# SSLP319 - Propagation de deux fissures X-FEM débouchantes sollicitées en mode I

Résumé :

Le but de ce test est de vérifier que l'opérateur PROPA_FISS traite correctement les cas de multi-fissuration.
Il s'agit d'une plaque $2D$ contenant deux fissures, chacune composée d'un seul fond. Plusieurs propagations sont calculées par l'opérateur PROPA_FISS. On vérifie que les facteurs d'intensité des contraintes des fissures propagées sont corrects pour une propagation en mode $I$.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 1 Problème de référence

## 1.1 Géométrie

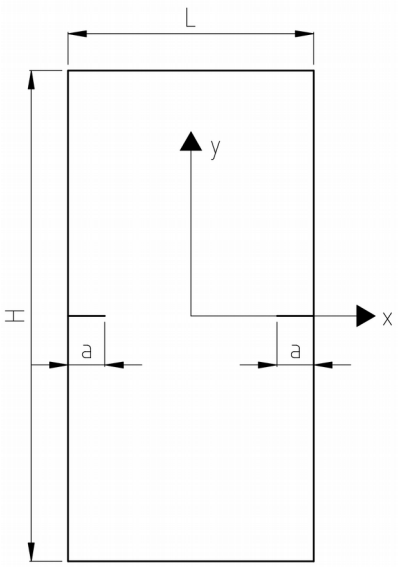



**Figure 1.1-a: géométrie de la plaque fissurée**

Dimensions géométriques de la plaque fissurée:

largeur $L=1000\,mm$
hauteur $H=2000\,mm$

Longueur initiale des fissures : $a_0=300\,mm$ .
Les fissures sont positionnées au milieu de la hauteur de la plaque ( $H/2$ ).

## 1.2 Propriétés du matériau

Module de Young $E=206000\,MPa$
Coefficient de Poisson $\nu=0.33$

## 1.3 Conditions aux limites et chargements



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

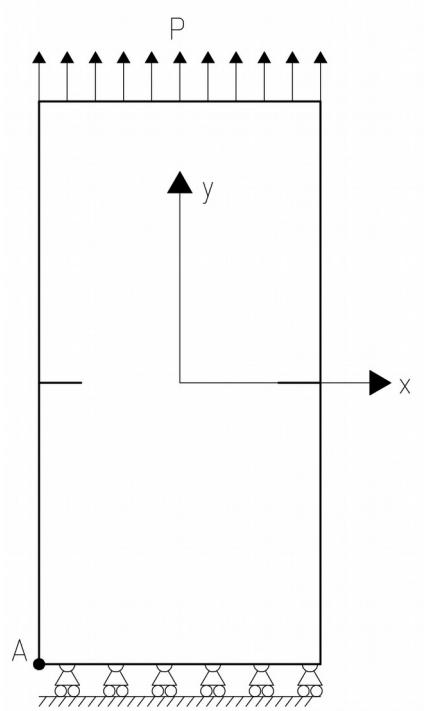



**Figure 1.3-a: conditions aux limites et chargements**

Conditions aux limites:

Point $A$ : $\Delta X = \Delta Y = 0$

Points de l'extrémité inférieure de la plaque: $\Delta Y = 0$

Chargement:

Pression appliquée à l'extrémité supérieure de la plaque: $P = 1\,MPa$

Trois propagations sont calculées en imposant une avance maximale des fissures égale à $30\,mm$. En conséquence de la symétrie de la géométrie, des conditions aux limites et du chargement, les avances des deux fissures sont toujours égales à l'avance maximale imposée.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 2 Solution de référence

## 2.1 Méthode de calcul

Trois propagations de la fissure sont calculées. Les deux fissures avancent toujours de la même distance et leurs facteurs d'intensité des contraintes sont toujours égaux entre eux.
On peut calculer les facteurs d'intensité des contraintes en utilisant les équations suivantes [bib1]:

$$K_I = Y \cdot P \cdot \sqrt{a}$$
$$Y = 1.99 + 0.76 \cdot \frac{a}{L} - 8.48 \cdot \left(\frac{a}{L}\right)^2 + 27.36 \cdot \left(\frac{a}{L}\right)^3$$
$$K_{II} = 0$$

