.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

9 Modélisation I

9.1 Caractéristiques de la modélisation

Élément de coque axisymétrique SEG3, en théorie de Love-Kirchhoff: on ne considère pas de modification de métrique, le coefficient A_CIS vaut 10^6.



Conditions limites :

```
DDL_IMPO=(_F
                  (NOEUD= 'A', DX: 0.,DY: 0.,DRZ: 0.)
                  (NOEUD= 'O', DRZ: 0.))
```

9.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 21
Nombre de mailles et types : 10 SEG3

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

9.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeurs de référence Love-Kirchhoff	Tolérance (%)
O flèche $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–170.6251	0.6
D flèche $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–95.9765	1.0
D rotation $\beta(r)$	'ANALYTIQUE'	255.940	0.6

Identification			Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance (%)
Point	Maille	Composante			
D	IJK	K^{rr}	'ANALYTIQUE'	170.625	66.
		$K^{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	511.875	0.5
	KLM	K^{rr}	'ANALYTIQUE'	170.625	60
		$K^{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	511.875	0.5

Identification			Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance (%)
Point	Maille	Composante			
O	STU	M^{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.08125	0.5
		$M^{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.08125	0.5
A	ABC	M^{rr}	'ANALYTIQUE'	0.125	15.0
		$M^{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	0.0375	15.0
D	IJK	$M^{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.05156	6.0
	KLM	$M^{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.05156	6.0

Remarques :

On constate les bons résultats obtenus, sauf sur K^{rr} et M^{rr} , qui font intervenir des dérivées d'ordre supérieur moins bien calculées par l'élément.

9.4 Contenu du fichier résultats

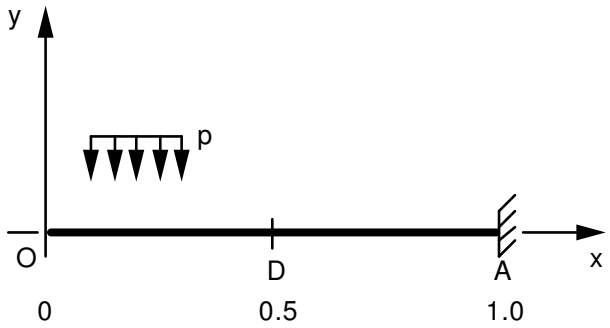
Déplacements, déformations et efforts généralisés et contraintes aux nœuds.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

10 Modélisation J

10.1 Caractéristiques de la modélisation

Élément de coque axisymétrique SEG3, en théorie de Mindlin-Reissner: on ne considère pas de modification de métrique, le coefficient A_CIS vaut $5/6$.



Conditions limites :

```
DDL_IMPO=(_F
            (NOEUD= 'A',      DX= 0.,DY= 0.,DRZ= 0.)
            (NOEUD= 'O',                                DRZ= 0.))
```

10.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 21
Nombre de mailles et types : 10 SEG3

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

10.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeurs de référence Love-Kirchhoff	Tolérance (%)
O flèche $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–178.424	0.5
D flèche $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–101.827	0.5
D rotation $\beta(r)$	'ANALYTIQUE'	255.940	0.5

Identification			Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance (%)
Point	Maille	Composante			
D	IJK	K^{rr}	'ANALYTIQUE'	170.625	5.
		$K^{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	511.875	0.5
	KLM	K^{rr}	'ANALYTIQUE'	170.625	5.
		$K^{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	511.875	0.5

Identification			Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance (%)
Point	Maille	Composante			
O	STU	M^{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.08125	1.
		$M^{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.08125	1.
A	ABC	M^{rr}	'ANALYTIQUE'	0.125	2.
		$M^{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	0.0375	2.
A	IJK	$M^{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.05156	0.5
	KLM	$M^{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.05156	0.7

Remarques :

On constate les bons résultats obtenus, sauf sur K^{rr} et M^{rr} , qui font intervenir des dérivées d'ordre supérieur moins bien calculées par l'élément.

