SSLL106 - Tuyau droit

Résumé :

Ce test permet une vérification simple des éléments de tuyaux droits en mécanique des structures statique linéaire. Le modèle est linéique.

Pour chaque modélisation, 6 types de chargement sont appliqués à l'extrémité : une traction, 2 efforts tranchants, 2 moments de flexion et une torsion. On applique de plus une pression interne, une force linéique répartie et une dilatation thermique.

Les valeurs testées sont les déplacements, les efforts aux nœuds, et les contraintes et déformations aux points de Gauss. La solution de référence est analytique (RDM).

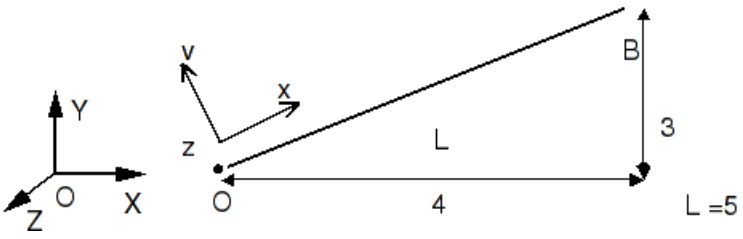
- Deux modélisations (A et B) permettent de tester l'élément TUYAU à 3 modes de Fourier (modélisation TUYAU_3M) : la modélisation A utilise MECA_STATIQUE, la modélisation B utilise STAT_NON_LINE (comportement élastique).
- Deux modélisations (C et D) permettent de tester l'élément TUYAU avec 6 modes de Fourier (modélisation TUYAU_6M).
- Deux modélisations (E et F) permettent de tester l'élément TUYAU avec 3 modes de Fourier et 4 nœuds (modélisation TUYAU_3M).

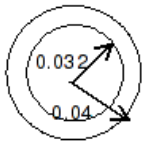
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

Poutre droite de longueur L, de vecteur directeur $(4,3,0)$.





Section du tuyau

Section tubulaire de rayon extérieur $a=0.04\text{m}$, de rayon interne $b=0.032\text{m}$, d'épaisseur $e=0.008\,m$.

1.2 Propriétés de matériaux

Le matériau utilisé a un comportement élastique. Les paramètres matériaux prennent les valeurs suivantes:

- Module d'Young $E=2.10^{11}\,Pa$,
- Coefficient de Poisson $\nu=0.3$,
- Masse volumique $\rho=7800\,kg/m^3$,
- Coefficient de dilatation thermique $\alpha=10^{-5}$.

1.3 Conditions aux limites et chargements

- Encastrement en O
- 6 Chargements élémentaires à l'extrémité B
  - dans le repère (x,y,z) lié à la poutre :
    $F_x=5.10^2\,N$ $M_x=5.10^2\,Nm$
    $F_y=5.10^2\,N$ $M_y=5.10^2\,Nm$
    $F_z=5.10^2\,N$ $M_z=5.10^2\,Nm$
  - soit, dans le repère global (X,Y,Z) :
    - 1 chargement de traction : $F_X=4.10^2\,N$ et $F_Y=3.10^2\,N$
    - 2 efforts tranchants :dans le plan (oxy) $F_X=-3.102\,N$ et $F_Y=4.10^2\,N$ et dans le plan (oyz) $F_Z=5.10^2\,N$
    - 1 moment de torsion : $M_X=4.10^2\,Nm$ et $M_Y=3.10^2\,Nm$
    - 2 efforts tranchants :dans le plan (oxy) $M_X=-3.10^2\,Nm$ et $M_Y=4.10^2\,Nm$ et dans le plan (oyz) $M_Z=5.10^2\,Nm$
      - Pression interne : $P=10^7\,Pa$
      - Pesanteur, avec $g=10\text{m}/s^2$, dans la direction $-Z$
      - Chargement linéique, $Fz=-141.146\,N/m$ (ce qui correspond à la charge due à la pesanteur : $Fz=mg$)
      - Dilatation thermique : $Temp=100\,°C$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1.4 Notation des caractéristiques de sections transversales

Les caractéristiques géométriques des sections transversales sont notées :

- S : aire de la section
- I_y, I_z : moments d'inertie géométriques par rapport aux axes principaux d'inertie de la section
- J_x : constante de torsion

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Solution analytique [bib1]: déplacements en B dans le repère $(Oxyz)$ lié à la poutre.

Traction simple : $u_x=\frac{F_x L}{E S}$

Flexion simple : $u_y=\frac{F_y L^3}{3 E I_z}$ $\theta_z=\frac{L^2 F_y}{2 E I_z}$

Flexion simple : $u_z=\frac{F_z L^3}{3 E I_y}$ $\theta_y=\frac{-L^2 F_z}{2 E I_y}$

Torsion : $\theta_x=\frac{M_x L}{G J_x}$

Flexion pure : $u_z=\frac{-M_y L^2}{2 E I_y}$ $\theta_y=\frac{M_y L}{E I_y}$

Flexion pure : $u_y=\frac{M_z L^2}{2 E I_z}$ $\theta_z=\frac{M_z L}{E I_z}$

Pression : $u_r=\frac{P a^2 r}{E\left(b^2-a^2\right)}\left[(1-\nu)+(1+\nu)\frac{b^2}{r^2}\right]$ calculé en $r=\frac{a+b}{2}$

en fait $u_r\in[7.12\text{E-}06, 7.78\text{E-}06]$ pour $r\in[b, a]$

Ici, les valeurs sont obtenues avec :

