# SSLP313 - Fissure inclinée dans une plaque illimitée, soumise à une traction uniforme à l'infini

**Résumé :**

Ce test est issu de la validation indépendante de la version 3 de Code_Aster en mécanique de la rupture.

On calcule $K_I$, $K_{II}$ et le taux de restitution d'énergie pour une fissure droite, inclinée d'un angle $b$, dans une plaque de grandes dimensions soumise à une traction uniforme. Le modèle est bidimensionnel en contraintes planes. Le matériau est élastique linéaire isotrope. Ce test de référence en $2\mathrm{D}$ permet de vérifier la séparabilité de $K_I$ et $K_{II}$ dans un mode mixte.
La solution de référence, donnée pour un domaine théoriquement illimité, est analytique.

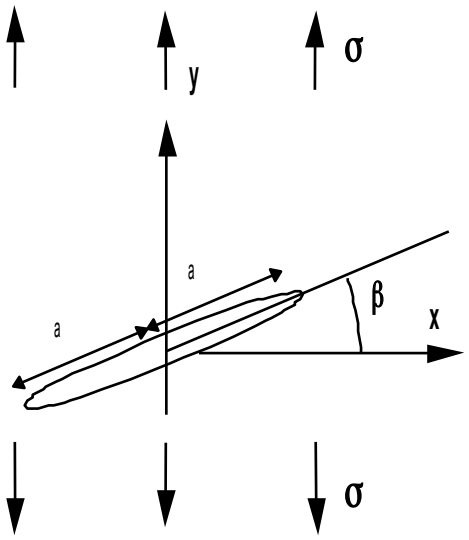
En plus de la méthode énergétique (CALC_G), on teste la méthode de calcul des facteurs d'intensité des contraintes par extrapolation des déplacements (POST_K1_K2_K3). La modélisation $B$ permet de tester cette dernière méthode avec un type de maillage préconisé (nœuds milieux au quart) pour obtenir une solution précise.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 1 Problème de référence

## 1.1 Géométrie




On attribue une valeur quelconque à l'inclinaison, $\beta = 37\, degrés$ .
On choisit $a = 1.\mathrm{E}-3\, m$ .

## 1.2 Propriétés du matériau

Le matériau est élastique linéaire isotrope, de module d'Young $E = 2.\mathrm{E}11\, Pa$ et de coefficient de Poisson $\nu = 0.3$ .
La courbe de traction est définie telle que :

- la pente soit égale à 3.
- la limite d'élasticité soit égale à $1.88\, GPa$ .

L'hypothèse des contraintes planes est appliquée.

## 1.3 Conditions aux limites et chargements

•Limites arbitraires du domaine maillé :

$-x_{max} \leq x \leq x_{max}$ avec $x_{max} = 10\mathrm{a}$

$-y_{max} \leq y \leq y_{max}$ avec $y_{max} = 20\mathrm{a}$

•Conditions aux limites :

De façon à bloquer exclusivement les 3 modes rigides plans.

$UX = UY = 0$ au coin inférieur gauche du modèle complet.

$UY = 0$ au coin inférieur droit du modèle complet.

Sur le bord inférieur, nous imposons $UY = 0$

•Chargement: tension uniforme $\sigma_{yy} = \sigma_0$ sur le bord supérieur :

La valeur de $\sigma_0$ vaut $100\mathrm{MPa}$ , en contraintes planes.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 2 Solution de référence

## 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Fonction de contrainte d'Airy.

## 2.2 Résultats de référence

$$K_I = \sigma_0 \sqrt{(\pi_0)} \cos^2 \beta$$

$$K_{II} = \sigma_0 \sqrt{(\pi_0)} \sin \beta \cos \beta$$

$$G_{ref} = \frac{1}{E}\left(K_I^2 + K_{II}^2\right)$$ (en contraintes planes)

## 2.3 Incertitude sur la solution

Solution analytique exacte (Irwin) en milieu illimité.

