SSLP320 - Propagation d'une fissure X-FEM débouchante sollicitée en Mode I

Résumé

Ce test a pour but de valider le calcul des facteurs d'intensité de contrainte (K_I et K_{II}) et le trajet de propagation de fissure avec X-FEM en 2D, dans le cadre de l'élasticité linéaire.

Ce test met en jeu une plaque rectangulaire avec une fissure débouchante, et soumise à un chargement de traction sur les bords inférieur et supérieur de la plaque.

Trois méthodes pour gérer la propagation d'une fissures X-FEM sont disponibles. Chacune d'entre elles fait l'objet d'une modélisation.

Trois modélisations sont considérées :
- modélisation A : méthode maillage,
- modélisation B : méthode simplexe,
- modélisation C : méthode upwind,
- modélisation D : méthode géométrique,

La pertinence des résultats est évaluée par comparaison des facteurs d'intensité des contraintes avec les valeurs analytiques.

On trouve un écart entre K_I et K_I théorique inférieur à 1,13 % pour la méthode maillage, 1,12 % pour la méthode simplexe, 1,13 % pour la méthode upwind, 1,1 % pour la méthode géométrique et 1,1 % pour la méthode upwind & FMM.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

La structure 2d est une plaque rectangulaire ($LX=10\,m$, $LY=30\,m$), comportant une fissure débouchante [Figure 1.1-a]. La longueur de la fissure initiale est $a=5\,m$.

On appelle « ligne inférieure », la ligne en $y=0$ et « ligne supérieure », la ligne en $y=Ly$.

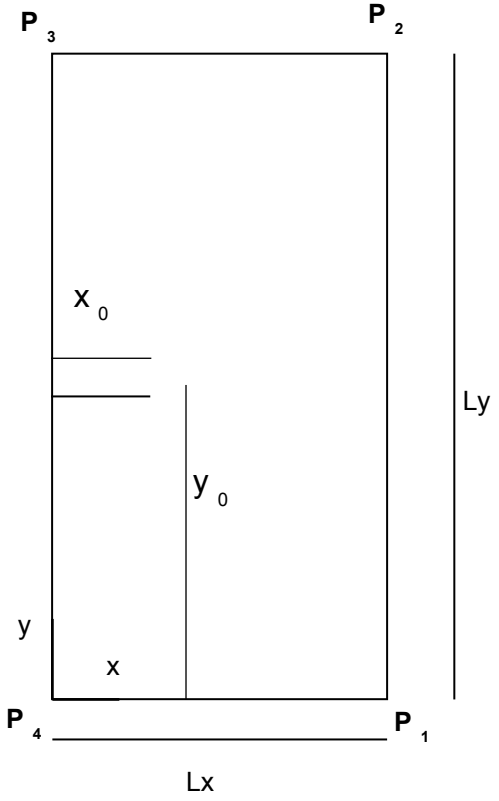


Figure 1.1-a : géométrie de la plaque fissurée

Les nœuds notés $P1$ et $P4$ sur la Figure 1.1-a servent à imposer les conditions aux limites, qui sont explicitées au paragraphe [§1.3].

1.2 Propriétés du matériau

Module d'Young : $E=205\,10^{9}\,Pa$
Coefficient de Poisson : $\nu=0$

1.3 Conditions aux limites et chargements

Le chargement consiste à appliquer une force répartie sur les lignes inférieure et supérieure $p=106\,Pa$ et dans le sens de la normale extérieure à la surface.

Afin de bloquer les modes rigides, on bloque les déplacements des nœuds P_1 , P_2 , P_3 et P_4 comme suit :

- $DY^{P4}=DY^{P1}=0$;

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

- $DX^{P4}=0$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul

Les expressions analytiques des facteurs d'intensité de contrainte K_I et K_{II} sont des fonctions de la force répartie p , de la longueur de la fissure a, de la largeur de la plaque Lx :

$$K_I = p\sqrt{\pi\, a}\, f\left(\frac{a}{Lx}\right)$$

$$K_{II} = 0$$

où la fonction f peut être déterminée de plusieurs manières différentes. Nous choisissons celle obtenue par [1], et qui est vrai pour $\frac{a}{Lx} < 0,6$:

$$f\left(\frac{a}{Lx}\right) = 1,12 - 0,231\left(\frac{a}{Lx}\right) + 10,55\left(\frac{a}{Lx}\right)^2 - 21,72\left(\frac{a}{Lx}\right)^3 + 30,39\left(\frac{a}{Lx}\right)^4$$

On fait avancer la fissure grâce à la loi de Paris :

$\frac{da}{dN} = C\Delta K^m$ où a est la longueur de fissure, C et m sont des constantes du matériau, ΔK est la différence entre deux FICs consécutifs et N est le nombre de cycles.