$S=1.809557\text{E-}03\,m^2$ $I_y=I_z=1.18707\text{E-}06\,m^4$ $J_x=2.37414\text{E-}06\,m^4$ $L=5\,m$

Pour les déformations généralisées de poutre, on obtient, par la loi de comportement :

Traction simple : $\epsilon_x=\frac{F_x}{E S}$

Flexion simple : $\gamma_{xy}=\frac{F_y}{G S}$ $\kappa_z=\frac{F_y(L-x)}{E I_z}$

Flexion simple : $\gamma_{xz}=\frac{F_z}{G S}$ $\kappa_y=\frac{F_z(L-x)}{E I_y}$

Torsion : $\kappa_x=\frac{M_x}{G J_x}$

Flexion pure : $\kappa_y=\frac{M_y}{E I_y}$

Flexion pure : $\kappa_z=\frac{M_z}{E I_z}$

Chargement de pesanteur et chargement linéique :

Si p désigne la charge répartie, le moment à l'origine vaut : $M(o)=\frac{p L^2}{2}$ et de déplacement suivant z à l'extrémité B vaut : $u_z(B)=\frac{p L^4}{8 E I}$.

Le chargement de dilatation thermique conduit à un déplacement axial (dans la direction locale x) :

$U_x(B)=L(\alpha T)$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Les déformations de dilatation libre de la surface du tuyau sont simplement, en repère local :

$$\epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} = \alpha T$$

Enfin pour valider le calcul de la matrice de masse, une analyse modale des 12 premiers modes propres (avec encastrement en O) doit donner, pour les modes de flexion :

$$f_i = \left(\frac{\lambda_i}{L}\right)^2 \sqrt{\frac{E I}{\rho S}}$$

Mode	λ_i	Fréquence
1	1.87510407	2.9030234
2	4.69409113	18.192937
3	7.85475744	50.9407506
4	10.9955407	99.8235399
5	14.1371684	165.015464
6	17.2787596	246.504532
7	20.4203522	344.291453
8	23.5619449	458.376195
9	26.7035376	588.758758
10	29.8451302	735.43914
11	32.9867229	898.417343
12	36.1283155	1077.69337

2.2 Résultats de référence

- Déplacement aux point B , efforts, contraintes et déformations au voisinage du point O .
- Déformation généralisées.
- Fréquences propres

2.3 Incertitude sur la solution

Solution analytique.

2.4 Références bibliographiques

1. Manuel de validation, test SSLL102 Poutre encastrée soumise à des efforts unitaires [V3.01.102]

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

10 éléments TUYAU.

3.2 Caractéristiques du maillage

10 mailles SEG3. La poutre est orientée selon le vecteur $(4,3,0)$.

3.3 Remarques sur le contenu des champs

Les champs aux points de Gauss pour l'élément TUYAU , EPSI_ELGA et SIEF_ELGA, qui fournissent les déformations et les contraintes aux points d'intégration dans le repère local de l'élément, sont organisés de la façon suivante :
On stocke les valeurs :

pour chaque point de Gauss dans la longueur, $(n=1,3)$

pour chaque point d'intégration dans l'épaisseur, $(n=1,2\mathrm{N}_{COU}+1=7)$

pour chaque point d'intégration sur la circonférence, $(n=1,2\mathrm{N}_{SECT}+1=33)$

6 composantes de déformation ou de contraintes :

EPXX EPYY EPZZ EPXY EPXZ EPYZ ou
SIXX SIYY SIZZ SIXY SIXZ SIYZ

où X désigne la direction donnée par les deux nœuds sommets de l'élément, Y représente l'angle ϕ décrivant la circonférence et Z représente le rayon. EPZZ et EPYZ correspondent à ϵ_{rr}, $\epsilon_{r\phi}$ dans le cas des déformations et SIZZ et SIYZ correspondant à σ_{rr}, $\sigma_{r\phi}$ dans le cas des contraintes sont prises égales à zéro.
Pour MECA_STATIQUE ou MACRO_ELAS_MULT , le nombre de couches est fixé, et égal à 3, et le nombre de secteurs est égal à 16.
EFGE_ELNO représente les efforts généralisés aux 3 nœuds de la façon classique : N, VY, VZ, MT, MFY, MFZ .

3.4 Grandeurs testées et Résultats de la modélisation A

Cas de charge	Grandeur	Référence	% différence
$F_X=4.0\mathrm{E}+02$	DX	5.53E–06	–0.04
$F_Y=3.00\mathrm{E}+02$	DY	4.14E–06	–0.04
$F_X=-3.0\mathrm{E}+02$	DRZ	2.63E–02	–0.04
$F_Y=4.0\mathrm{E}+02$	DX	–5.27E–02	–0.056
	DY	7.02E–02	–0.056
$F_Z=5.0\mathrm{E}+02$	DRX	1.58E–02	–0.04
	DRY	–2.11E–02	–0.039
	DZ	8.78E–02	–0.056
$M_X=4.0\mathrm{E}+02$	DRX	1.10E–02	0
$M_Y=3.0\mathrm{E}+02$	DRY	8.21E–03	0
$M_X=-3.0\mathrm{E}+02$	DRX	–6.32E–03	–0.04
$M_Y=4.0\mathrm{E}+02$	DRY	8.42E–03	–0.04
	DZ	–2.63E–02	–0.04
$M_Z=5.0\mathrm{E}+02$	DRZ	1.05E–02	–0.039
	DX	–1.58E–02	–0.04
	DY	2.11E–02	–0.039
7 : pression	WO	7.38E–06	–2.946
8 : pesanteur	DZ	–4.646E-02	0.09
9 : charge répartie	DZ	–4.646E-02	0.09

