SHLV100 - Réponse harmonique d'un cylindre creux en déformations planes

Résumé :

Ce test tridimensionnel axisymétrique permet de valider les calculs des matrices de rigidité, de masse et des vecteurs de pression sur tous les éléments 3D et 2D déformations planes et axisymétriques (10 modélisations).

Les déplacements sont imposés :

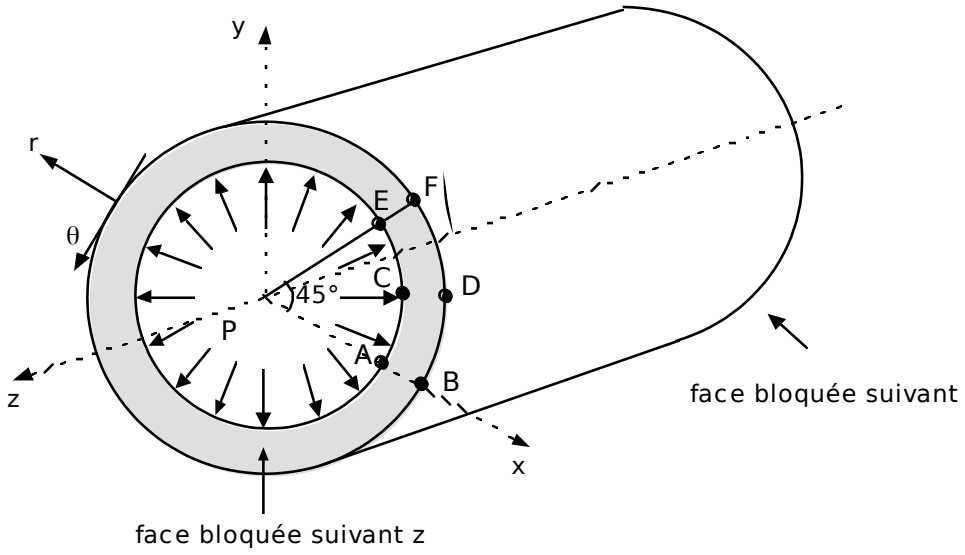
- soit par degrés de liberté,
- soit par face d'élément.

Pour les quatre modélisations 3D, les pressions appliquées sont fournies avec le signe moins, car les faces d'éléments 3D sont mal orientés dans les fichiers de maillage utilisés.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



rayon interne $a=0.1\,m$
rayon externe $b=0.2\,m$

Coordonnées des points :

	A	B	C	D	E	F
x	0.100	0.200	$0.1\cos(22.5)$	$0.2\cos(22.5)$	$1/\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$
y	0.	0.	$0.1\sin(22.5)$	$0.2\sin(22.5)$	$1/\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$
z	0.	0.	0.	0.	0.	0.

1.2 Propriétés de matériaux

$E=26\,N/m^2$
$\nu=0.3$
$\rho=35\,Kg/m^3$

La très faible valeur du module d'Young n'a rien de physique.

1.3 Conditions aux limites et chargements

Pression interne $P=pe^{j\omega t}$ avec $p=1\,Mpa$ et $\omega=0.2\,rad/s$

1.4 Conditions initiales

- sans conditions initiales,
- calcul direct de la solution harmonique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

$$u_r = A J_1(k_L r) + B Y_1(k_L r) \qquad u_\theta = u_z = 0$$

$$\sigma_{rr} = 2\mu K_L \left[A \left[(2\gamma^2 - 1) J_0(k_L r) - \frac{1}{k_L r} J_1(k_L r) \right] + B \left[2\gamma^2 Y_0(k_L r) - \frac{1}{k_L r} Y_1(k_L r) \right] \right]$$

$$\sigma_{\theta\theta} = 2\mu K_L \left[A \left[(2\gamma^2 - 1) J_0(k_L r) + \frac{1}{k_L r} J_1(k_L r) \right] + B \left[2\gamma^2 Y_0(k_L r) + \frac{1}{k_L r} Y_1(k_L r) \right] \right]$$

$$\sigma_{zz} = 2\mu K_L (2\gamma^2 - 1) \left[A J_0(k_L r) + B Y_0(k_L r) \right]$$

$$\sigma_{r\theta} = \sigma_{rz} = \sigma_{\theta z} = 0$$

avec : $\gamma^2 = \frac{\lambda + 2\mu}{4\mu} = \frac{1-\nu}{2(1-\nu)} = \frac{1}{4\beta^2}$ $\qquad k_L = \frac{\omega}{C_L} = \omega \sqrt{\frac{\rho}{\lambda + 2\mu}}$

J_1, J_0, Y_1, Y_0 : Fonctions de Bessel.

Les constantes A et B sont calculées en résolvant le système linéaire obtenu en écrivant :

$$\sigma_{rr}(a) = -p \quad \sigma_{rr}(b) = 0$$

On obtient :

Pour $r = 0.1$	$u_r = 7.3398\,10^{-3}$	Pour $r = 0.2$	$u_r = 4.6816\,10^{-3}$
	$\sigma_{rr} = -1$		$\sigma_{rr} = 0.$
	$\sigma_{\theta\theta} = 1.6685$		$\sigma_{\theta\theta} = 0.66738$
	$\sigma_{zz} = 0.20055$		$\sigma_{zz} = 0.20031$

Passage dans le système d'axes cartésiens :

$$\begin{aligned}
\sigma_{xx} &= \sigma_{rr}\cos^2\theta + \sigma_{\theta\theta}\sin^2\theta - 2\sigma_{r\theta}\sin\theta\cos\theta \\
\sigma_{yy} &= \sigma_{rr}\sin^2\theta + \sigma_{\theta\theta}\cos^2\theta + 2\sigma_{r\theta}\sin\theta\cos\theta \\
\sigma_{xy} &= \sigma_{rr}\sin\theta\cos\theta - \sigma_{\theta\theta}\sin\theta\cos\theta - 2\sigma_{r\theta}(\cos^2\theta - \sin^2\theta)
\end{aligned}$$

avec :

$\theta = 0°$ aux points A et B

$\theta = 22.5°$ aux points C et D

$\theta = 45°$ aux points E et F

2.2 Résultats de référence

Déplacements (u, v) et contraintes $(\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \sigma_{xy})$ aux points A, B, C, D, E, F.