Avec les valeurs numériques du test :

Pas de propagation : $0,25\,m$

Lx : $10\,m$

2.2 Grandeurs et résultats de référence

Référence		
$a(m)$	$K_I(Pa.m^{0,5})$	$K_{II}(Pa.m^{0,5})$
2,5	4,205998 10^6	0
2,75	4,63286 10^6	0
3	5,09492 10^6	0
3,25	5,59908 10^6	0
3,5	6,15349 10^6	0
3,75	6,76776 10^6	0
4	7,4531 10^6	0
4,25	8,2224 10^6	0
4,5	9,0905 10^6	0
4,75	1,0074 10^7	0
5	1,1192 10^7	0
5,25	1,2465 10^7	0
5,5	1,3916 10^7	0
5,75	1,55716 10^7	0
6	1,74586 10^7	0

Tableau 2.2-1 : valeurs de référence pour K_I et K_{II}

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2.3 Incertitudes sur la solution

Aucune, solution analytique.

2.4 Références bibliographiques

[1] TADA H., PARIS P., IRWIN G. :The stress analysis of cracks, Handbook. Del Research Corporation, Hellertown, Pennsylvania, 1973.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Dans cette modélisation, la méthode maillage est testée pour la propagation de fissure. Les level-sets sont déterminées par projection orthogonale sur les segments composant la fissure.

3.2 Caractéristiques du maillage

La structure est modélisée par un maillage « sain » régulier composé de 40×101 QUAD4, respectivement suivant les axes x, y. La fissure est représentée par une succession de SEG2, indépendamment du maillage de la structure..

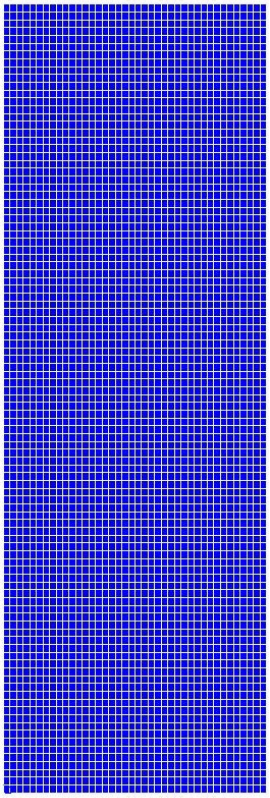


Figure 3.2-a : maillage de la plaque fissurée

3.3 Grandeurs testées et résultats

Pour chaque pas de propagation ($2,5\,m$), on teste la valeur des facteurs d'intensité de contraintes K_I et K_{II} données par CALC_G.
On teste également l'ordonnée du fond de fissure donnée par PROPA_FISS.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3.3.1 Résultats sur K_I :

Identification	Code_Aster	Référence	différence
CALC_G			
KI_1	4,17448 10^6	4,205998 10^6	-0,749 %
KI_2	4,60197 10^6	4,63286 10^6	-0,667 %
KI_3	5,0668 10^6	5,09492 10^6	-0,552 %
KI_4	5,575 10^6	5,59908 10^6	-0,43 %
KI_5	6,1334 10^6	6,15349 10^6	-0,326 %
KI_6	6,7499 10^6	6,76776 10^6	-0,264 %
KI_7	7,4338 10^6	7,4531 10^6	-0,259 %
KI_8	8,19599 10^6	8,2224 10^6	-0,322 %
KI_9	9,0497 10^6	9,0905 10^6	-0,449 %
KI_10	1,0011 10^7	1,0074 10^7	-0,627 %
KI_11	1,1099 10^7	1,1192 10^7	-0,828 %
KI_12	1,2339 10^7	1,2465 10^7	-1,011 %
KI_13	1,37603 10^7	1,3916 10^7	-1,121 %
KI_14	1,54018 10^7	1,55716 10^7	-1,09 %
KI_15	1,7313 10^7	1,74586 10^7	-0,834 %

3.3.2 Résultats sur K_{II} :

Pour ce test, on souhaite que K_{II} soit inférieur à $10^{-4} K_I$. Ainsi, on s'assure que K_{II} est assez proche de zéro, la valeur de référence.