10.4 Contenu du fichier résultats

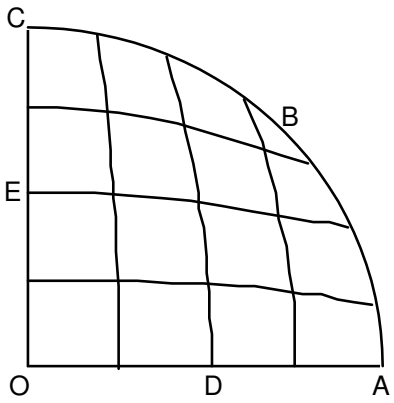
Déplacements, déformations et efforts généralisés et contraintes aux nœuds.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

11 Modélisation K

11.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation : Elément de coque COQUE_3D MEC3QU9H
Nombre de couche : COQUE_NCOU = 3



Conditions limites :

	DDL_IMPO
en tous les nœuds de l'arc ABC	(GROUP_NO= 'ABC',DX= 0.,DY= 0.,DZ= 0.) DRX=0.,DRY=0.,DRZ=0.)
segment $]OA]$	(GROUP_NO= 'OA', DY= 0.,DRX=0.,DRZ=0.)
segment $]OC]$	(GROUP_NO= 'OC', DX= 0.,DRY=0.,DRZ=0.)
au nœud O	(GROUP_NO= 'O', DX= 0.,DY= 0., DRX=0.,DRY=0.,DRZ=0.)

Noms des nœuds :

Point 0	mailles : M1	Point A	mailles : M21
Point B	mailles : M25	Point C	mailles : M5
Point D	mailles : M11	Point E	mailles : M3

11.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 96
Nombre de mailles et types : 25 QUAD9

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

11.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeurs de référence REISSNER	Tolérance (%)
O flèche $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–178.419	0.5
D flèche $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–101.82	0.5
E flèche $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–101.82	0.5

Identification		Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance (%)
O	M^{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.08125	2.9
	$M^{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.08125	2.9
A	M^{rr}	'ANALYTIQUE'	0.125	2.0
	$M^{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	0.0375	2.0
C	M^{rr}	'ANALYTIQUE'	+0.125	1.0
	$M^{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	+0.0375	5.0
D	M^{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.02969	1.0
	$M^{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.05156	2.0
E	M^{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.02969	1.0
	$M^{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.05156	2.0

Remarques :

Le test des valeurs est réalisé automatiquement à l'aide des fonctionnalités offertes par la procédure POST_RELEVE :

- *extraction sur les nœuds correspondant aux points observés des valeurs moyennes des composantes M_{xx} et M_{yy} ; ces valeurs sont extraites du champ 'EFGE_ELNO' , et la moyenne est calculée pour toutes les valeurs disponibles sur les mailles qui contiennent le nœud observé,*
- *calcul de l'écart par rapport à la valeur de référence fournie en appliquant les règles de correspondance entre M_{xx} , M_{yy} et M_{rr} , $M_{\theta\theta}$ données page 3.*

Contenu du fichier résultats

Valeurs aux points d'observation des déplacements et moments moyennés.

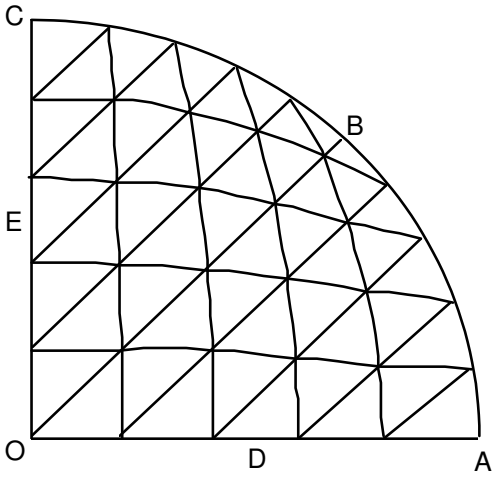
On teste également la continuité des champs EPSI_ELGA et EPSI_ELNO entre les couches (tests de non-régression). En effet la valeur calculée au niveau SUP de la couche N est égale à la valeur calculée au niveau INF de la COUCHE N+1.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

12 Modélisation L

12.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation : Élément de COQUE_3D MEC3TR7H
Nombre de couche : COQUE_NCOU = 3



Conditions limites :

		DDL_IMPO
en tous les nœuds de l'arc ABC	(GROUP_NO= 'ABC',	DX= 0.,DY= 0.,DZ= 0.)
		DRX=0.,DRY=0.,DRZ=0.)
segment]OA]	(GROUP_NO= 'OA',	DY= 0.,DRX=0.,DRZ=0.)
segment]OC]	(GROUP_NO= 'OC',	DX= 0.,DRY=0.,DRZ=0.)
au nœud O	(GROUP_NO= 'O'	DX= 0.,DY= 0.,
		DRX=0.,DRY=0.,DRZ=0.)