2.3 Incertitude sur la solution

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Précision du calcul des Fonctions de Bessel.

2.4 Références bibliographiques

1) M. BONNET : Méthodes des équations intégrales régularisées en élastodynamique - Bulletin de la DER - Série C - N°1/2 - (1987).

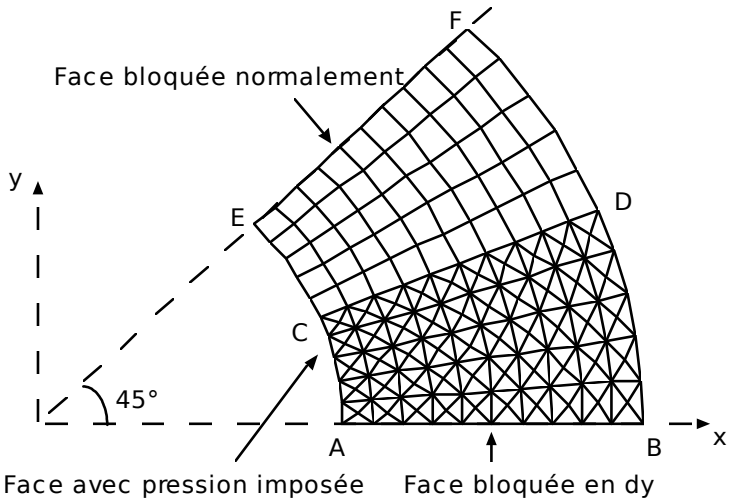
2) ERINGEN - SUHUBI - Elastodynamics, Vol.2 : linear theory Academic Press (1975).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Eléments $3D$ (PENTA6 et HEXA8) (issu du maillage $2D$ ci-dessous).



suivant l'axe Z : 2 couches d'éléments épaisseur totale : 0.01

Conditions limites :

	DDL_IMPO:	(Tout:'oui'	Dz: 0.)
face AB		(Group_no:BordAB	Dy: 0.)
face EF	FACE_IMPO:	(Group_ma:FaceEF	Dnor: 0.)
pression sur la face AE	PRES_REP:	(Group_ma:FaceAE	Pres: -1.)

Noms des nœuds : A=No1 B=No119 C=No36 D=No166 E=No41 F=No171

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de noeuds : 513
Nombre de mailles et types : 400 PENTA6 100 HEXA8 40 QUAD4

3.3 Remarques

La pression a un signe négatif (au lieu de positif) car les faces des éléments $3D$ sont mal orientées.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3.4 Grandeurs testées et résultats

Localisation	Grandeurs	Référence	*Aster*	% différence	tolérance
A	u	7.3398 10^{-3}	7.3243 10^{-3}	–0.21	10^{-2}
	v	0.	eps	–	
	σ_{xx}	–1.	–0.8789	12.1	0.2
	σ_{yy}	1.6685	1.6241	–2.66	
	σ_{zz}	0.20055	0.2235	11.75	
	σ_{xy}	0.	–0.0922	–	0.2
C	u	6.78109 10^{-3}	6.7670 10^{-3}	–0.21	10^{-2}
	v	2.80882 10^{-3}	2.8012 10^{-3}	–0.27	0.3
	σ_{xx}	–0.60921	–0.5121	15.94	0.3
	σ_{yy}	1.27771	1.3300	4.09	0.3
	σ_{zz}	0.20055	0.2454	22.39	0.3
	σ_{xy}	–0.94346	–0.8567	9.20	0.3
E	u	5.19002 10^{-3}	5.1784 10^{-3}	–0.22	10^{-2}
	v	5.19002 10^{-3}	5.1784 10^{-3}	–0.22	0.6
	σ_{xx}	0.33425	0.4319	29.23	0.6
	σ_{yy}	0.33425	0.5315	59.04	0.6
	σ_{zz}	0.20055	0.289	44.50	0.6
	σ_{xy}	–1.33425	–1.269	4.87	
B	u	4.6716 10^{-3}	4.6641 10^{-3}	–0.16	10^{-2}
	v	0.	eps	–	
	σ_{xx}	0.	–0.0132	–	
	σ_{yy}	0.66738	0.6724	0.75	2.10^{-2}
	σ_{zz}	0.20021	0.1977	–1.25	–
	σ_{xy}	0.	0.0219	–	–
D	u	4.32523 10^{-3}	4.3084 10^{-3}	–0.39	10^{-2}
	v	1.79157 10^{-3}	1.7854 10^{-3}	–0.34	0.3
	σ_{xx}	0.09774	0.0739	–24.39	0.3
	σ_{yy}	0.56964	0.5728	0.56	0.3
	σ_{zz}	0.20021	0.1941	–3.05	0.3
	σ_{xy}	–0.23595	–0.2348	0.49	0.3
F	u	3.31039 10^{-3}	3.2974 10^{-3}	–0.39	10^{-2}
	v	3.31039 10^{-3}	3.2974 10^{-3}	–0.39	0.2
	σ_{xx}	0.33369	0.2977	–10.78	0.2
	σ_{yy}	0.33369	0.3245	2.75	0.2
	σ_{zz}	0.20021	0.1866	–6.80	0.2
	σ_{xy}	–0.33369	–0.3415	–2.34	0.2