Identification	Code_Aster	Référence
CALC_G		
KII_1	-2,7313 10^2	0
KII_2	-8,5062 10^1	0
KII_3	-2,6061 10^2	0
KII_4	1,5995 10^2	0
KII_5	-2,7309 10^2	0
KII_6	-2,3176 10^2	0
KII_7	-3,1276 10^2	0
KII_8	3,1327 10^2	0
KII_9	-3,8393 10^2	0
KII_10	-4,1916 10^2	0
KII_11	-4,986 10^2	0
KII_12	-5,6998 10^2	0
KII_13	-6,7642 10^2	0
KII_14	-7,9542 10^2	0
KII_15	-9,5344 10^2	0

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3.3.3 Résultats sur l'ordonnée du fond de fissure :

On vérifie que les coordonnées en ordonnée des fonds de fissure successifs sont proche de la valeur initiale. Cette vérification donne les mêmes indications que le test sur K_{II} .

Identification	Code_Aster	Référence	Différence
CALC_G			
y_1	15	15	0 %
y_2	15	15	2,18 10^{-4} %
y_3	15	15	2,8 10^{-4} %
y_4	15	15	4,51 10^{-4} %
y_5	15	15	5,47 10^{-4} %
y_6	15	15	6,95 10^{-4} %
y_7	15	15	8,1 10^{-4} %
y_8	15	15	9,5 10^{-4} %
y_9	15,0002	15	0,001 %
y_10	15,0002	15	0,001 %
y_11	15,0002	15	0,001 %
y_12	15,0002	15	0,002 %
y_13	15,0002	15	0,002 %
y_14	15,0003	15	0,002 %
y_15	15,0003	15	0,002 %