Noms des nœuds :

Point 0	mailles : M1 et M2	Point A	mailles : M41
Point B	mailles : M49 et M50	Point C	mailles : M10
Point D	mailles : M21	Point E	mailles : M6

12.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 121
Nombre de mailles et types : 50 TRIA7

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

12.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeurs de référence REISSNER	Tolérance (%)
O flèche $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–178.419	0.5
D flèche $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–101.82	0.5
E flèche $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–101.82	0.5

Identification		Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance (%)
O	M^{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.08125	2.9
	$M^{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.08125	2.9
A	M^{rr}	'ANALYTIQUE'	0.125	1.7
	$M^{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	0.0375	0.3
C	M^{rr}	'ANALYTIQUE'	+0.125	2.0
	$M^{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	+0.0375	2.0
D	M^{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.02969	3.0
	$M^{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.05156	1.0
E	M^{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.02969	3.0
	$M^{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.05156	1.0

Remarques :

Le test des valeurs est réalisé automatiquement à l'aide des fonctionnalités offertes par la procédure POST_RELEVE :

- *extraction sur les nœuds correspondant aux points observés des valeurs moyennes des composantes M_{xx} et M_{yy} ; ces valeurs sont extraites du champ 'EFGE_ELNO' , et la moyenne est calculée pour toutes les valeurs disponibles sur les mailles qui contiennent le nœud observé,*
- *calcul de l'écart par rapport à la valeur de référence fournie en appliquant les règles de correspondance entre M_{xx} , M_{yy} et M_{rr} , $M_{\theta\theta}$ données page 3.*

Contenu du fichier résultats

Valeurs aux points d'observation des déplacements et moments moyennés.

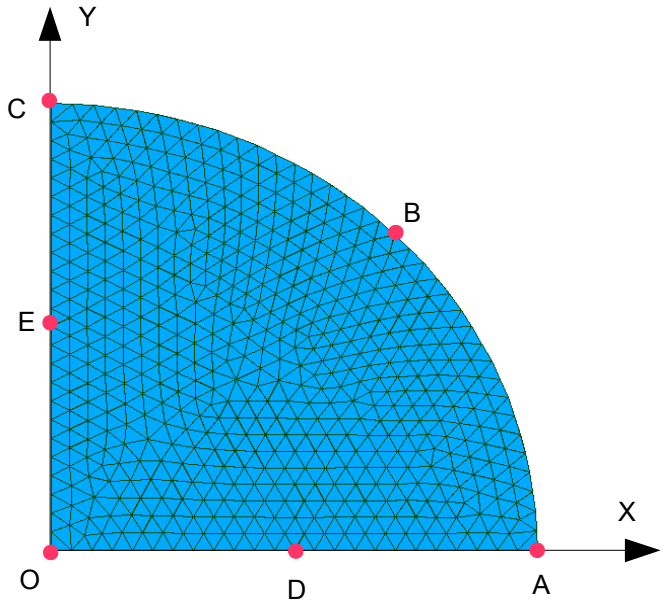
On teste également la continuité des champs EPSI_ELGA et EPSI_ELNO entre les couches (tests de non-régression). En effet la valeur calculée au niveau SUP de la couche N est égale à la valeur calculée au niveau INF de la COUCHE N+1.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

13 Modélisation M

13.1 Caractéristiques de la modélisation

Elément de coque T3G (modélisation d'un quart de plaque)



Conditions limites :	DDL_IMPO
en tous les nœuds de l'arc ABC	(GROUP_NO= 'ABC',DX= 0.,DY= 0.,DZ= 0.) DRX=0.,DRY=0.,DRZ=0.)
en tous les nœuds du segment]OA[	(GROUP_NO= 'OA', DY= 0.,DRX=0.,DRZ=0.)
en tous les nœuds du segment]OC[	(GROUP_NO= 'OC', DX= 0.,DRY=0.,DRZ=0.)
au nœud O	(GROUP_NO= 'O', DX= 0.,DY= 0., DRX=0.,DRY=0.,DRZ=0.)