3.5 Remarques

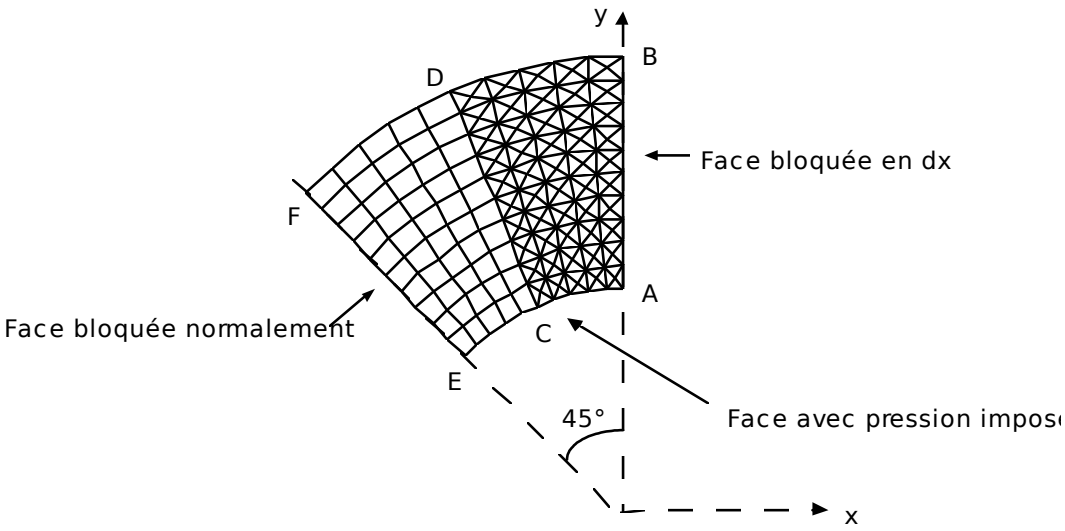
Le maillage est insuffisant pour des éléments linéaires.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Eléments $3D$ (PENTA15 et HEXA20) (issu du maillage $2D$ ci-dessous).



suivant l'axe Z : 2 couches d'éléments épaisseur totale : 0.01

Conditions limites :

	DDL_IMPO:	(Tout:'oui'	Dz: 0.)
face AB		(Group_no:BordAB	Dx: 0.)
face EF	FACE_IMPO:	(Group_ma:FaceEF	Dnor: 0.)
pression sur la face AE	PRES_REP:	(Group_ma:FaceAE	Pres: -1.)

Noms des nœuds : A=No2 B=No361 C=No121 D=No584 E=No155 F=No503

4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de noeuds : 2115
Nombre de mailles et types : 400 PENTA15 100 HEXA20 40 QUAD8

4.3 Remarques

La pression a un signe négatif (au lieu de positif) car les faces des éléments $3D$ sont mal orientées.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4.4 Grandeurs testées et résultats

Localisation	Grandeurs	Référence	*Aster*	% différence	tolérance
A	u	0.	eps	–	
	v	7.3398 10^{-3}	7.3326 10^{-3}	–0.10	10^{-2}
	σ_{xx}	1.6685	1.6669	–0.09	10^{-2}
	σ_{yy}	–1.	–0.9959	0.41	10^{-2}
	σ_{zz}	0.20055	0.2013	0.37	10^{-2}
	σ_{xy}	0.	3.3234 10^{-3}	–	10^{-2}
C	u	–2.80882 10^{-3}	–2.8063 10^{-3}	–0.09	10^{-2}
	v	6.78109 10^{-3}	6.7745 10^{-3}	–0.10	10^{-2}
	σ_{xx}	1.27771	1.278	0.02	10^{-2}
	σ_{yy}	–0.60921	–0.6078	0.23	10^{-2}
	σ_{zz}	0.20055	0.20107	0.26	10^{-2}
	σ_{xy}	0.94346	0.94027	0.34	10^{-2}
E	u	–5.19002 10^{-3}	–5.1851 10^{-3}	–0.09	10^{-2}
	v	5.19002 10^{-3}	5.1851 10^{-3}	–0.10	10^{-2}
	σ_{xx}	0.33425	0.3346	0.10	10^{-2}
	σ_{yy}	0.33425	0.3340	–0.07	10^{-2}
	σ_{zz}	0.20055	0.2006	0.02	10^{-2}
	σ_{xy}	1.33425	1.331	–0.24	10^{-2}
B	u	0.	eps	–	
	v	4.6716 10^{-3}	4.6682 10^{-3}	–0.07	10^{-2}
	σ_{xx}	0.66738	0.6675	0.02	10^{-2}
	σ_{yy}	0.	3.2779 10^{-4}	–	10^{-2}
	σ_{zz}	0.20021	0.2003	0.04	10^{-2}
	σ_{xy}	0.	–5.0918 10^{-4}	–	10^{-2}
D	u	–1.79157 10^{-3}	–1.7864 10^{-3}	–0.29	10^{-2}
	v	4.32523 10^{-3}	4.3129 10^{-3}	–0.29	10^{-2}
	σ_{xx}	0.56964	0.56957	–0.01	10^{-2}
	σ_{yy}	0.09774	0.09803	0.30	10^{-2}
	σ_{zz}	0.20021	0.20027	0.03	10^{-2}
	σ_{xy}	0.23595	0.23623	0.12	10^{-2}
F	u	–3.31039 10^{-3}	–3.3009 10^{-3}	–0.29	10^{-2}
	v	3.31039 10^{-3}	3.3009 10^{-3}	–0.29	10^{-2}
	σ_{xx}	0.33369	0.3337	–0.003	10^{-3}
	σ_{yy}	0.33369	0.3337	0.003	10^{-3}
	σ_{zz}	0.20021	0.2002	0.	10^{-3}
	σ_{xy}	0.33369	0.3339	0.06	10^{-3}

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

Eléments 3D (TETRA4)

suivant l'axe Z : 2 couches d'éléments épaisseur totale : 0.01

Conditions limites :

	DDL_IMPO:	(Tout:'oui'	Dz: 0.)
face AB		(Group_no:BordAB	Dy: 0.)
face EF	FACE_IMPO:	(Group_ma:FaceEF	Dnor: 0.)
pression sur la face AE	PRES_REP:	(Group_ma:FaceAE	Pres: -1.)