3.4 Résultats complémentaires

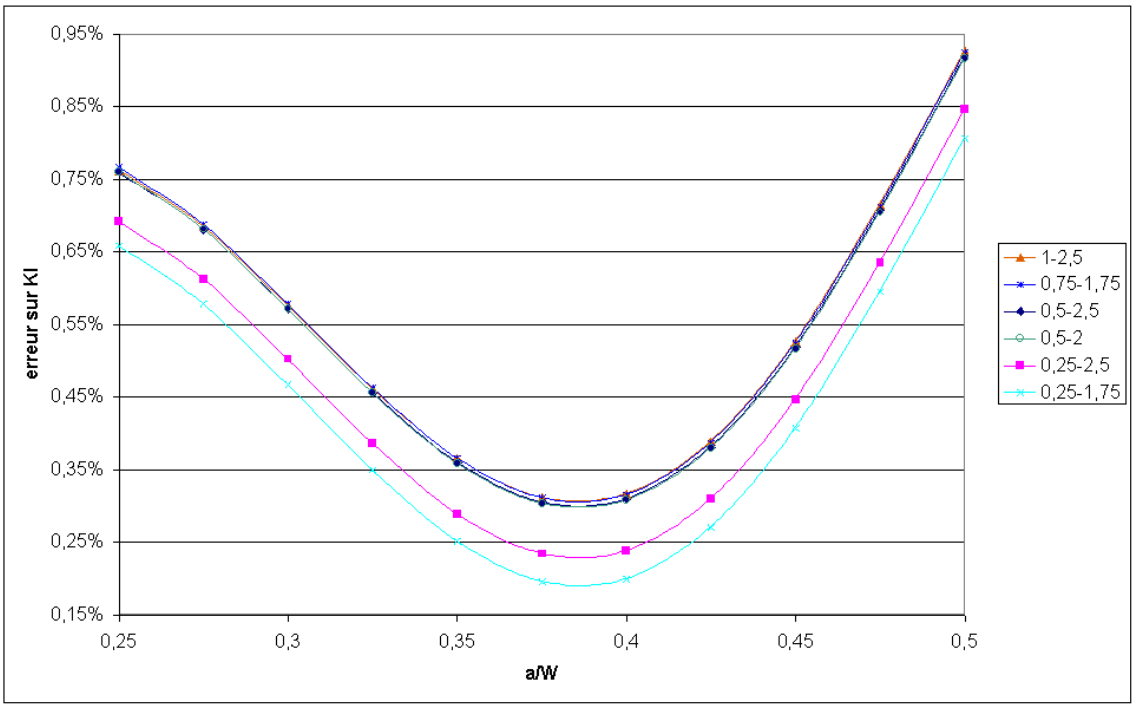


Figure 3.4-a : Influence du choix des couronnes RI et RS sur l'erreur sur KI

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Nous pouvons voir ici que la configuration la plus adaptée pour le choix de RI et RS (couronnes inférieure et supérieure du champ thêta) est : $RI=2*L_0$ et $RS=7*L_0$ où L_0 est la plus petite arête du maillage.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Dans cette modélisation, la méthode simplexe est testée pour la propagation de fissure.
Les level-sets sont déterminées par résolution des équations de réactualisation.

4.2 Caractéristiques du maillage

On utilise ici le même maillage que dans la modélisation A.

4.3 Grandeurs testées et résultats

Pour chaque pas de propagation, on teste la valeur des facteurs d'intensité de contraintes K_I et K_{II} données par CALC_G.

4.3.1 Résultats sur K_I :

Identification	*Code_Aster*	Référence	différence
CALC_G			
KI_1	4,1749 10^6	4,205998 10^6	0,73 %
KI_2	4,6025 10^6	4,63286 10^6	0,65 %
KI_3	5,0675 10^6	5,09492 10^6	0,54 %
KI_4	5,5758 10^6	5,59908 10^6	0,41 %
KI_5	6,1344 10^6	6,15349 10^6	0,31 %
KI_6	6,7511 10^6	6,76776 10^6	0,24 %
KI_7	7,4352 10^6	7,4531 10^6	0,24 %
KI_8	8,1976 10^6	8,2224 10^6	0,30 %
KI_9	9,0516 10^6	9,0905 10^6	0,42 %
KI_10	1,0013 10^6	1,0074 10^7	0,60 %
KI_11	1,1101 10^6	1,1192 10^7	0,80 %
KI_12	1,2341 10^6	1,2465 10^7	0,98 %
KI_13	1,37608 10^6	1,3916 10^7	1,09 %
KI_14	1,5405 10^6	1,55716 10^7	1,06 %
KI_15	1,7317 10^6	1,74586 10^7	0,80 %

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4.3.2 Résultats sur K_{II} :

Identification	Code_Aster	Référence
CALC_G		
KII_1	-294.543283239	0
KII_2	140.53299141	0
KII_3	-92.1854404834	0
KII_4	31.5966858116	0
KII_5	-22.0812184567	0
KII_6	1.80888843609	0
KII_7	-14.6528361549	0
KII_8	-12.9336699382	0
KII_9	-21.8747247036	0
KII_10	-27.5009059699	0
KII_11	-36.8193114189	0
KII_12	-47.1435134216	0
KII_13	-60.5512354886	0
KII_14	-77.2532857738	0
KII_15	-98.7961435219	0

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

Dans cette modélisation, la méthode upwind fast marching UPWIND est testée pour la propagation de fissure.
Les level-sets sont déterminées par résolution des équations de réactualisation par schéma aux différences finies.

5.2 Caractéristiques de la modélisation

On utilise ici le même maillage que dans la modélisation A (§2.1).

5.3 Grandeurs testées et résultats

Pour chaque pas de propagation, on teste la valeur des facteurs d'intensité de contraintes K_I et K_{II} données par CALC_G.