## 2.2 Grandeurs et résultats de référence

Pour les trois propagations calculées dans les tests, la demi-longueur de la fissure est la suivante:

| Propagation | $a$ [ $mm$ ] |
|---|---|
| 1 | 330.0 |
| 2 | 360.0 |
| 3 | 390.0 |

Tableau 2.1

La valeur de $K_I$ attendue est donc la suivante pour chaque fond propagé:

| Propagation | $K_I$ [ $Pa\sqrt{mm}$ ] |
|---|---|
| 1 | 3.7992E+07 |
| 2 | 4.1791E+07 |
| 3 | 4.6316E+07 |

Tableau 2.2

La valeur de $K_{II}$ attendue est toujours égale à zéro.

## 2.3 Références bibliographiques

[1] D.Broek, « Elementary engineering fracture mechanics », Martinus Nijhoff Publishers, The Hague, The Netherlands, 1982



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 1 Modélisation A

## 1.1 Caractéristiques de la modélisation

La méthode fast marching UPWIND est utilisée par PROPA_FISS pour résoudre les équations de propagation de la fissure.
**Aucune grille auxiliaire** n'est utilisée. Cela est possible parce que le maillage de la structure est très régulier.

## 1.2 Caractéristiques du maillage

La structure est modélisée par un maillage composé de 1440 éléments QUAD4 (voir Figure 1.2-a).

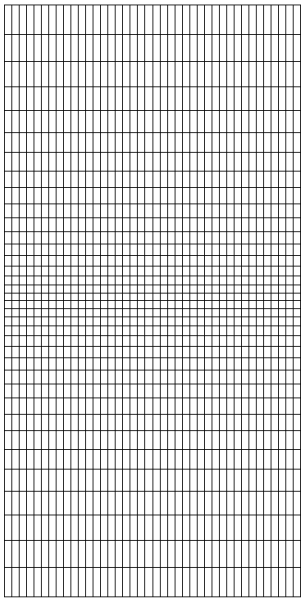


**Figure 1.2-a: maillage de la structure**

Le maillage est très grossier pour réduire le temps de calcul. Il est plus raffiné dans la zone de propagation de la fissure. Dans cette zone, la dimension des éléments est de $25 \times 25\, mm$ . Le plus grand élément utilisé a une dimension égale à $25 \times 100\, mm$ .

## 1.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les valeurs de $K_I$ et $K_{II}$ pour les deux fissures après chaque propagation. Pour vérifier si ces valeurs sont correctes, on utilise une tolérance relative égale à $5\%$ pour les valeurs de $K_I$ . Par contre, pour vérifier si la valeur de $K_{II}$ est nulle, on utilise une tolérance absolue (valeur de seuil) liée à la valeur de $K_I$ : on considère que $K_{II}$ est nulle si sa valeur est inférieure à $1\%$ de la valeur de $K_I$ . En effet, dans ce cas on peut négliger la valeur de $K_{II}$ .

| Propagation | Fissure | $K_I$ référence [ $Pa\sqrt{mm}$ ] | Tolérance |
|---|---|---|---|
| 1 | gauche | 3.7992E+07 | <5% |
| | droite | 3.7992E+07 | <5% |
| 2 | gauche | 4.1791E+07 | <5% |
| | droite | 4.1791E+07 | <5% |
| 3 | gauche | 4.6316E+07 | <5% |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

| | | | |
|---|---|---|---|
| | droite | 4.6316E+07 | <5% |

| Propagation | Fissure | $K_{II}$ référence [ $Pa\sqrt{mm}$ ] | Tolérance [ $Pa\sqrt{mm}$ ] |
|---|---|---|---|
| 1 | gauche | 0 | < $K_{I\ Aster}/100$ |
| | droite | 0 | < $K_{I\ Aster}/100$ |
| 2 | gauche | 0 | < $K_{I\ Aster}/100$ |
| | droite | 0 | < $K_{I\ Aster}/100$ |
| 3 | gauche | 0 | < $K_{I\ Aster}/100$ |
| | droite | 0 | < $K_{I\ Aster}/100$ |