Noms des nœuds :	A=No3	B=No7	C=No4	D=No8	E=No154	F=No156
plan $z=0.005$	A2=No1	B2=No5	C2=No2	D2=No6	E2=No153	F2=No155
plan $z=0.01$	A3=No283	B3=No285	C3=No284	D3=No286	E3=No359	F3=No360

5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de noeuds : 423
Nombre de mailles et types : 1416 TETRA4 72 TRIA3

5.3 Remarques

La pression a un signe négatif (au lieu de positif) car les faces des éléments $3D$ sont mal orientées.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5.4 Grandeurs testées et résultats

Localisation	Grandeurs	Référence	*Aster*	% différence	tolérance
A	u	7.3398 10^{-3}	7.3331 10^{-3}	–0.10	10^{-2}
	v	0.	eps	-	
	σ_{xx}	–1.	–0.9000	+10.00	0.02
	σ_{yy}	1.6685	1.6809	0.74	0.02
	σ_{zz}	0.20055	0.2343	16.83	0.02
	σ_{xy}	0.	0.1016	-	0.02
C	u	6.78109 10^{-3}	6.7783 10^{-3}	–0.04	10^{-2}
	v	2.80882 10^{-3}	2.8077 10^{-3}	–0.04	
	σ_{xx}	–0.60921	–0.5061	16.92	0.04
	σ_{yy}	1.27771	1.3184	3.18	0.04
	σ_{zz}	0.20055	0.2437	21.51	0.04
	σ_{xy}	–0.94346	–0.9123	3.30	0.04
E	u	5.19002 10^{-3}	5.1853 10^{-3}	–0.09	10^{-2}
	v	5.19002 10^{-3}	5.1853 10^{-3}	–0.09	
	σ_{xx}	0.33425	0.2888	–13.60	0.5
	σ_{yy}	0.33425	0.4920	47.19	0.5
	σ_{zz}	0.20055	0.2343	16.83	0.5
	σ_{xy}	–1.33425	–1.2905	3.28	0.5
B	u	4.6716 10^{-3}	4.6634 10^{-3}	–0.18	10^{-2}
	v	0.	eps	-	
	σ_{xx}	0.	0.0146	-	
	σ_{yy}	0.66738	0.6570	–1.55	5.10^{-2}
	σ_{zz}	0.20021	0.1976	–1.30	5.10^{-2}
	σ_{xy}	0.	–0.0159	-	5.10^{-2}
D	u	4.32523 10^{-3}	4.2960 10^{-3}	–0.68	10^{-2}
	v	1.79157 10^{-3}	1.7795 10^{-3}	–0.67	
	σ_{xx}	0.09774	0.0824	–15.69	0.2
	σ_{yy}	0.56964	0.5809	1.97	0.2
	σ_{zz}	0.20021	0.1921	–4.05	0.2
	σ_{xy}	–0.23595	–0.2378	–7.84	0.2
F	u	3.31039 10^{-3}	3.2976 10^{-3}	–0.39	10^{-2}
	v	3.31039 10^{-3}	3.2975 10^{-3}	–0.39	
	σ_{xx}	0.33369	0.3052	–8.54	0.1
	σ_{yy}	0.33369	0.3371	1.02	0.1
	σ_{zz}	0.20021	0.1921	–4.05	0.1
	σ_{xy}	–0.33369	–0.3358	–0.63	0.1

5.5 Remarques

On note une variation ($< 0.24\%$) des déplacements pour les points du plan $z = 0.005$.
Le maillage est insuffisant pour des éléments linéaires.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques de la modélisation

Eléments 3D (TETRA10)

suivant l'axe Z : 2 couches d'éléments épaisseur totale : 0.01

Conditions limites :

	DDL_IMPO:	(Tout:'oui'	Dz: 0.)
face AB		(Group_no:BordAB	Dy: 0.)
face EF	FACE_IMPO:	(Group_ma:FaceEF	Dnor: 0.)
pression sur la face AE	PRES_REP:	(Group_ma:FaceAE	Pres: -1.)

Noms des nœuds :	A=No3	B=No7	C=No4	D=No8	E=No1228	F=No230
plan z = 0.005	A2=No1	B2=No5	C2=No2	D2=No6	E2=No227	F2=No229
plan z = 0.01	A3=No420	B3=No422	C3=No421	D3=No423	E3=No573	F3=No574

6.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de noeuds : 703
Nombre de mailles et types : 356 TETRA10 36 TRIA6

6.3 Remarques

La pression a un signe négatif (au lieu de positif) car les faces des éléments $3D$ sont mal orientées.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6.4 Grandeurs testées et résultats