5.3.1 Résultats sur KI :

Identification	*Code_Aster*	Référence	différence
CALC_G			
KI_1	4,174911 10^6	4,205998 10^6	0,739 %
KI_2	4,602545 10^6	4,632857 10^6	0,654 %
KI_3	5,067525 10^6	5,094923 10^6	0,538 %
KI_4	5,575881 10^6	5,599079 10^6	0,414 %
KI_5	6,134452 10^6	6,153487 10^6	0,309 %
KI_6	6,751139 10^6	6,767759 10^6	0,24 %
KI_7	7,435204 10^6	7,453097 10^6	0,24 %
KI_8	8,197634 10^6	8,222429 10^6	0,302 %
KI_9	9,051616 10^6	9,090524 10^6	0,428 %
KI_10	1,0013134 10^7	1,0074102 10^7	0,605 %
KI_11	1,1101774 10^7	1,1191940 10^7	0,805 %
KI_12	1,2341792 10^7	1,2464967 10^7	0,99 %
KI_13	1,3763566 10^7	1,3916354 10^7	1,098 %
KI_14	1,5405615 10^7	1,5571606 10^7	1,065 %
KI_15	1,7317423 10^7	1,7458645 10^7	0,809 %

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5.3.2 Résultats sur KII :

Identification	Code_Aster	Référence
CALC_G		
KII_1	-294.54	0
KII_2	-310.00	0
KII_3	-330.90	0
KII_4	-357.05	0
KII_5	-389.44	0
KII_6	-428.98	0
KII_7	-476.90	0
KII_8	-534.75	0
KII_9	-604.47	0
KII_10	-688,57	0
KII_11	-790,30	0
KII_12	-913.84	0
KII_13	-1064.72	0
KII_14	-1250.30	0
KII_15	-1480.53	0

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques de la modélisation

Dans cette modélisation, la méthode géométrique est testée pour la propagation de fissure.

6.2 Caractéristiques de la modélisation

On utilise ici le même maillage que dans la modélisation A.

6.3 Grandeurs testées et résultats

Pour chaque pas de propagation, on teste la valeur des facteurs d'intensité de contraintes K_I et K_{II} données par CALC_G.

6.3.1 Résultats sur KI :

Identification	*Code_Aster*	Référence	différence
CALC_G			
KI_1	4,205998 10^6	4,205998 10^6	0,739 %
KI_2	4,602538 10^6	4,632857 10^6	0,654 %
KI_3	5,067526 10^6	5,094923 10^6	0,538 %
KI_4	5,575879 10^6	5,599079 10^6	0,414 %
KI_5	6,134453 10^6	6,153487 10^6	0,309 %
KI_6	6,751140 10^6	6,767759 10^6	0,246 %
KI_7	7,435205 10^6	7,453097 10^6	0,240%
KI_8	8,197636 10^6	8,222429 10^6	0,302 %
KI_9	9,051618 10^6	9,090524 10^6	0,428 %
KI_10	1,0013136 10^7	1,0074102 10^7	0,61%
KI_11	1,1101777 10^7	1,1191940 10^7	0,805%
KI_12	1,2341796 10^7	1,2464967 10^7	0,99 %
KI_13	1,3763571 10^7	1,3916354 10^7	1,098%
KI_14	1,5405621 10^7	1,5571606 10^7	1,065 %
KI_15	1,7317438 10^7	1,7458645 10^7	0,808 %

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6.3.2 Résultats sur KII :

Identification	Code_Aster	Référence
CALC_G		
KII_1	-294.543283255	0
KII_2	140.53345257	0
KII_3	-92.1815420989	0
KII_4	31.588424802	0
KII_5	-22.0719386916	0
KII_6	1.80251453051	0
KII_7	-14.6478888153	0
KII_8	-12.9364628022	0
KII_9	-21.8732802716	0
KII_10	-27.5019633622	0
KII_11	-36.819305336	0
KII_12	-47.1442361154	0
KII_13	-60.5518993996	0
KII_14	-77.2544634291	0
KII_15	-98.7975849383	0

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Synthèses des résultats

On peut comparer le temps de calcul pour le même nombre de pas de propagation (15) des trois méthodes.

Maillage	Méthode	Temps (s)
40×101	Maillage	21.7
	Simplexe	18.8
	Upwind	23.7
	géométrique	21.2

Les résultats permettent de valider sur un cas simple le calcul des facteurs d'intensité de contraintes en mode I pour les éléments X-FEM pour les quatre méthodes maillage, simplexe, upwind et géométrique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)