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Cas de charge	Champ	Maille	Point	Composante	Référence	% différence
1	EFGE_ELNO	M18	1	N	5.00E+02	0.136
1	EPSI_ELGA	M18	1	EPXX	1.38E–06	–0.031
1	SIEF_ELGA	M18	1	SIXX	2.76E+05	–1.159
4	EFGE_ELNO	M18	1	MT	5.00E+02	0
4	EPSI_ELGA	M18	1	EPXY	–8.77E–05	–0.102
4	EPSI_ELGA	M18	693	EPXY	–1.09E–04	0.049
4	SIEF_ELGA	M18	1	SIXY	–6.75E+06	–0.159
4	SIEF_ELGA	M18	693	SIXY	–8.42E+06	0.049
5	EFGE_ELNO	M18	1	MFY	5.00E+02	0.123
5	EPSI_ELGA	M18	479	EPXX	6.74E–05	–0.046
5	SIEF_ELGA	M18	479	SIXX	1.35E+07	–1.288
6	EFGE_ELNO	M18	1	MFZ	5.00E+02	0.123
6	EPSI_ELGA	M18	471	EPXX	6.74E–05	–0.046
6	SIEF_ELGA	M18	471	SIXX	1.35E+07	–1.288
7	EPSI_ELGA	M18	1	EPYY	2.28E–04	–1.716
7	EPSI_ELGA	M18	693	EPYY	1.78E–04	0.741
7	SIEF_ELGA	M18	1	SIYY	4.56E+07	–0.641
7	SIEF_ELGA	M18	693	SIYY	3.56E+07	–0.371
8	EFGE_ELNO	M1	1	MFY	1764.3	2
9	EFGE_ELNO	M1	1	MFY	1764.3	2

Déformations généralisées DEGE_ELNO :

Cas de charge	Chargements	Grandeur	Référence	% différence
1	$F_X=4E+02$	EPXX	1.38155E-06	–0.04
	$F_Y=3E+02$			
2	$F_X=-3E+02$	GAXY	3.5920E-06	32.0
	$F_Y=4E+02$	KZ	1.0530E–02	–1.2
3	$F_Z=5E+02$	GAXZ	3.5920E-06	32
		KY	– 1.0530E–02	–1.2
4	$M_X=4E+02$	GAT	2.73783E-03	0
	$M_Y=3E+02$			
5	$M_X=-3E+02$	KY	2.1060E-03	–0.04
	$M_Y=4E+02$			
6	$M_Z=5E+02$	KZ	2.1060E-03	–0.04

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Fréquence propre	Référence	% différence
1	2.90229	0.05
2	2.90229	0.05
3	18.18967	0.08
4	18.18967	0.08
5	50.99367	0.02
6	50.99367	0.02
7	99.81783	0.2
8	99.81783	0.2
9	157.0190	0.001
10	164.9922	0.3
11	164.9922	0.3
12	253.185	2

3.5 Remarques

Les valeurs des cisaillements correspondant à l'effort tranchant ne sont pas précises pour cette modélisation. Ceci est dû aux fonctions d'interpolation d'ordre 2 de cet élément, pour les déplacements de poutre et les rotations de poutres. Comme les cisaillements transverses de poutre sont obtenus par : $\gamma_{xy} = \theta_z - \frac{du_y}{dx}$, et que pour la flexion simple, les rotations varient comme des polynômes d'ordre 2, mais les déplacements, comme des polynômes d'ordre 3, ce qui est mal approché par les fonctions d'interpolation. La dérivée des déplacements n'est donc pas précise.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

10 éléments TUYAU, calcul avec STAT_NON_LINE.

4.2 Caractéristiques du maillage

10 mailles SEG3. La poutre est orientée selon le vecteur (4, 3, 0).

4.3 Remarque sur le contenu des champs

Les champs de contraintes aux points de Gauss pour l'élément TUYAU , SIEF_ELGA, dans le repère local de l'élément, sont organisés de la façon suivante :
On stocke les valeurs :

pour chaque point de Gauss dans la longueur, $(n=1,3)$

pour chaque point d'intégration dans l'épaisseur, $(n=1,2\mathrm{N}_{COU}+1)$

pour chaque point d'intégration sur la circonférence, $(n=1,2\mathrm{N}_{SECT}+1)$

6 composantes de déformation ou de contraintes :

EPXX EPYY EPZZ EPXY EPXZ EPYZ ou
SIXX SIYY SIZZ SIXY SIXZ SIYZ

où X désigne la direction donnée par les deux nœuds sommets de l'élément, Y représente l'angle ϕ décrivant la circonférence et Z représente le rayon. EPZZ et EPYZ correspondent à ϵ_{rr}, $\epsilon_{r\phi}$ dans le cas des déformations et SIZZ et SIYZ correspondant à σ_{rr}, $\sigma_{r\phi}$ dans le cas des contraintes sont prises égales à zéro.
Dans STAT_NON_LINE , le nombre de couches est variable, ainsi que le nombre de secteurs. On utilise ici 3 couches et 16 secteurs par analogie avec la modélisation A).