Localisation	Grandeurs	Référence	*Aster*	% différence	tolérance
A	u	7.3398 10^{-3}	7.3522 10^{-3}	0.10	10^{-2}
	v	0.	eps	-	10^{-2}
	σ_{xx}	–1.	–0.9925	0.75	$5\cdot10^{-2}$
	σ_{yy}	1.6685	1.6725	0.24	$5\cdot10^{-2}$
	σ_{zz}	0.20055	0.2040	–1.72	$5\cdot10^{-2}$
	σ_{xy}	0.	–0.0365	-	$5\cdot10^{-2}$
C	u	6.78109 10^{-3}	6.7836 10^{-3}	0.04	10^{-2}
	v	2.80882 10^{-3}	2.8099 10^{-3}	0.04	10^{-2}
	σ_{xx}	–0.60921	–0.5977	1.89	$5\cdot10^{-2}$
	σ_{yy}	1.27771	1.294	1.28	$5\cdot10^{-2}$
	σ_{zz}	0.20055	0.2088	4.11	$5\cdot10^{-2}$
	σ_{xy}	–0.94346	–0.9457	–0.24	$5\cdot10^{-2}$
E	u	5.19002 10^{-3}	5.1988 10^{-3}	0.17	10^{-2}
	v	5.19002 10^{-3}	5.1988 10^{-3}	0.17	10^{-2}
	σ_{xx}	0.33425	0.3035	–9.20	0.15
	σ_{yy}	0.33425	0.3766	12.67	0.15
	σ_{zz}	0.20055	0.2040	1.72	0.15
	σ_{xy}	–1.33425	–1.332	0.17	0.15
B	u	4.6716 10^{-3}	4.6711 10^{-3}	–0.01	10^{-2}
	v	0.	eps	-	10^{-2}
	σ_{xx}	0.	8.597 10^{-4}	-	10^{-2}
	σ_{yy}	0.66738	0.6679	0.08	10^{-2}
	σ_{zz}	0.20021	0.2006	0.19	10^{-2}
	σ_{xy}	0.	1.0181 10^{-3}	-	10^{-2}
D	u	4.32523 10^{-3}	4.3134 10^{-3}	–0.28	10^{-2}
	v	1.79157 10^{-3}	1.7867 10^{-3}	–0.28	10^{-2}
	σ_{xx}	0.09774	0.09418	–3.64	$5\cdot10^{-2}$
	σ_{yy}	0.56964	0.5652	–0.78	$5\cdot10^{-2}$
	σ_{zz}	0.20021	0.1978	–1.20	$5\cdot10^{-2}$
	σ_{xy}	–0.23595	–0.2355	0.19	$5\cdot10^{-2}$
F	u	3.31039 10^{-3}	3.3029 10^{-3}	–0.23	10^{-2}
	v	3.31039 10^{-3}	3.3029 10^{-3}	–0.23	10^{-2}
	σ_{xx}	0.33369	0.3357	0.60	10^{-2}
	σ_{yy}	0.33369	0.3334	–0.09	10^{-2}
	σ_{zz}	0.20021	0.2007	0.24	10^{-2}
	σ_{xy}	–0.33369	–0.3336	-	10^{-2}

6.5 Remarques

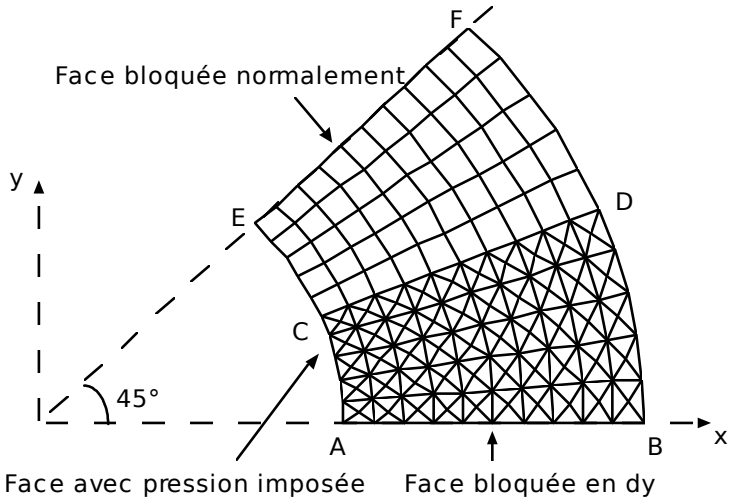
On note une variation ($< 0.23\%$) des déplacements pour les points du plan $z = 0.005$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Modélisation E

7.1 Caractéristiques de la modélisation

Eléments D_PLAN (TRIA3 + QUAD4)



Conditions limites :

côté AB	DDL_IMPO:	(Group_no:GRNM11	Dy: 0.)
côté EF	FACE_IMPO:	(Group_ma:GRMA12	Dnor: 0.)
pression sur AE	PRES_REP:	(Group_ma:GRMA13	Pres: 1.)

Noms des nœuds : $A=N1$ $B=N119$ $C=N36$ $D=N166$ $E=N41$ $F=N171$

7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de noeuds : 171
Nombre de mailles et types : 200 TRIA3 50 QUAD4

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7.3 Grandeurs testées et résultats

