SSLL404 - Flambement d'une arche

Résumé
Le domaine d'application de ce test est l'analyse de stabilité des structures. La structure étudiée est une arche fléchie par des moments appliqués aux deux extrémités; elle est modélisée par des éléments de poutres droites. Le but est de calculer les valeurs critiques des moments.

L'intérêt de ce test réside dans les aspects suivants :

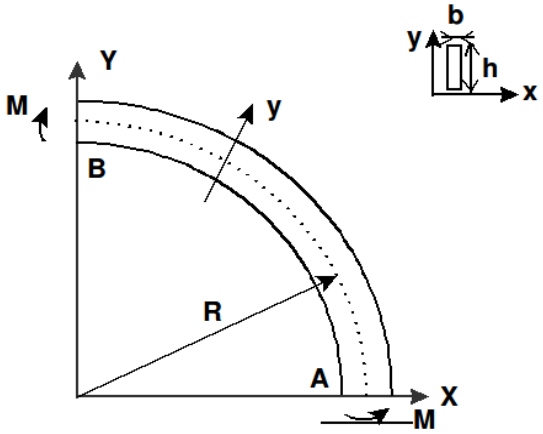
- calcul d'une matrice de rigidité géométrique pour les éléments POU_D_E.
- test des méthodes modales de CALC_MODES en stabilité
- présence de valeurs propres voisines

Les charges propres calculées sont comparées à des valeurs obtenues analytiquement pour un modèle de poutre d'Euler-Bernoulli.
Dans ce test, on valide également l'option OPTION_INV='RAYLEIGH' (sous SOLVEUR_MODAL) de la commande CALC_MODES.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



Rayon de courbure	$R=0.3\,m$
Hauteur du profil	$h=0.015\,m$
Largeur du profil	$b=0.002\,m$
Section	$S=bh$
1ère inertie de flexion	$I_X=bh^3/12$
2ème inertie de flexion	$I_Y=hb^3/12$
Inertie de torsion	$J=hb^3/3$

1.2 Propriétés des matériaux

Module de Young	$E=7.E10\,N/m^2$
Coefficient de Poisson	$\nu=0.3$
Module de glissement	$G=E/2(1+\nu)$

1.3 Conditions aux limites et chargement

La poutre est bi-appuyée. On empêche la torsion de la section aux extrémités A et B. Pour respecter les hypothèses du modèle théorique pris comme référence, il est important que le moment soit constant et que l'effort normal soit nul le long de la poutre. C'est pourquoi on laisse libre le déplacement u selon X au point B. Les conditions aux limites sont :

- Au point A : $u=v=w=0$; $\Phi_Y=0$
- Au point B : $v=w=0$; $\Phi_X=0$

L'état de contrainte initial qui permet de réaliser l'analyse de stabilité est obtenu en imposant un moment de flexion autour de l'axe Z, aux points A et B : $M=1\,Nm$

1.4 Conditions initiales

Sans objet en analyse statique de stabilité.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

La solution de référence est obtenue analytiquement pour une poutre d'Euler-Bernoulli. Les aspects théoriques sont développés dans la référence [bib1].
En utilisant les notations du paragraphe [§1], les valeurs critiques sont données par l'expression :

$$M_{CR} = -\frac{EI_x + GJ}{2R} \pm \sqrt{\left(\frac{EI_x - GJ}{2R}\right)^2 + 4n^2 \frac{EI_x GJ}{R^2}} \quad n = 1,2,3,...$$

Le signe plus correspond à des moments positifs tels qu'ils sont indiqués sur la figure du [§1.1].

2.2 Résultats de référence

Les 5 premières charges critiques sont classées par ordre de module croissant.

Mode	Moment critique (Nm)
1	2.86074
2	8.63207
3	–8.78382
4	14.4147
5	–14.5551

2.3 Incertitude sur la solution

Solution analytique

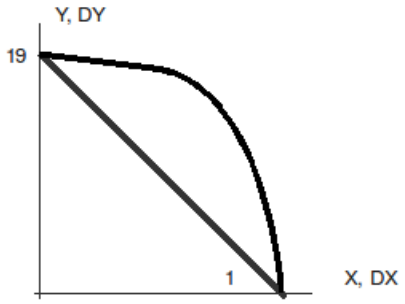
2.4 Références bibliographiques

[1] TIMOSHENKO Stephen P., GERE James M., Theory of Elastic Stability, McGraw-Hill, International Edition, 1963, pp. 313-318.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation



L'arche est maillée au moyen d'éléments de poutre droite de type POU_D_E .
Conditions aux limites :

- Au point A tel que $X=R$, $Y=0$: $DX=DY=DZ=0$ et $RY=0$
- Au point B tel que $X=0$, $Y=R$: $DY=DZ=0$ et $RX=0$

Pour l'analyse statique, des moments unitaires autour de Z sont définis aux noeuds 1 et 19.

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 19
Nombre de mailles : 18 POU_D_E

3.3 Grandeurs testées et résultats

Charge critique

3.3.1 CALC_MODES avec SOLVEUR_MODAL=_F(METHODE = 'SORENSEN')

Identification N° charge critique	Référence	Code_Aster	% différence
1	2.86074	2.75137	3.823
2	8.63207	8.30613	3.776
3	-8.78382	-8.39554	4.420
4	14.4147	13.93216	3.348
5	-14.5551	-14.01104	3.738

3.3.2 CALC_MODES avec OPTION = 'PROCHE'

Identification N° charge critique	Référence	Code_Aster	% différence
1	2.86074	2.75137	3.823
2	8.63207	8.30613	3.776
3	-8.78382	-8.39554	4.420
4	14.4147	13.93216	3.348
5	-14.5551	-14.01104	3.738

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3.3.3 CALC_MODES avec OPTION = 'SEPARE'

Identification N° charge critique	Référence	Code_Aster	% différence
1	2.86074	2.75137	3.823
2	8.63207	8.30613	3.776
3	-8.78382	-8.39554	4.420
4	14.4147	13.93216	3.348
5	-14.5551	-14.01104	3.738

3.3.4 CALC_MODES avec OPTION = 'AJUSTE'

Identification N° charge critique	Référence	Code_Aster	% différence
1	2.86074	2.75137	3.823
2	8.63207	8.30613	3.776
3	-8.78382	-8.39554	4.420
4	14.4147	13.93216	3.348
5	-14.5551	-14.01104	3.738

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Synthèse des résultats

Les méthodes de Sorensen et des itérations inverses (OPTION='PROCHE' ou 'SEPARE' ou 'AJUSTE') donnent des résultats identiques et satisfaisants puisque l'écart maximum avec la solution analytique est inférieur à 4.5% . On rappelle que la solution analytique prend en compte la courbure de la structure.
Les éléments MEPOUCT n'ont pu être utilisés dans ce test car le calcul de la matrice de rigidité géométrique n'est pas disponible pour ce type d'élément.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)