4.4 Grandeurs testées et résultats de la modélisation B

Cas de charge	Grandeur	Référence	% différence
1	DX	5.53E–06	–0.04
1	DY	4.14E–06	–0.04
2	DRZ	2.63E–02	–0.04
2	DX	–5.27E–02	–0.056
2	DY	7.02E–02	–0.056
3	DRX	1.58E–02	–0.04
3	DRY	–2.11E–02	–0.039
3	DZ	8.78E–02	–0.056
4	DRX	1.10E–02	0
4	DRY	8.21E–03	0
5	DRX	–6.32E–03	–0.04
5	DRY	8.42E–03	–0.04
5	DZ	–2.63E–02	–0.04
6	DRZ	1.05E–02	–0.039
6	DX	–1.58E–02	–0.04
6	DY	2.11E–02	–0.039
7	WO	7.38E–06	–2.946

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Cas de charge	Champ	Maille	Point	Composante	Référence	% différence
1	SIEF_ELGA	M18	z	SIXX	2.76E+05	–1.159
1	EFGE_ELNO	M18	1	N	5.00E+02	0.136
4	SIEF_ELGA	M18	1	SIXY	–6.75E+06	–0.159
4	SIEF_ELGA	M18	693	SIXY	–8.42E+06	0.049
4	EFGE_ELNO	M18	1	MT	5.00E+02	0
5	SIEF_ELGA	M18	479	SIXX	1.35E+07	–1.288
5	EFGE_ELNO	M18	1	MFY	5.00E+02	0.123
6	SIEF_ELGA	M18	471	SIXX	1.35E+07	–1.288
6	EFGE_ELNO	M18	1	MFZ	5.00E+02	0.123
7	SIEF_ELGA	M18	1	SIYY	4.56E+07	–0.641
7	SIEF_ELGA	M18	693	SIYY	3.56E+07	–0.371

Déformations généralisées DEGE_ELNO :

Cas de charge	Chargements	Grandeur	Référence	% différence
1	$F_X=4E+02$	EPXX	1.38155E-06	–0.04
	$F_Y=3E+02$			
2	$F_X=-3E+02$	GAXY	3.5920E-06	32.0
	$F_Y=4E+02$	KZ	1.0530E–02	–1.2
3	$F_Z=5E+02$	GAXZ	3.5920E-06	32
		KY	–1.0530E–02	–1.2
4	$M_X=4E+02$	GAT	2.73783E-03	0
	$M_Y=3E+02$			
5	$M_X=-3E+02$	KY	2.1060E-03	–0.04
	$M_Y=4E+02$			
6	$M_Z=5E+02$	KZ	2.1060E-03	–0.04

4.5 Remarques

Les valeurs des cisaillements correspondant à l'effort tranchant ne sont pas précises pour cette modélisation. Ceci est dû aux fonctions d'interpolation d'ordre 2 de cet élément, pour les déplacements de poutre et les rotations de poutres. Comme les cisaillements transverses de poutre sont obtenus par : $\gamma_{xy}=\theta_z-\frac{du_y}{dx}$, et que pour la flexion simple, les rotations varient comme des polynômes d'ordre 2, mais les déplacements, comme des polynômes d'ordre 3, ce qui est mal approché par les fonctions d'interpolation. La dérivée des déplacements n'est donc pas précise.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

10 éléments TUYAU_6M.

5.2 Caractéristiques du maillage

10 mailles SEG3. La poutre est orientée selon le vecteur (4, 3, 0).

5.3 Remarque sur le contenu des champs

Les champs aux points de Gauss pour l'élément TUYAU , EPSI_ELGA et SIEF_ELGA, qui fournissent les déformations et les contraintes aux points d'intégration dans le repère local de l'élément, sont organisés de la façon suivante :
On stocke les valeurs :

pour chaque point de Gauss dans la longueur, $(n=1,3)$

pour chaque point d'intégration dans l'épaisseur, $(n=1,2\mathrm{N}_{COU}+1=7)$

pour chaque point d'intégration sur la circonférence, $(n=1,2\mathrm{N}_{SECT}+1=33)$

6 composantes de déformation ou de contraintes :

EPXX EPYY EPZZ EPXY EPXZ EPYZ ou
SIXX SIYY SIZZ SIXY SIXZ SIYZ

où X désigne la direction donnée par les deux nœuds sommets de l'élément, Y représente l'angle ϕ décrivant la circonférence et Z représente le rayon. EPZZ et EPYZ correspondant à ϵ_{rr}, $\epsilon_{r\phi}$ dans le cas des déformations et SIZZ et SIYZ correspondant à σ_{rr}, $\sigma_{r\phi}$ dans le cas des contraintes sont prises égales à zéro.
Pour MECA_STATIQUE ou MACRO_ELAS_MULT , le nombre de couches est fixé, et égal à 3, et le nombre de secteurs est égal à 16.
EFGE_ELNO représente les efforts généralises aux 3 nœuds de la façon classique : N, VY, VZ, MT, MFY, MFZ .