Localisation	Grandeurs	Référence	*Aster*	% différence	tolérance
A	u	7.3398 10^{-3}	7.3243 10^{-3}	–0.21	10^{-2}
	v	0.	eps	-	
	σ_{xx}	–1.	–0.8790	12.10	0.15
	σ_{yy}	1.6685	1.6241	–2.66	0.15
	σ_{zz}	0.20055	0.2235	11.44	0.15
	σ_{xy}	0.	–0.0922	-	0.15
C	u	6.78109 10^{-3}	6.7670 10^{-3}	–0.21	10^{-2}
	v	2.80882 10^{-3}	2.8012 10^{-3}	–0.27	
	σ_{xx}	–0.60921	–0.5122	–15.92	0.3
	σ_{yy}	1.27771	1.3302	4.11	0.3
	σ_{zz}	0.20055	0.2454	22.36	0.3
	σ_{xy}	–0.94346	–0.8567	–9.19	0.3
E	u	5.19002 10^{-3}	5.1784 10^{-3}	–0.22	10^{-2}
	v	5.19002 10^{-3}	5.1784 10^{-3}	–0.22	
	σ_{xx}	0.33425	0.4318	29.18	0.6
	σ_{yy}	0.33425	0.5315	59.01	0.6
	σ_{zz}	0.20055	0.2890	44.10	0.6
	σ_{xy}	–1.33425	–1.2686	4.92	0.6
B	u	4.6716 10^{-3}	4.6641 10^{-3}	–0.16	10^{-2}
	v	0.	eps	-	
	σ_{xx}	0.	–1.3198 10^{-2}	-	0.05
	σ_{yy}	0.66738	0.6723	0.74	0.05
	σ_{zz}	0.20021	0.1977	–1.25	0.05
	σ_{xy}	0.	–0.0219	-	0.05
D	u	4.32523 10^{-3}	4.3084 10^{-3}	–0.39	10^{-2}
	v	1.79157 10^{-3}	1.7854 10^{-3}	–0.39	
	σ_{xx}	0.09774	0.07393	–24.36	0.3
	σ_{yy}	0.56964	0.5728	0.55	0.3
	σ_{zz}	0.20021	0.1940	–3.10	0.3
	σ_{xy}	–0.23595	–0.2347	0.53	0.3
F	u	3.31039 10^{-3}	3.2974 10^{-3}	–0.39	10^{-2}
	v	3.31039 10^{-3}	3.2974 10^{-3}	–0.39	
	σ_{xx}	0.33369	0.2976	–10.81	0.15
	σ_{yy}	0.33369	0.3245	–2.75	0.15
	σ_{zz}	0.20021	0.1866	–6.80	0.15
	σ_{xy}	–0.33369	–0.3415	–2.34	0.15

7.4 Remarques

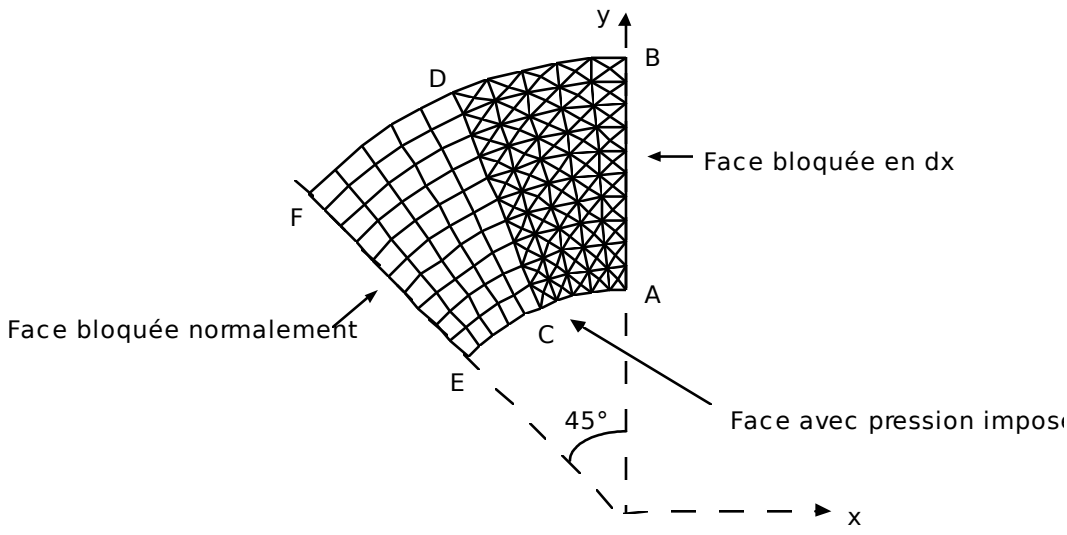
Le maillage est insuffisant pour des éléments linéaires.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

8 Modélisation F

8.1 Caractéristiques de la modélisation

Eléments D_PLAN (QUAD8 + TRIA6)



Conditions limites :

côté AB	DDL_IMPO:	(Group_no:GRNM11	Dy: 0.)
côté EF	FACE_IMPO:	(Group_ma:GRMA12	Dnor: 0.)
pression sur AE	PRES_REP:	(Group_ma:GRMA13	Pres: 1.)

Noms des nœuds : $A=N2$ $B=N361$ $C=N121$ $D=N584$ $E=N155$ $F=N503$

8.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de noeuds : 591
Nombre de mailles et types : 200 TRIA6 50 QUAD8