## 1.4 Remarques

Toutes les valeurs testées sont dans les tolérances utilisées. Cela signifie que la méthode UPWIND calcule correctement à la fois la position des deux fissures et les level sets.
L'erreur obtenue sur les valeurs de $K_I$ est presque nulle et les valeurs de $K_{II}$ sont toujours de l'ordre de $0.01\%$ des valeurs de $K_I$. Les résultats obtenus sont donc très satisfaisants.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 2 Modélisation B

## 2.1 Caractéristiques de la modélisation

La méthode SIMPLEXE est utilisée par PROPA_FISS pour résoudre les équations de propagation de la fissure. **Aucune grille auxiliaire** n'est utilisée.

## 2.2 Caractéristiques du maillage

On utilise le même maillage que celui de la modélisation $A$ .

## 2.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les valeurs de $K_I$ et $K_{II}$ pour les deux fissures après chaque propagation. Pour vérifier si ces valeurs sont correctes, on utilise une tolérance relative égale à $5\%$ pour les valeurs de $K_I$ . Par contre, pour vérifier si la valeur de $K_{II}$ est nulle, on utilise une tolérance absolue (valeur de seuil) liée à la valeur de $K_I$ : on considère que $K_{II}$ est nulle si sa valeur est inférieure à $1\%$ de la valeur de $K_I$ . En effet, dans ce cas on peut négliger la valeur de $K_{II}$ .

| Propagation | Fissure | $K_I$ référence [ $Pa\sqrt{mm}$ ] | Tolérance |
|---|---|---|---|
| 1 | gauche | 3.7992E+07 | <5% |
| | droite | 3.7992E+07 | <5% |
| 2 | gauche | 4.1791E+07 | <5% |
| | droite | 4.1791E+07 | <5% |
| 3 | gauche | 4.6316E+07 | <5% |
| | droite | 4.6316E+07 | <5% |

| Propagation | Fissure | $K_{II}$ référence [ $Pa\sqrt{mm}$ ] | Tolérance [ $Pa\sqrt{mm}$ ] |
|---|---|---|---|
| 1 | gauche | 0 | < $K_{I\,Aster}/100$ |
| | droite | 0 | < $K_{I\,Aster}/100$ |
| 2 | gauche | 0 | < $K_{I\,Aster}/100$ |
| | droite | 0 | < $K_{I\,Aster}/100$ |
| 3 | gauche | 0 | < $K_{I\,Aster}/100$ |
| | droite | 0 | < $K_{I\,Aster}/100$ |

## 2.4 Remarques

Toutes les valeurs testées sont dans les tolérances utilisées. Cela signifie que la méthode SIMPLEXE calcule correctement à la fois la position des deux fissures et les level sets.
L'erreur obtenue sur les valeurs de $K_I$ est presque nulle et les valeurs de $K_{II}$ sont toujours de l'ordre du $0.01\%$ des valeurs de $K_I$ . Les résultats obtenus sont donc très satisfaisants.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 3 Modélisation C

## 3.1 Caractéristiques de la modélisation

La méthode MAILLAGE est utilisée par PROPA_FISS. L'opérateur CALC_G est utilisé pour le calcul des facteurs d'intensités des contraintes.

## 3.2 Caractéristiques du maillage

On utilise le même maillage que celui de la modélisation $A$ .

## 3.3 Grandeurs testées et résultats

Dans cette modélisation, on n'utilise pas le mot-clé COMP_LINE de PROPA_FISS, mais on donne en entrée de PROPA_FISS une table contenant plusieurs instants. On teste donc informatiquement que le calcul du cycle est correct.