## 2.4 Références bibliographiques

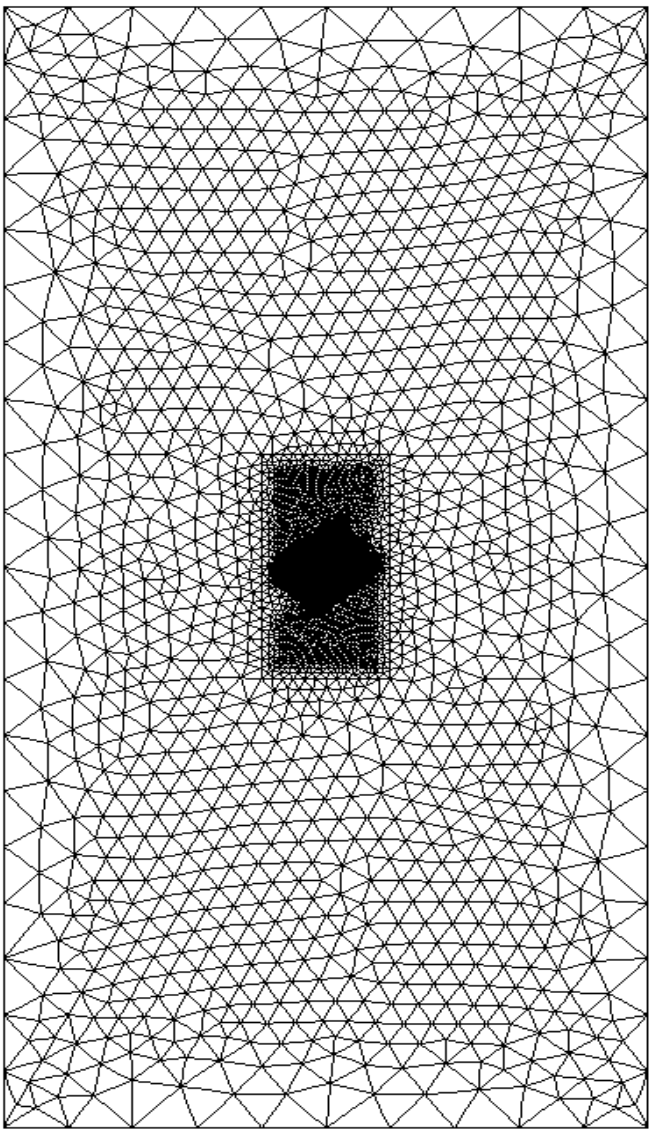
1 Y. MURAKAMI Stress intensity factors handbook, case 4.2, page 188. The Society of Materials Science, Japan, Pergamon Press, 1987.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 3 Modélisation A

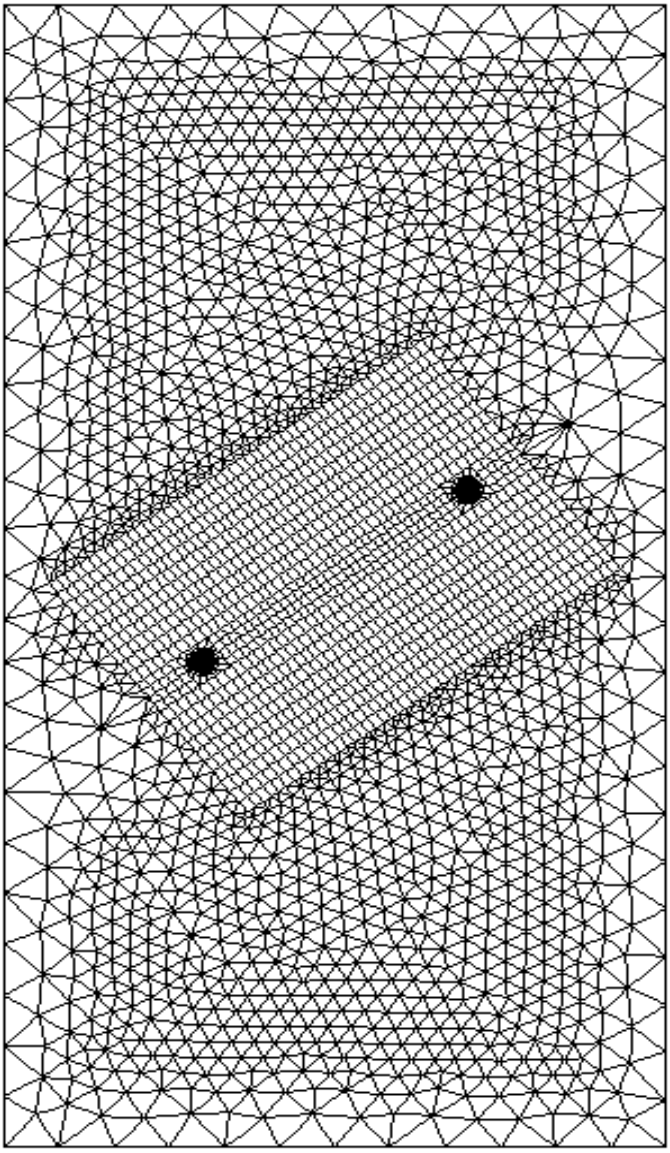
## 3.1 Caractéristiques de la modélisation



**Modèle complet**



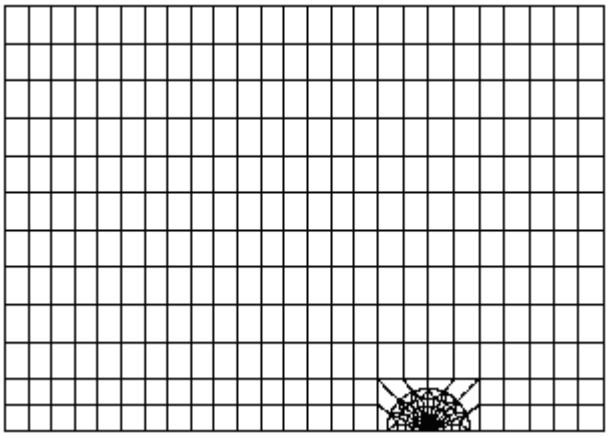
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)