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

8.3 Grandeurs testées et résultats

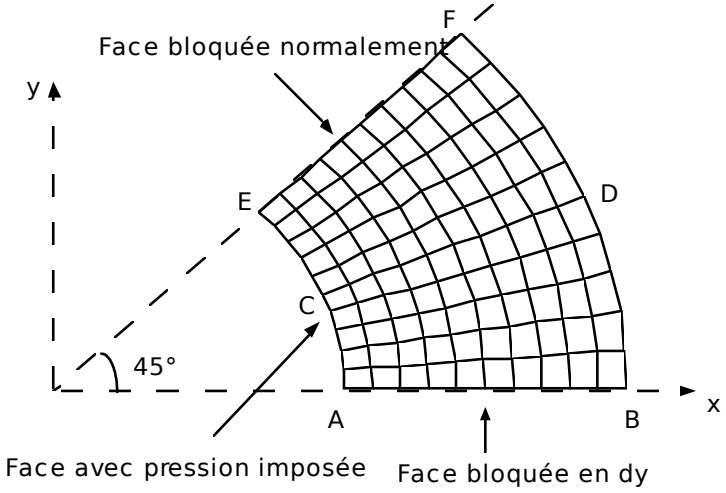
Localisation	Grandeurs	Référence	*Aster*	% différence	tolérance
A	u	0.	0.	-	10^{-2}
	v	7.3398 10^{-3}	7.3326 10^{-3}	–0.10	10^{-2}
	σ_{xx}	1.6685	1.6669	0.09	10^{-2}
	σ_{yy}	–1.	–0.9959	0.41	10^{-2}
	σ_{zz}	0.20055	0.20129	0.37	10^{-2}
	σ_{xy}	0.	0.00332	-	10^{-2}
C	u	–2.80882 10^{-3}	–2.8063 10^{-3}	–0.09	10^{-2}
	v	6.78109 10^{-3}	6.7745 10^{-3}	–0.10	10^{-2}
	σ_{xx}	1.27771	1.27799	0.02	10^{-2}
	σ_{yy}	–0.60921	–0.60779	0.23	10^{-2}
	σ_{zz}	0.20055	0.20106	0.25	10^{-2}
	σ_{xy}	0.94346	0.94027	–0.34	10^{-2}
E	u	–5.19002 10^{-3}	–5.1851 10^{-3}	–0.09	10^{-2}
	v	5.19002 10^{-3}	5.1851 10^{-3}	–0.09	10^{-2}
	σ_{xx}	0.33425	0.33462	0.11	10^{-2}
	σ_{yy}	0.33425	0.33403	–0.066	10^{-2}
	σ_{zz}	0.20055	0.20059	0.02	10^{-2}
	σ_{xy}	1.33425	1.33117	–0.23	10^{-2}
B	u	0.	eps	-	10^{-2}
	v	4.6716 10^{-3}	4.6682 10^{-3}	–0.07	10^{-2}
	σ_{xx}	0.66738	0.66758	0.03	10^{-2}
	σ_{yy}	0.	0.00033	-	10^{-2}
	σ_{zz}	0.20021	0.20037	0.08	10^{-2}
	σ_{xy}	0.	–5.1132 10^{-4}	-	10^{-2}
D	u	–1.79157 10^{-3}	–1.7865 10^{-3}	–0.28	10^{-2}
	v	4.32523 10^{-3}	4.3129 10^{-3}	–0.28	10^{-2}
	σ_{xx}	0.56964	0.56962	–0.003	10^{-2}
	σ_{yy}	0.09774	0.09805	0.32	10^{-2}
	σ_{zz}	0.20021	0.200298	0.044	10^{-2}
	σ_{xy}	0.23595	0.23623	0.12	10^{-2}
F	u	–3.31039 10^{-3}	–3.3009 10^{-3}	–0.29	10^{-2}
	v	3.31039 10^{-3}	3.3009 10^{-3}	–0.29	10^{-2}
	σ_{xx}	0.33369	0.33371	0.006	10^{-2}
	σ_{yy}	0.33369	0.33366	–0.009	10^{-2}
	σ_{zz}	0.20021	0.20021	0.	10^{-2}
	σ_{xy}	0.33369	0.33392	0.069	10^{-2}

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

9 Modélisation G

9.1 Caractéristiques de la modélisation

D_PLAN (QUAD9)



Conditions limites :

côté AB	DDL_IMPO:	(Group_no:GRNM11	Dy: 0.)
côté EF	FACE_IMPO:	(Group_ma:GRMA12	Dnor: 0.)
pression sur AE	PRES_REP:	(Group_ma:GRMA13	Pres: 1.)

Noms des nœuds : $A=N1$ $B=N347$ $C=N21$ $D=N432$ $E=N39$ $F=N229$

9.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de noeuds : 441
Nombre de mailles et types : 100 QUAD9