5.4 Grandeurs testées et résultats de la modélisation C

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

	Cas de charge	Grandeur	Référence	% différence
1	$F_X = 4E+02$	DX	5.53E–06	–0.04
1	$F_Y = 3E+02$	DY	4.14E–06	–0.04
2	$F_X = -3E+02$	DRZ	2.63E–02	–0.04
2	$F_Y = 4E+02$	DX	–5.27E–02	–0.056
2		DY	7.02E–02	–0.056
3	$F_Z = 5E+02$	DRX	1.58E–02	–0.04
3		DRY	–2.11E–02	–0.039
3		DZ	8.78E–02	–0.056
4	$M_X = 4E+02$	DRX	1.10E–02	0
4	$M_Y = 3E+02$	DRY	8.21E–03	0
5	$M_X = -3E+02$	DRX	–6.32E–03	–0.04
5	$M_Y = 4E+02$	DRY	8.42E–03	–0.04
5		DZ	–2.63E–02	–0.04
6	$M_Z = 5E+02$	DRZ	1.05E–02	–0.039
6		DX	–1.58E–02	–0.04
6		DY	2.11E–02	–0.039
	7 : pression	WO	7.38E–06	–2.946
	8 : pesanteur	DZ	–4.646 E-02	0.09
	9 : charge répartie	DZ	–4.646 E-02	0.09

Cas de charge	Champ	Maille	Point	Composante	Référence	% différence
1	EFGE_ELNO	M18	1	N	5.00E+02	0.136
1	EPSI_ELGA	M18	1	EPXX	1.38E–06	–0.031
1	SIEF_ELGA	M18	1	SIXX	2.76E+05	–1.159
4	EFGE_ELNO	M18	1	MT	5.00E+02	0
4	EPSI_ELGA	M18	1	EPXY	–8.77E–05	–0.102
4	EPSI_ELGA	M18	693	EPXY	–1.09E–04	0.049
4	SIEF_ELGA	M18	1	SIXY	–6.75E+06	–0.159
4	SIEF_ELGA	M18	693	SIXY	–8.42E+06	0.049
5	EFGE_ELNO	M18	1	MFY	5.00E+02	0.123
5	EPSI_ELGA	M18	479	EPXX	6.74E–05	–0.046
5	SIEF_ELGA	M18	479	SIXX	1.35E+07	–1.288
6	EFGE_ELNO	M18	1	MFZ	5.00E+02	0.123
6	EPSI_ELGA	M18	471	EPXX	6.74E–05	–0.046
6	SIEF_ELGA	M18	471	SIXX	1.35E+07	–1.288
7	EPSI_ELGA	M18	1	EPYY	2.28E–04	–1.716
7	EPSI_ELGA	M18	693	EPYY	1.78E–04	0.741
7	SIEF_ELGA	M18	1	SIYY	4.56E+07	–0.641
7	SIEF_ELGA	M18	693	SIYY	3.56E+07	–0.371
8	EFGE_ELNO	M1	1	MFY	1764.3	2
9	EFGE_ELNO	M1	1	MFY	1764.3	2

Déformations généralisées DEGE_ELNO :

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Cas de charge	Chargements	Grandeur	Référence	% différence
1	$F_X = 4.10^2$	EPXX	1.38155E-06	–0.04
	$F_Y = 3.10^2$			
2	$F_X = -3.10^2$	GAXY	3.5920E-06	32
	$F_Y = 4.10^2$	KZ	1.0530E–02	–1.2
3	$F_Z = 5.10^2$	GAXZ	3.5920E-06	32
		KY	– 1.0530E–02	–1.2
4	$M_X = 4.10^2$	GAT	2.73783E-03	0
	$M_Y = 3.10^2$			
5	$M_X = -3.10^2$	KY	2.1060E-03	–0.04
	$M_Y = 4.10^2$			
6	$M_Z = 5\ 10^2$	KZ	2.1060E-03	–0.04

Fréquence propre	Référence	% différence
1	2.90229	0.05
2	2.90229	0.05
3	18.18967	0.08
4	18.18967	0.08
5	50.99367	0.02
6	50.99367	0.02
7	99.81783	0.2
8	99.81783	0.2
9	157.0190	0.001
10	164.9922	0.3
11	164.9922	0.3
12	253.185	2

5.5 Remarques

Les valeurs des cisaillements correspondant à l'effort tranchant ne sont pas précises pour cette modélisation. Ceci est dû aux fonctions d'interpolation d'ordre 2 de cet élément, pour les déplacements de poutre et les rotations de poutres. Comme les cisaillements transverses de poutre sont obtenus par : $\gamma_{xy} = \theta_z - \frac{du_y}{dx}$, et que pour la flexion simple, les rotations varient comme des polynômes d'ordre 2, mais les déplacements, comme des polynômes d'ordre 3, ce qui est mal approché par les fonctions d'interpolation. La dérivée des déplacements n'est donc pas précise.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques de la modélisation

10 éléments TUYAU_6M, calcul avec STAT_NON_LINE.

6.2 Caractéristiques du maillage

10 mailles SEG3. La poutre est orientée selon le vecteur (4, 3, 0).

