SSLP103 - Calcul des coefficients d'intensité de contraintes K_I et K_{II} pour une plaque circulaire fissurée en élasticité linéaire

Résumé

Il s'agit d'un test de mécanique de la rupture en élasticité linéaire statique pour un problème bidimensionnel. On considère une plaque circulaire fissurée (avec une fissure inclinée de 30 degrés par rapport à l'axe des abscisses) pour laquelle on calcule :

- les coefficients d'intensité de contraintes K_I et K_{II},
- le taux de restitution d'énergie G à partir de la formule d'IRWIN.

L'intérêt du test est de connaître la solution analytique qui donne les coefficients d'intensité de contraintes et d'avoir une fissure inclinée.

Deux modélisations sont :
- Modélisation A : FEM pour éléments C_PLAN, D_PLAN
- Modélisation B : FEM pour éléments D_PLAN_INCO_UPG, D_PLAN_INCO_UP

Ce test comprend une modélisation qui traite successivement les déformations planes et les contraintes planes (éléments de milieux continus).

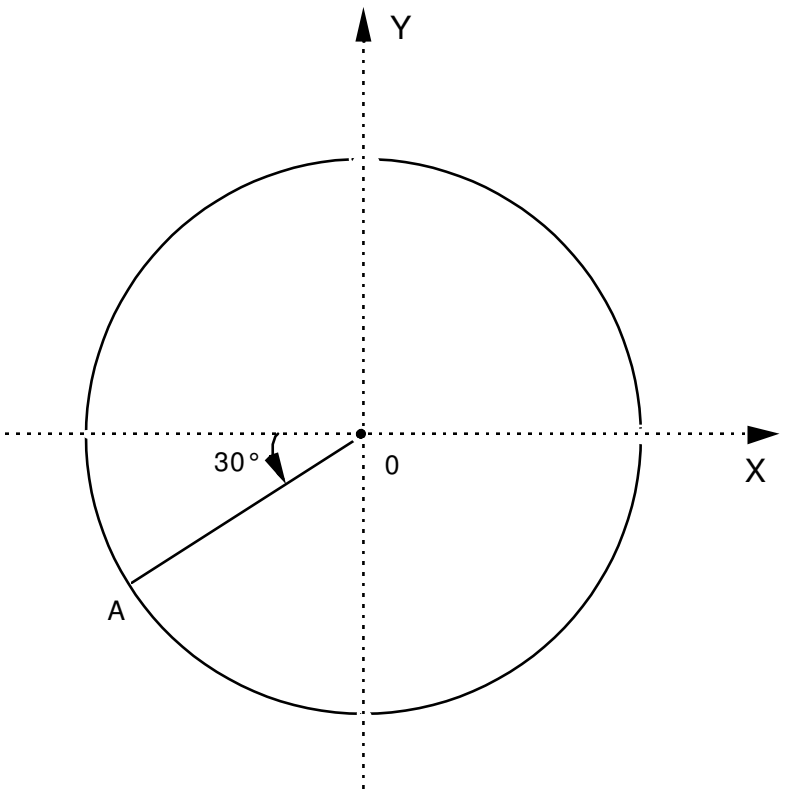
Les résultats numériques ne s'écartent pas plus de $1\ \%$ à $2\ \%$ des valeurs de références.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

Il s'agit d'une plaque circulaire de rayon $OA = 100\,mm$, avec une fissure inclinée de 30 degrés par rapport à l'axe des abscisses.



1.2 Propriétés de matériaux

Les caractéristiques du matériau sont les suivantes :

$E = 200\,000\,MPa$

$\nu = 0.3$

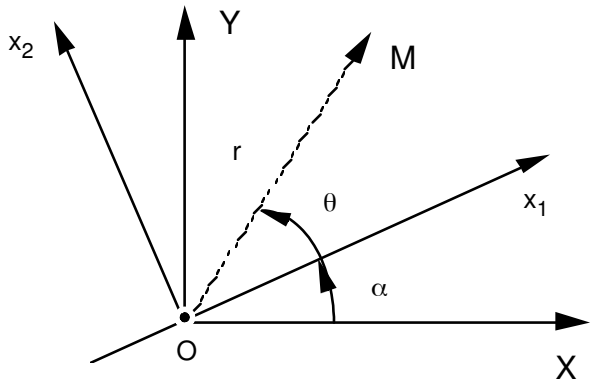
1.3 Conditions aux limites et chargements

Les déplacements sont imposés sur le contour de la plaque. Ils sont issus de la solution analytique singulière en mode mixte (avec $K_I = 2.$ et $K_{II} = 1.$).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence



En déformations planes ou en contraintes planes, la répartition des déplacements est donnée dans ce repère $(0, x_1, x_2)$ par :

$$\begin{cases} u_1 = \frac{1+\nu}{E}\sqrt{\frac{r}{2\pi}}\left(K_I \cos\frac{\theta}{2}(k-\cos\theta)+K_{II}\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)(k-\cos\theta+2)\right) \\ u_2 = \frac{1+\nu}{E}\sqrt{\frac{r}{2\pi}}\left(K_I \sin\frac{\theta}{2}(k-\cos\theta)-K_{II}\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)(k+\cos\theta-2)\right) \end{cases}$$

avec $k = 3-4\nu$ en déformations planes

$k = \frac{3-\nu}{1+\nu}$ en contraintes planes

ou dans le repère (O, X, Y) par : $\begin{cases} u_x = \cos\alpha\, u_1 - \sin\alpha\, u_2 \\ u_y = \sin\alpha\, u_1 + \cos\alpha\, u_2 \end{cases}$

Sur le contour de la plaque, on a : $r = OA = 100\,mm$.

