SSLP305 - Disque mince en appui sous charge concentrée

Résumé :

Le test a pour but de valider le calcul de l'énergie potentielle en élasticité linéaire.

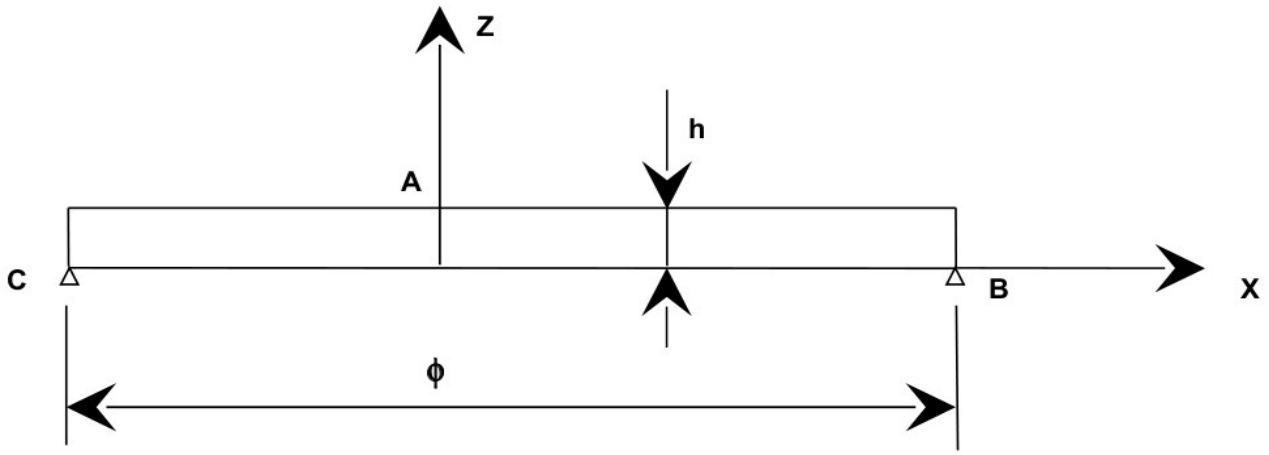
Une seule modélisation axisymétrique est présentée.

La solution de référence est analytique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



Diamètre : $\phi = 0.5\,m$

Épaisseur : $h = 0.005\,m$

1.2 Propriétés de matériaux

Module d'Young : $E = 2.1 \times 10^{11}\,Pa$

Coefficient de Poisson : $\nu = 0.3$

1.3 Conditions aux limites et chargements

- Appui sur le bord ($w = 0$)
- Charge concentrée au point A : $P = -350\,N$

1.4 Conditions initiales

Sans objet pour l'analyse statique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

- La valeur du déplacement axial au centre du disque (point A) est donné par :

$$W_a = -\frac{P\phi^2}{64\pi D} \times \frac{3+\nu}{1+\nu}$$

où $D = \frac{E\,h^3}{12(1-\nu^2)}$

- La valeur de l'énergie potentielle (à l'équilibre) est donnée par :

$$E_p = -\frac{1}{2} P W_a$$

- La valeur absolue de l'énergie potentielle par radian est :

$$e_p = \frac{1}{2}\frac{P W_a}{2\pi}$$

2.2 Résultats de référence

- Déplacement au point A : $W_a = -0.4596 \times 10^{-3} m$
- Energie potentielle par radian : $e_p = 0.012799\ Nm/rd$

2.3 Incertitude sur la solution

Solution analytique.

2.4 Références bibliographiques

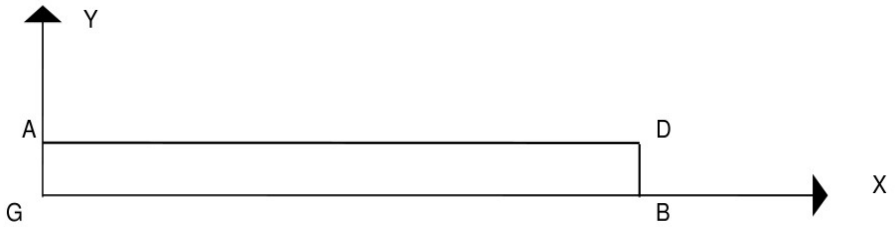
1) R. J. ROARK et W. C. YOUNG Formulas for stress and strain, 5 ème édition, New York, Mc Graw-Hill, 1975

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

C'est une modélisation axisymétrique.



Conditions limites :

en B DDL_IMPO : (GROUP_NO : B DY : 0.)
sur AG DDL_IMPO : (GROUP_NO : lAG DX : 0.)

Chargement :

en A FORCE_NODALE : (GROUP_NO : A FY : -55.704)

Nom des nœuds :
$A=N1$ $B=N755$ $D=N858$ $G=N201$

Découpage : 100 éléments suivant le rayon
2 éléments suivant l'épaisseur

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 905

Nombre de mailles et types : 100 QUAD 8, 200 TRIA 6, 208 SEG 3

3.3 Valeurs testées

Localisation	Type de valeur	Référence	*Aster*	% différence
Point A	$W_A(m)$	–0.4596 10^{-3}	–0.4617 10^{-3}	0.46
	$e_p(Nm/rd)$	– 1.2799 10^{-2}	– 1.2859 10^{-2}	0.47

3.4 Remarques

- La valeur de la charge à fournir est ramenée à un secteur de 1 radian. Par conséquent, la valeur de l'énergie potentielle donnée sur le fichier résultat correspond à la déformation de ce secteur (au signe près).
- L'option ENERPOT calcule en fait une énergie de déformation :

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$E_d = \frac{1}{2} U^T K U$ qui est identique à l'énergie potentielle au signe près :

$$E_p = \frac{1}{2} U^T K U - U^T F = -\frac{1}{2} U^T F = -\frac{1}{2} U^T K U \text{ (car } KU = F \text{)}$$

4 Synthèse des résultats

Ces bons résultats sur le déplacement et l'énergie de déformation (écart similaire de 0,5 % avec la solution de référence analytique) montrent que le calcul de cette énergie est correcte. Pour approcher encore mieux la valeur de référence, il faudrait discrétiser davantage le maillage.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)