6.3 Remarque sur le contenu des champs

Les champs de contraintes aux points de Gauss pour l'élément TUYAU , SIEF_ELGA, dans le repère local de l'élément, sont organisés de la façon suivante :
On stocke les valeurs :

pour chaque point de Gauss dans la longueur, $(n=1,3)$

pour chaque point d'intégration dans l'épaisseur, $(n=1,2\mathrm{N}_{COU}+1)$

pour chaque point d'intégration sur la circonférence, $(n=1,2\mathrm{N}_{SECT}+1)$

6 composantes de déformation ou de contraintes :

EPXX EPYY EPZZ EPXY EPXZ EPYZ ou
SIXX SIYY SIZZ SIXY SIXZ SIYZ

où X désigne la direction donnée par les deux nœuds sommets de l'élément, Y représente l'angle ϕ décrivant la circonférence et Z représente le rayon. EPZZ et EPYZ correspondant à ϵ_{rr}, $\epsilon_{r\phi}$ dans le cas des déformations et SIZZ et SIYZ correspondant à σ_{rr}, $\sigma_{r\phi}$ dans le cas des contraintes sont prises égales à zéro.
Dans STAT_NON_LINE , le nombre de couches est variable, ainsi que le nombre de secteurs. On utilise ici 3 couches et 16 secteurs par analogie avec la modélisation A.

6.4 Grandeurs testées et résultats de la modélisation D

Cas de charge	Grandeur	Référence	% différence
1	DX	5.53E–06	–0.04
1	DY	4.14E–06	–0.04
2	DRZ	2.63E–02	–0.04
2	DX	–5.27E–02	–0.056
2	DY	7.02E–02	–0.056
3	DRX	1.58E–02	–0.04
3	DRY	–2.11E–02	–0.039
3	DZ	8.78E–02	–0.056
4	DRX	1.10E–02	0
4	DRY	8.21E–03	0
5	DRX	–6.32E–03	–0.04
5	DRY	8.42E–03	–0.04
5	DZ	–2.63E–02	–0.04
6	DRZ	1.05E–02	–0.039
6	DX	–1.58E–02	–0.04
6	DY	2.11E–02	–0.039
7	WO	7.38E–06	–2.946

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Cas de charge	Champ	Maille	Point	Composante	Référence	% différence
1	SIEF_ELGA	M18	z	SIXX	2.76E+05	–1.159
1	EFGE_ELNO	M18	1	N	5.00E+02	0.136
4	SIEF_ELGA	M18	1	SIXY	–6.75E+06	–0.159
4	SIEF_ELGA	M18	693	SIXY	–8.42E+06	0.049
4	EFGE_ELNO	M18	1	MT	5.00E+02	0
5	SIEF_ELGA	M18	479	SIXX	1.35E+07	–1.288
5	EFGE_ELNO	M18	1	MFY	5.00E+02	0.123
6	SIEF_ELGA	M18	471	SIXX	1.35E+07	–1.288
6	EFGE_ELNO	M18	1	MFZ	5.00E+02	0.123
7	SIEF_ELGA	M18	1	SIYY	4.56E+07	–0.641
7	SIEF_ELGA	M18	693	SIYY	3.56E+07	–0.371

Déformations généralisées DEGE_ELNO :

Cas de charge	Chargements	Grandeur	Référence	% différence
1	$F_X = 4.10^2$	EPXX	1.38155E-06	–0.04
	$F_Y = 3.10^2$			
2	$F_X = -3.10^2$	GAXY	3.5920E-06	32
	$F_Y = 4.10^2$	KZ	1.0530E–02	–1.2
3	$F_Z = 5.10^2$	GAXZ	3.5920E-06	32
		KY	-1.0530E–02	–1.2
4	$M_X = 4.10^2$	GAT	2.73783E-03	0
	$M_Y = 3.10^2$			
5	$M_X = -3.10^2$	KY	2.1060E-03	–0.04
	$M_Y = 4.10^2$			
6	$M_Z = 5\ 10^2$	KZ	2.1060E-03	–0.04

6.5 Remarques

Les valeurs des cisaillements correspondant à l'effort tranchant ne sont pas précises pour cette modélisation. Ceci est dû aux fonctions d'interpolation d'ordre 2 de cet élément, pour les déplacements de poutre et les rotations de poutres. Comme les cisaillements transverses de poutre sont obtenus par : $\gamma_{xy} = \theta_z - \frac{du_y}{dx}$, et que pour la flexion simple, les rotations varient comme des polynômes d'ordre 2, mais les déplacements, comme des polynômes d'ordre 3, ce qui est mal approché par les fonctions d'interpolation. La dérivée des déplacements n'est donc pas précise.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Modélisation E

7.1 Caractéristiques de la modélisation

8 éléments TUYAU à 3 modes de Fourier et 4 nœuds

7.2 Caractéristiques du maillage

8 mailles SEG4. La poutre est orientée selon le vecteur (4, 3, 0).