Point O	mailles : M31
Point A	mailles : M19
Point B	mailles : M10 M100 M54
Point C	mailles : M1
Point D	mailles : M71 M113 M25
Point E	mailles : M37 M123 M86

13.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 561
Nombre de mailles et types : 1036 TRIA3

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

13.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeurs de référence Reissner	Tolérance (%)
O $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–178.419	0.5
D $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–101.82	1.0
E $w(r)$	'ANALYTIQUE'	–101.82	1.0

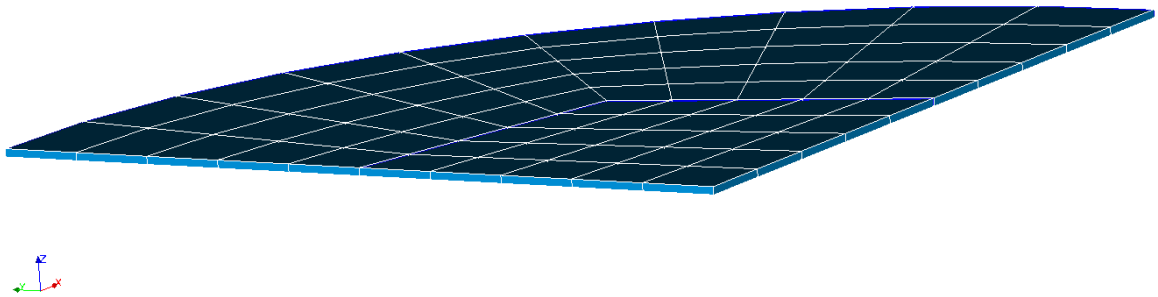
Identification		Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance (%)
O	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.08125	1.0
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.08125	1.0
A	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	0.125	7.0
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	0.0375	7.0
B	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	0.08125	8.0
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	0.08125	8.0
C	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	0.125	6.0
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	0.0375	6.5
D	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.02969	1.0
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.05156	0.5
E	M_{rr}	'ANALYTIQUE'	–0.02969	0,5
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	–0.05156	1.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

14 Modélisation N

14.1 Caractéristiques de la modélisation

Éléments de COQUE_SOLIDE avec des hexaèdres (modélisation d'un quart de plaque)



Conditions limites :

- Sur la face correspondant au plan X=0, condition de symétrie $DX=0$
- Sur la face correspondant au plan Y=0, condition de symétrie $DY=0$
- Sur la face correspondant au quart de cercle extérieur : condition d'encastrement $DX=DY=DZ=0$

Chargement

- Sur la face supérieure : pression répartie $p=0.01172\,MPa$

14.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 182
Nombre de mailles et types : 75 HEXA9

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

14.3 Grandeurs testées et résultats

Coordonnées des points de Gauss (COOR_ELGA) : test de la maille au centre du disque (GROUP_MA='CellMiddle'). Schéma de Lobatto à cinq points d'intégration dans l'épaisseur, au milieu de la maille.

Pour $Pg=1$, la face du dessous, coordonnées du point de Gauss :

Identification	Type de référence	Valeurs de référence (mm)	Tolérance $(\%)$
X	'ANALYTIQUE'	4,9	0
Y	'ANALYTIQUE'	4,9	0
Z	'ANALYTIQUE'	0	0

Pour $Pg=3$, à la moitié de l'épaisseur, coordonnées du point de Gauss :

Identification	Type de référence	Valeurs de référence (mm)	Tolérance $(\%)$
X	'ANALYTIQUE'	4,9	0
Y	'ANALYTIQUE'	4,9	0
Z	'ANALYTIQUE'	0,5	0

Pour $Pg=5$, la face du dessus, coordonnées du point de Gauss :

Identification	Type de référence	Valeurs de référence (mm)	Tolérance $(\%)$
X	'ANALYTIQUE'	4,9	0,
Y	'ANALYTIQUE'	4,9	0
Z	'ANALYTIQUE'	1,0	0

Déplacement vertical au centre de la plaque :

Identification	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance $(\%)$
DZ	'ANALYTIQUE'	$-1{,}00\,mm$	<1.E-6

Contrainte σ_{zz} au nœud du milieu du quart de cercle (SIEF_NOEU) :