On choisit de prendre $K_I = 2.$ et $K_{II} = 1.$ et d'imposer les déplacements sur le contour de la plaque circulaire.

2.2 Résultats de référence

$K_I = 2.$
$K_{II} = 1.$
$G = 2.275\,10^{-5}$ en déformations planes
$G = 2.5\,10^{-5}$ en contraintes planes

2.3 Références bibliographiques

1) H.D. BUI Mécanique de la rupture Fragile - Ed. Masson 1978

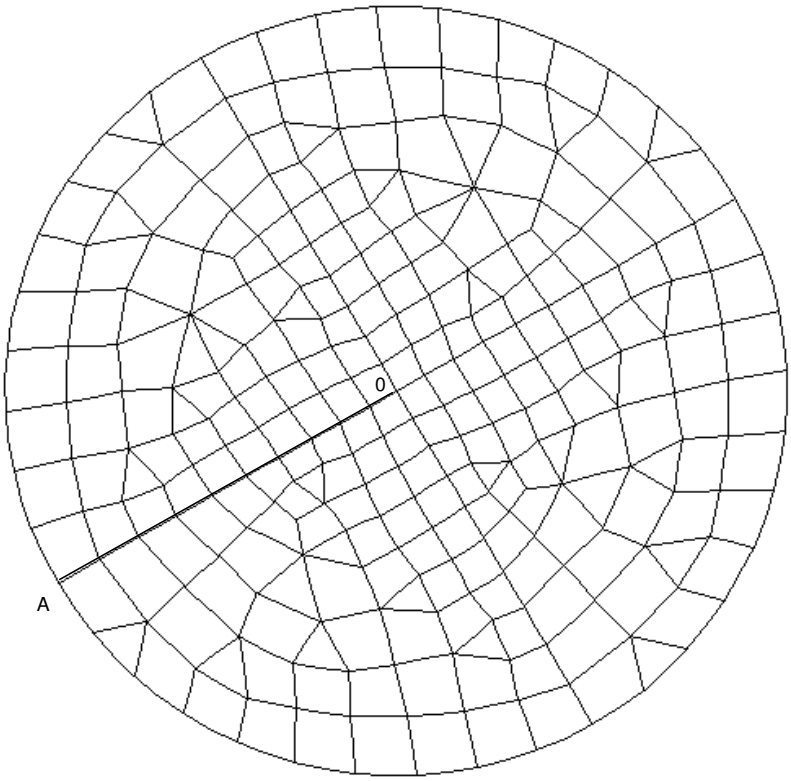
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A : FEM pour éléments D_PLAN et C_PLAN

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Le calcul est réalisé en contraintes planes (C_PLAN) puis en déformations planes (D_PLAN).



3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 737

Nombre de mailles et types : 204 mailles QUAD8, 30 mailles TRIA6

3.3 Grandeurs testées et résultats

Les valeurs testées sont les coefficients d'intensité de contraintes K_I et K_{II} et le taux de restitution d'énergie G calculé par la formule d'IRWIN :

Identification	Référence	*Aster*	% différence
Contraintes planes			
K_I	2.0	2.0067	0.33
K_{II}	1.0	0.9877	1.23
G	2.5 10^{-5}	2.5213 10^{-5}	0.85
Déformations planes			

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

K_I	2.0	2.0030	0.15
K_{II}	1.0	0.9960	0.39
G	2.275 10 -5	2.2968 10 -5	0.96

3.4 Remarques

La formule d'IRWIN donne : $G=\frac{(1-\nu^2)}{E}(K_I^2+K_{II}^2)$ en déformations planes

et $G=\frac{1}{E}(K_I^2+K_{II}^2)$ en contraintes planes.

Les calculs sont réalisés avec une couronne d'intégration de rayon inférieure 10.0 et de rayon supérieur 20.0 .

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B : FEM pour éléments D_PLAN_INCO_UPG, D_PLAN_INCO_UP

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Identique à la modélisation A hormis l'utilisation des éléments D_PLAN_INCO_UPG, D_PLAN_INCO_UP.

4.2 Caractéristiques du maillage

Identiques à la modélisation A

4.3 Grandeurs testées et résultats

Les valeurs testées sont les coefficients d'intensité de contraintes K_I et K_{II} et le taux de restitution d'énergie G calculé par la formule d'IRWIN :

Identification	Option	Référence	Type de référence	% tolérance
G	G	2.275E-5	ANALYTIQUE	2
$K1$	K	2	ANALYTIQUE	2
$K2$	K	1	ANALYTIQUE	7
G_{IRWIN}	K	2.275E-5	ANALYTIQUE	3

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Synthèses des résultats

Les valeurs numériques des coefficients d'intensité de contraintes et du taux de restitution de l'énergie ne s'écartent pas plus de 1 à 2% des valeurs de références, ce qui est satisfaisant.

Le maillage pourrait être amélioré, en particulier au voisinage du fond de fissure.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)