On teste les valeurs de $K_I$ et $K_{II}$ pour les deux fissures après chaque propagation. Pour vérifier si ces valeurs sont correctes, on utilise une tolérance relative égale à $1\%$ pour les valeurs de $K_I$ . Par contre, pour vérifier si la valeur de $K_{II}$ est nulle, on utilise une tolérance absolue (valeur de seuil) liée à la valeur de $K_I$ : on considère que $K_{II}$ est nulle si sa valeur est inférieure à $0{,}1\%$ de la valeur de $K_I$ . En effet, dans ce cas on peut négliger la valeur de $K_{II}$ .

| Propagation | Fissure | $K_I$ référence [ $Pa\sqrt{mm}$ ] | Tolérance |
|---|---|---|---|
| 1 | gauche | 3,80E+007 | <1% |
| | droite | 3,80E+007 | <1% |
| 2 | gauche | 4,18E+007 | <1% |
| | droite | 4,18E+007 | <1% |
| 3 | gauche | 4,63E+007 | <1% |
| | droite | 4,63E+007 | <1% |

| Propagation | Fissure | $K_{II}$ référence [ $Pa\sqrt{mm}$ ] | Tolérance [ $Pa\sqrt{mm}$ ] |
|---|---|---|---|
| 1 | gauche | 0 | < $K_{I\,Réf}/1000$ |
| | droite | 0 | < $K_{I\,Réf}/1000$ |
| 2 | gauche | 0 | < $K_{I\,Réf}/1000$ |
| | droite | 0 | < $K_{I\,Réf}/1000$ |
| 3 | gauche | 0 | < $K_{I\,Réf}/1000$ |
| | droite | 0 | < $K_{I\,Réf}/1000$ |

## 3.4 Remarques

Toutes les valeurs testées sont dans les tolérances utilisées. Cela signifie que la méthode MAILLAGE calcule correctement à la fois la position des deux fissures et les level sets.
L'erreur obtenue sur les valeurs de $K_I$ est inférieure à $1\%$ et les valeurs de $K_{II}$ sont toujours inférieures à $K_I/1000$ . Les résultats obtenus sont donc très satisfaisants.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 4 Modélisation D

## 4.1 Caractéristiques de la modélisation

La méthode MAILLAGE est utilisée par PROPA_FISS. L'opérateur POST_K1_K2_K3 est utilisé pour le calcul des facteurs d'intensités des contraintes.

## 4.2 Caractéristiques du maillage

On utilise le même maillage que celui de la modélisation $A$ .

## 4.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les valeurs de $K_I$ et $K_{II}$ pour les deux fissures après chaque propagation. Pour vérifier si ces valeurs sont correctes, on utilise une tolérance relative égale à $13\%$ pour les valeurs de $K_I$ . Par contre, pour vérifier si la valeur de $K_{II}$ est nulle, on utilise une tolérance absolue (valeur de seuil) liée à la valeur de $K_I$ : on considère que $K_{II}$ est nulle si sa valeur est inférieure à $1\%$ de la valeur de $K_I$ . En effet, dans ce cas on peut négliger la valeur de $K_{II}$ .

| Propagation | Fissure | $K_I$ référence [ $Pa\sqrt{mm}$ ] | Tolérance |
|---|---|---|---|
| 1 | gauche | 3.7993E+07 | <13% |
| | droite | 3.7993E+07 | <13% |
| 2 | gauche | 4.179E+07 | <13% |
| | droite | 4.179E+07 | <13% |
| 3 | gauche | 4.632E+07 | <13% |
| | droite | 4.632E+07 | <13% |

| Propagation | Fissure | $K_{II}$ référence [ $Pa\sqrt{mm}$ ] | Tolérance [ $Pa\sqrt{mm}$ ] |
|---|---|---|---|
| 1 | gauche | 0 | < $K_{I\,Aster}/100$ |
| | droite | 0 | < $K_{I\,Aster}/100$ |
| 2 | gauche | 0 | < $K_{I\,Aster}/100$ |
| | droite | 0 | < $K_{I\,Aster}/100$ |
| 3 | gauche | 0 | < $K_{I\,Aster}/100$ |
| | droite | 0 | < $K_{I\,Aster}/100$ |