Identification	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance $(\%)$
Face supérieure	'ANALYTIQUE'	$-0.01172\,MPa$	0,5
Face inférieure	'ANALYTIQUE'	0	0

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

15 Synthèse des résultats

% des différences par rapport aux solutions de référence

Modé.	DKT A	DKT B	DKQ E	DST F	DSQ G	Q4G H
Point	Love-Kirchhoff 50 nœuds 76 TRIA3	Love-Kirchhoff 170 nœuds 296 TRIA3	Love-Kirchhoff 169 nœuds 147 QUAD4	Reissner 170 nœuds 296 TRIA3	Reissner 169 nœuds 147 QUAD4	Reissner 169 nœuds 147 QUAD4
O $w(r)$	–0.76	+0.12	+0.22	+0.74	+0.19	–0.08
D $w(r)$	–0.23	+0.18	+0.23	+0.77	+0.19	–0.28
E $w(r)$	–0.25	+0.24	+0.23	+0.84	+0.19	–0.28
F $w(r)$	–0.32	+0.22	+0.20	+0.75	+0.14	–0.34

Modé.	Q4G M
Point	Reissner 561 nœuds - 1036 TRIA3
O $w(r)$	+0.176
D $w(r)$	+0.225
E $w(r)$	+0.225
F $w(r)$	-

Modé.	COQU_AXIS I	COQU_AXIS J	MEC3QU9H K	MEC3TR7H L
Point	Love-Kirchhoff 21 nœuds 10 SEG3	Reissner	96 nœuds 25 QUAD9	121 nœuds 50 TRIA7
O $w(r)$	+0.51	0.03	–0.16	–0.13
D $w(r)$	+0.28	0.05	–0.029	–0.35
E $w(r)$	-	-	–0.029	–0.35
F $w(r)$	-	+0.22	-	-

Modé.	DKT A	DKT B	DKQ E	DST F	DSQ G	Q4G H
Point	Love-Kirchhoff 50 nœuds 76 TRIA3	Love-Kirchhoff 170 nœuds 296 TRIA3	Love-Kirchhoff 169 nœuds 147 QUAD4	Reissner 170 nœuds 296 TRIA3	Reissner 169 nœuds 147 QUAD4	Reissner 169 nœuds 147 QUAD4
O $Sm/2$	–1.15	+0.19	+0.46	+1.04	–0.33	–0.07
A $Sm/2$	+0.81	+4.02	+0.49	+5.26	+3.79	–10.73
B $Sm/2$	+4.58	+2.64	+0.20	+2.02	+1.69	–10.95
C $Sm/2$	+0.75	+4.13	+0.45	+5.34	+3.64	–10.69
D $Sm/2$	+4.55	+1.99	+2.71	+2.07	+0.40	+0.74
E $Sm/2$	+4.55	+2.19	+2.71	+2.29	+0.40	+0.74
F $Sm/2$	+1.71	+2.05	–0.79	+1.19	+17.80	–0.94

Modé.	Q4G M
Point	Reissner 561 nœuds - 1036 TRIA3
O $Sm/2$	+0.265
A $Sm/2$	+1.65
B $Sm/2$	+4.95
C $Sm/2$	+1.73
D $Sm/2$	+5.18
E $Sm/2$	+5.50
F $Sm/2$	+4.07

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

	COQU_AXIS		MEC3QU9H	MEC3TR7H
Modé.	I	J	K	L
	Love-Kirchhoff	Reissner		
Point	21 nœuds 10 SEG3		96 nœuds 25 QUAD9	121 nœuds 50 TRIA7
O $Sm/2$	+0.18	+0.62	2.67	2.89
A $Sm/2$	+14.2	–1.01	–1.45	–1.33
B $Sm/2$	-	-	-	-
C $Sm/2$	-	-	–1.46	–1.32
D $Sm/2$	+0.84	–0.85	1.08	–1.23
E $Sm/2$	-	-	0.95	–1.23
F $Sm/2$	-	-	-	-

Remarques :

Concernant les efforts, le calcul direct aux nœuds conduit à des écarts en plusieurs nœuds, notamment au point F en DSQ et sur le bord ABC en Q4G .

La modélisation avec des éléments de type COQUE_SOLIDE (modélisation N) est la seule modélisation de plaque qui rend compte de l'effet de pincement avec une contrainte linéaire dans l'épaisseur.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)