7.3 Remarque sur le contenu des champs

Les champs aux points de Gauss pour l'élément TUYAU , EPSI_ELGA et SIEF_ELGA, qui fournissent les déformations et les contraintes aux points d'intégration dans le repère local de l'élément, sont organisés de la façon suivante :
On stocke les valeurs :

pour chaque point de Gauss dans la longueur, $(n=1,3)$

pour chaque point d'intégration dans l'épaisseur, $(n=1,2\mathrm{N}_{COU}+1=7)$

pour chaque point d'intégration sur la circonférence, $(n=1,2\mathrm{N}_{SECT}+1=33)$

6 composantes de déformation ou de contraintes :
EPXX EPYY EPZZ EPXY EPXZ EPYZ ou
SIXX SIYY SIZZ SIXY SIXZ SIYZ

où X désigne la direction donnée par les deux nœuds sommets de l'élément, Y représente l'angle ϕ décrivant la circonférence et Z représente le rayon. EPZZ et EPYZ correspondant à ϵ_{rr}, $\epsilon_{r\phi}$ dans le cas des déformations et SIZZ et SIYZ correspondant à σ_{rr}, $\sigma_{r\phi}$ dans le cas des contraintes sont prises égales à zéro.
Pour MECA_STATIQUE ou MACRO_ELAS_MULT , le nombre de couches est fixé, et égal à 3, et le nombre de secteurs est égal à 16.
EFGE_ELNO représente les efforts généralises aux 3 nœuds de la façon classique : N, VY, VZ, MT, MFY, MFZ .

7.4 Grandeurs testées et résultats de la modélisation E

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Cas de charge	Grandeur	Référence	% différence
$F_X=4E+02$	DX	5.53E–06	–0.04
$F_Y=3E+02$	DY	4.14E–06	–0.04
$F_X=-3E+02$	DRZ	2.63E–02	–0.04
$F_Y=4E+02$	DX	–5.27E–02	–0.02
	DY	7.02E–02	–0.02
$F_Z=5E+02$	DRX	1.58E–02	–0.04
	DRY	–2.11E–02	–0.04
	DZ	8.78E–02	–0.02
$M_X=4E+02$	DRX	1.10E–02	0
$M_Y=3E+02$	DRY	8.21E–03	0
$M_X=-3E+02$	DRX	–6.32E–03	–0.04
$M_Y=4E+02$	DRY	8.42E–03	–0.04
	DZ	–2.63E–02	–0.04
$M_Z=5E+02$	DRZ	1.05E–02	–0.039
	DX	–1.58E–02	–0.04
	DY	2.11E–02	–0.039
7 : pression	WO	7.38E–06	–2.946
8 : pesanteur	DZ	–4.646 E-02	0.04
9 : charge répartie	DZ	–4.646 E-02	0.04

Cas de charge	Champ	Maille	Point	Composante	Référence	% différence
1	EFGE_ELNO	*M18*	1	N	5.00E+02	0.136
1	EPSI_ELGA	*M18*	1	EPXX	1.38E–06	–0.031
1	SIEF_ELGA	*M18*	1	SIXX	2.76E+05	–1.159
4	EFGE_ELNO	*M18*	1	MT	5.00E+02	0
4	EPSI_ELGA	*M18*	1	EPXY	–8.77E–05	–0.102
4	EPSI_ELGA	*M18*	693	EPXY	–1.09E–04	0.049
4	SIEF_ELGA	*M18*	1	SIXY	–6.75E+06	–0.159
4	SIEF_ELGA	*M18*	693	SIXY	–8.42E+06	0.049
5	EFGE_ELNO	*M18*	1	MFY	5.00E+02	0.123
5	EPSI_ELGA	*M18*	479	EPXX	6.74E–05	–0.046
5	SIEF_ELGA	*M18*	479	SIXX	1.35E+07	–1.288
6	EFGE_ELNO	*M18*	1	MFZ	5.00E+02	0.123
6	EPSI_ELGA	*M18*	471	EPXX	6.74E–05	–0.046
6	SIEF_ELGA	*M18*	471	SIXX	1.35E+07	–1.288
7	EPSI_ELGA	*M18*	1	EPYY	2.28E–04	–1.716
7	EPSI_ELGA	*M18*	693	EPYY	1.78E–04	0.741
7	SIEF_ELGA	*M18*	1	SIYY	4.56E+07	–0.641
7	SIEF_ELGA	*M18*	693	SIYY	3.56E+07	–0.371
8	EFGE_ELNO	*M1*	1	MFY	1764.3	0.2
9	EFGE_ELNO	*M1*	1	MFY	1764.3	0.2

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Déformations généralisées DEGE_ELNO :

Cas de charge	Chargements	Grandeur	Référence	% différence
1	$F_X=4E+02$	EPXX	1.38155E-06	–0.04
	$F_Y=3E+02$			
2	$F_X=-3E+02$	GAXY	3.5920E-06	1.1
	$F_Y=4E+02$	KZ	1.0530E–02	–0.05
3	$F_Z=5E+02$	GAXZ	3.5920E-06	1.1
		KY	– 1.0530E–02	–0.05
4	$M_X=4E+02$	GAT	2.73783E-03	0
	$M_Y=3E+02$			
5	$M_X=-3E+02$	KY	2.1060E-03	–0.04
	$M_Y=4E+02$			
6	$M_Z=5E+02$	KZ	2.1060E-03	–0.04

Fréquence propre	Référence	% différence
1	2.90229	0.02
2	2.90229	0.02
3	18.18967	0.1
4	18.18967	0.1
5	50.99367	0.4
6	50.99367	0.4
7	99.81783	0.6
8	99.81783	0.6
9	157.0190	0.001

7.5 Remarques

Les valeurs des cisaillements correspondant à l'effort tranchant sont précises pour cette modélisation. Ceci est dû aux fonctions d'interpolation d'ordre 3 de cet élément, pour les déplacements de poutre et les rotations de poutres.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

8 Modélisation F

8.1 Caractéristiques de la modélisation

1 éléments TUYAU_3M à 4 nœuds, calcul avec STAT_NON_LINE.