## 4.4 Remarques

Toutes les valeurs testées sont dans les tolérances utilisées. Cela signifie que la méthode MAILLAGE calcule correctement à la fois la position des deux fissures et les level sets.
L'erreur obtenue sur les valeurs de $K_I$ est presque nulle et les valeurs de $K_{II}$ sont toujours de l'ordre du $0.01\%$ des valeurs de $K_I$ . Les résultats obtenus sont donc très satisfaisants.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 5 Modélisation E

## 5.1 Caractéristiques de la modélisation

La méthode GEOMETRIQUE est utilisée par PROPA_FISS pour mettre à jour la position de la fissure. **Aucune grille auxiliaire** n'est utilisée.

## 5.2 Caractéristiques du maillage

On utilise le même maillage que celui de la modélisation $A$ .

## 5.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les valeurs de $K_I$ et $K_{II}$ pour les deux fissures après chaque propagation. Pour vérifier si ces valeurs sont correctes, on utilise une tolérance relative égale à $5\%$ pour les valeurs de $K_I$ . Par contre, pour vérifier si la valeur de $K_{II}$ est nulle, on utilise une tolérance absolue (valeur de seuil) liée à la valeur de $K_I$ : on considère que $K_{II}$ est nulle si sa valeur est inférieure à $1\%$ de la valeur de $K_I$ . En effet, dans ce cas on peut négliger la valeur de $K_{II}$ .

| Propagation | Fissure | $K_I$ référence [ $Pa\sqrt{mm}$ ] | Tolérance |
|---|---|---|---|
| 1 | gauche | 3.7992E+07 | <5% |
| | droite | 3.7992E+07 | <5% |
| 2 | gauche | 4.1791E+07 | <5% |
| | droite | 4.1791E+07 | <5% |
| 3 | gauche | 4.6316E+07 | <5% |
| | droite | 4.6316E+07 | <5% |

| Propagation | Fissure | $K_{II}$ référence [ $Pa\sqrt{mm}$ ] | Tolérance [ $Pa\sqrt{mm}$ ] |
|---|---|---|---|
| 1 | gauche | 0 | < $K_{I\,Aster}/100$ |
| | droite | 0 | < $K_{I\,Aster}/100$ |
| 2 | gauche | 0 | < $K_{I\,Aster}/100$ |
| | droite | 0 | < $K_{I\,Aster}/100$ |
| 3 | gauche | 0 | < $K_{I\,Aster}/100$ |
| | droite | 0 | < $K_{I\,Aster}/100$ |

## 5.4 Remarques

Toutes les valeurs testées sont dans les tolérances utilisées. Cela signifie que la méthode GEOMETRIQUE calcule correctement à la fois la position des deux fissures et les level sets.
L'erreur obtenue sur les valeurs de $K_I$ est presque nulle et les valeurs de $K_{II}$ sont toujours de l'ordre du $0.01\%$ des valeurs de $K_I$ . Les résultats obtenus sont donc très satisfaisants.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 6 Synthèse des résultats

Toutes les méthodes de l'opérateur PROPA_FISS utilisées (UPWIND, SIMPLEXE, MAILLAGE et GEOMETRIQUE) ont permis de bien calculer la position de deux fissures existantes dans le même modèle et propageant en mode $I$. Les facteurs d'intensité des contraintes ont été calculés correctement et les méthodes utilisées calculent correctement les level sets à chaque propagation.
Les résultats obtenus permettent de valider l'implémentation de la multi-fissuration (cas de plusieurs fissures avec un seul fond de fissure chacune) dans l'opérateur PROPA_FISS.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)