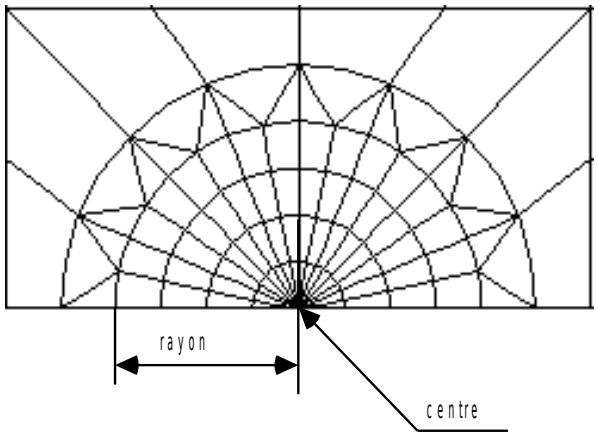
**Après symétrisation et orientation**



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)



**Bloc initial 2D**




Le rayon vaut $7{,}5\text{E-}5\,m$

## 3.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage est constitué de 14888 nœuds et 6674 éléments, dont 1392 éléments QUAD8 et 5282 éléments TRIA6.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

## 3.3 Grandeurs testées et résultats

### 3.3.1 Résultats obtenus avec CALC_G

| Identification | Référence (analytique) | % tolérance |
|---|---|---|
| G | 1,0019 $10^2$ | 2,0 |
| $K_I$ | 3,5750 $10^6$ | 1,0 |
| $K_{II}$ | 2,6939 $10^6$ | 1,0 |

**Tableau 3.3.1-1**

### 3.3.2 Résultats obtenus avec POST_K1_K2_K3

| Identification | Référence (analytique) | % tolérance |
|---|---|---|
| G | 1,0019 $10^2$ | 4,0 |
| $K_I$ | 3,5750 $10^6$ | 1,2 |
| $K_{II}$ | 2,6939 $10^6$ | 3,0 |

**Tableau 3.3.2-1**

Les valeurs obtenues avec POST_K1_K2_K3 sont également testées en non-régression :

| Identification | Référence (non-régression) | % tolérance |
|---|---|---|
| G | 96,85 | 0,1 |
| $K_I$ | 3,5379307159775 $10^6$ | 0,1 |
| $K_{II}$ | 2,6179089643527 $10^6$ | 0,1 |

**Tableau 3.3.2-2**

On teste également la possibilité de donner à POST_K1_K2_K3 directement les tables des sauts de déplacement, en faisant un test de par rapport aux valeurs précédemment obtenues

| Identification | Référence (autre aster) | % tolérance |
|---|---|---|
| G | 96,85 | 0,1 |
| $K_I$ | 3,5379307159775 $10^6$ | 0,1 |
| $K_{II}$ | 2,6179089643527 $10^6$ | 0,1 |

**Tableau 3.3.2-3**



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 4 Modélisation B

## 4.1 Caractéristiques de la modélisation

Même forme de maillage que précédemment, mais modification des coordonnées des nœuds milieux des arêtes touchant le fond de fissure, pour les déplacer au quart de ces arêtes (méthode de Barsoum).

Cette modification des coordonnées des nœuds est réalisée par une procédure GIBI accessible dans le ficher de données de maillage (SSLP313B.datg).

## 4.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage est constitué de 14888 nœuds et 6674 éléments, dont 1392 éléments QUAD8 et 5282 éléments TRIA6.

## 4.3 Grandeurs testées et résultats

### 4.3.1 Résultats obtenus avec CALC_G

| Identification | Référence (analytique) | % tolérance |
|---|---|---|
| G | $1{,}0019\ 10^{2}$ | 2,0 |
| $K_I$ | $3{,}5750\ 10^{6}$ | 1,0 |
| $K_{II}$ | $2{,}6939\ 10^{6}$ | 1,0 |

**Tableau 4.3.1-1**

### 4.3.2 Résultats obtenus avec POST_K1_K2_K3

| Identification | Référence (analytique) | % tolérance |
|---|---|---|
| G | $1{,}0019\ 10^{2}$ | 4,0 |
| $K_I$ | $3{,}5750\ 10^{6}$ | 1,2 |
| $K_{II}$ | $2{,}6939\ 10^{6}$ | 3,0 |

**Tableau 4.3.2-1**



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 5 Synthèse des résultats

Avec ce choix des limites du domaine de calcul, nous obtenons des écarts de l'ordre de $1\%$ sur les coefficients $K_I$ et $K_{II}$, et sur le taux de restitution d'énergie $G$.

En ce qui concerne la méthode POST_K1_K2_K3, les résultats sont plus éloignés de la référence avec un maillage standard (de $-1\%$ à $-30\%$ d'écart), par contre, avec un maillage de type Barsoum (nœuds milieux au quart des côtés), préconisé pour ce type de méthode, les écarts sont compris entre $-3\%$ et $+1.2\%$, ce qui est relativement précis.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)