8.2 Caractéristiques du maillage

1 mailles SEG4. La poutre est orientée selon le vecteur (4, 3, 0).

8.3 Remarque sur le contenu des champs

Les champs de contraintes aux points de Gauss pour l'élément TUYAU , SIEF_ELGA, dans le repère local de l'élément, sont organisés de la façon suivante :
On stocke les valeurs :

pour chaque point de Gauss dans la longueur, $(n=1,3)$

pour chaque point d'intégration dans l'épaisseur, $(n=1,2\mathrm{N}_{COU}+1)$

pour chaque point d'intégration sur la circonférence, $(n=1,2\mathrm{N}_{SECT}+1)$

6 composantes de déformation ou de contraintes :

EPXX EPYY EPZZ EPXY EPXZ EPYZ ou
SIXX SIYY SIZZ SIXY SIXZ SIYZ

où X désigne la direction donnée par les deux nœuds sommets de l'élément, Y représente l'angle ϕ décrivant la circonférence et Z représente le rayon. EPZZ et EPYZ correspondant à ϵ_{rr}, $\epsilon_{r\phi}$ dans le cas des déformations et SIZZ et SIYZ correspondant à σ_{rr}, $\sigma_{r\phi}$ dans le cas des contraintes sont prises égales à zéro.
Dans STAT_NON_LINE , le nombre de couches est variable, ainsi que le nombre de secteurs. On utilise ici 3 couches et 16 secteurs par analogie avec la modélisation A.

8.4 Grandeurs testées et résultats de la modélisation F

Cas de charge	Grandeur	Référence	% différence
1	DX	5.53E–06	–0.04
1	DY	4.14E–06	–0.04
2	DRZ	2.63E–02	–0.04
2	DX	–5.27E–02	–0.02
2	DY	7.02E–02	–0.02
3	DRX	1.58E–02	–0.04
3	DRY	–2.11E–02	–0.02
3	DZ	8.78E–02	–0.04
4	DRX	1.10E–02	0
4	DRY	8.21E–03	0
5	DRX	–6.32E–03	–0.04
5	DRY	8.42E–03	–0.04
5	DZ	–2.63E–02	–0.04
6	DRZ	1.05E–02	–0.04
6	DX	–1.58E–02	–0.04
6	DY	2.11E–02	–0.04
7	WO	7.38E–06	–3.3

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Cas de charge	Champ	Maille	Point	Composante	Référence	% différence
1	SIEF_ELGA	M18	z	SIXX	2.76E+05	–1.159
1	EFGE_ELNO	M18	1	N	5.00E+02	0.136
4	SIEF_ELGA	M18	1	SIXY	–6.75E+06	–0.159
4	SIEF_ELGA	M18	693	SIXY	–8.42E+06	0.049
4	EFGE_ELNO	M18	1	MT	5.00E+02	0
5	SIEF_ELGA	M18	479	SIXX	1.35E+07	–1.288
5	EFGE_ELNO	M18	1	MFY	5.00E+02	0.123
6	SIEF_ELGA	M18	471	SIXX	1.35E+07	–1.288
6	EFGE_ELNO	M18	1	MFZ	5.00E+02	0.123
7	SIEF_ELGA	M18	1	SIYY	4.56E+07	–0.641
7	SIEF_ELGA	M18	693	SIYY	3.56E+07	–0.371

Déformations généralisées DEGE_ELNO :

Cas de charge	Chargements	Grandeur	Référence	% différence
1	$F_X=4.10^2$	$EPXX$	1.38155E-06	–0.04
	$F_Y=3.10^2$			
2	$F_X=-3.10^2$	$GAXY$	3.5920E-06	21
	$F_Y=4.10^2$	KZ	1.0530E–02	–0.04
3	$F_Z=5.10^2$	$GAXZ$	3.5920E-06	21
		KY	– 1.0530E–02	–0.04
4	$M_X=4.10^2$	GAT	2.73783E-03	0
	$M_Y=3.10^2$			
5	$M_X=-3.10^2$	KY	2.1060E-03	–0.04
	$M_Y=4.10^2$			
6	$M_Z=510^2$	KZ	2.1060E-03	–0.04

8.5 Remarques

Les valeurs des cisaillements correspondant à l'effort tranchant ne sont pas précises pour cette modélisation. Ceci est dû à la faible discrétisation pour cette modélisation (un seul élément).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

9 Synthèse des résultats

Ce test permet de vérifier le bon fonctionnement de l'élément TUYAU (3 modes et 6 modes de Fourier) en élasticité linéaire, avec les opérateurs MECA_STATIQUE et STAT_NON_LINE, pour l'ensemble des chargements applicables à cet élément.

Les écarts par rapport à la solution de référence analytique (solution en hypothèse de poutre) sont très faibles pour les déplacements (0,04% à 0,06%), sauf pour le chargement de pression où l'écart de 3% est dû au fait que Wo représente un déplacement radial moyen. En réalité ce déplacement radial varie dans l'épaisseur. L'écart sur les déformations et les contraintes $\left(\approx 1\,\% \right)$ est plus important que celui sur les déplacements mais reste acceptable compte tenu du fait que ces valeurs sont calculées en des points d'intégration situés dans l'épaisseur du tuyau.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)