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

9.3 Grandeurs testées et résultats

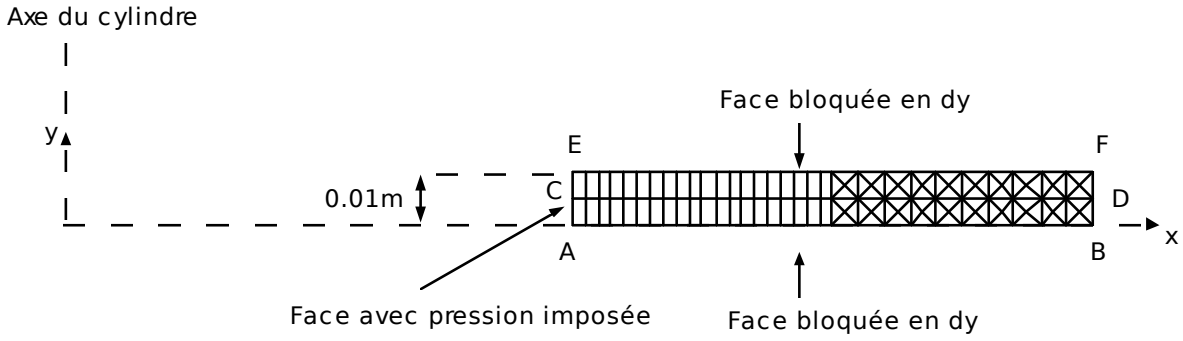
Localisation	Grandeurs	Référence	*Aster*	% différence	tolérance
A	u	7.3398 10^{-3}	7.3329 10^{-3}	–0.09	10^{-2}
	v	0.	eps	-	10^{-2}
	σ_{xx}	–1.	–0.9968	0.32	10^{-2}
	σ_{yy}	1.6685	1.6655	–0.18	10^{-2}
	σ_{zz}	0.20055	0.20059	0.02	10^{-2}
	σ_{xy}	0.	–2.97 10^{-4}	-	10^{-2}
C	u	6.78109 10^{-3}	6.7747 10^{-3}	–0.09	10^{-2}
	v	2.80882 10^{-3}	2.8062 10^{-3}	–0.09	10^{-2}
	σ_{xx}	–0.60921	–0.60695	0.37	10^{-2}
	σ_{yy}	1.27771	1.27563	–0.16	10^{-2}
	σ_{zz}	0.20055	0.20060	0.02	10^{-2}
	σ_{xy}	–0.94346	–0.94128	–0.23	10^{-2}
E	u	5.19002 10^{-3}	5.1851 10^{-3}	–0.09	10^{-2}
	v	5.19002 10^{-3}	5.1851 10^{-3}	–0.09	10^{-2}
	σ_{xx}	0.33425	0.33403	–0.06	10^{-2}
	σ_{yy}	0.33425	0.33463	0.11	10^{-2}
	σ_{zz}	0.20055	0.20059	0.02	10^{-2}
	σ_{xy}	–1.33425	–1.33117	0.23	10^{-2}
B	u	4.6716 10^{-3}	4.6682 10^{-3}	–0.07	10^{-2}
	v	0.	eps	-	10^{-2}
	σ_{xx}	0.	–2.394 10^{-3}	-	10^{-2}
	σ_{yy}	0.66738	0.66759	0.03	10^{-2}
	σ_{zz}	0.20021	0.200207	–0.001	10^{-2}
	σ_{xy}	0.	–2.65 10^{-5}	-	10^{-2}
D	u	4.32523 10^{-3}	4.3128 10^{-3}	–0.29	10^{-2}
	v	1.79157 10^{-3}	1.7864 10^{-3}	–0.29	10^{-2}
	σ_{xx}	0.09774	0.09756	–0.18	10^{-2}
	σ_{yy}	0.56964	0.56979	0.02	10^{-2}
	σ_{zz}	0.20021	0.200206	–0.002	10^{-2}
	σ_{xy}	–0.23595	–0.23611	–0.07	10^{-2}
F	u	3.31039 10^{-3}	3.3009 10^{-3}	–0.29	10^{-2}
	v	3.31039 10^{-3}	3.3009 10^{-3}	–0.29	10^{-2}
	σ_{xx}	0.33369	0.33366	–0.009	10^{-2}
	σ_{yy}	0.33369	0.33371	0.006	10^{-2}
	σ_{zz}	0.20021	0.20021	0.	10^{-2}
	σ_{xy}	–0.33369	–0.33392	–0.07	10^{-2}

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

10 Modélisation H

10.1 Caractéristiques de la modélisation

Eléments axis (TRIA3 + QUAD4)



Conditions limites :

côté AB	DDL_IMPO:	(Group_no:GRNM11	Dy: 0.)
côté EF	FACE_IMPO:	(Group_ma:GRMA12	Dnor: 0.)
pression sur AE	PRES_REP:	(Group_ma:GRMA13	Pres: 1.)

Noms des nœuds : $A=N111$ $B=N1$ $C=N112$ $D=N3$ $E=N113$ $F=N4$

10.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de noeuds : 113
Nombre de mailles et types : 40 QUAD4 80 TRIA3

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

10.3 Grandeurs testées et résultats

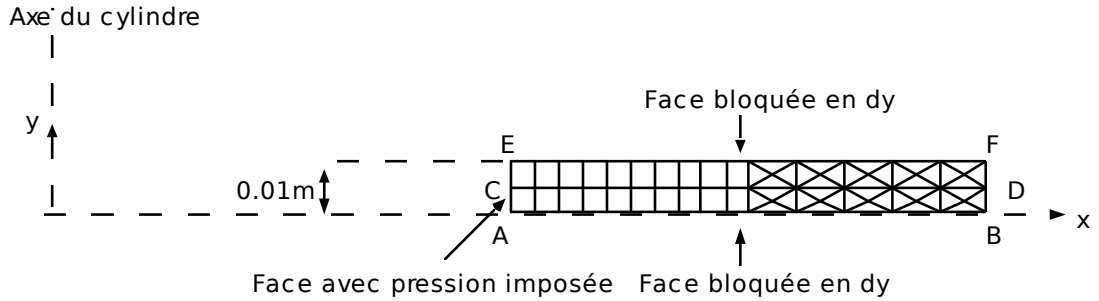
Localisation	Grandeurs	Référence	*Aster*	% différence	tolérance
A	u	7.3398 10^{-3}	7.3390 10^{-3}	–0.01	10^{-2}
	v	0.	eps	-	
	σ_{xx}	–1.	–0.9430	–5.72	0.2
	σ_{yy}	0.20055	0.2248	12.19	0.2
	σ_{zz}	1.6685	1.6923	1.46	0.2
	σ_{xy}	0.	eps	-	0.2
C	u	7.3398 10^{-3}	7.3390 10^{-3}	–0.01	10^{-2}
	v	0.	eps	-	
	σ_{xx}	–1.	–0.9430	–5.72	0.2
	σ_{yy}	0.20055	0.2248	12.19	0.2
	σ_{zz}	1.6685	1.6923	1.46	0.2
	σ_{xy}	0.	eps	-	0.2
E	u	7.3398 10^{-3}	7.3390 10^{-3}	–0.01	10^{-2}
	v	0.	0·	-	
	σ_{xx}	–1.	–0.9430	–5.72	0.2
	σ_{yy}	0.20055	0.2248	12.19	0.2
	σ_{zz}	1.6685	1.6923	1.46	0.2
	σ_{xy}	0.	eps	-	0.2
B	u	4.6716 10^{-3}	4.6713 10^{-3}	–0.01	10^{-2}
	v	0.	eps	-	
	σ_{xx}	0.	–0.0110	-	0.05
	σ_{yy}	0.20021	0.1954	–2.35	0.05
	σ_{zz}	0.66738	0.6625	–0.72	0.05
	σ_{xy}	0.	–0.0011	-	0.05
D	u	4.6716 10^{-3}	4.6713 10^{-3}	–0.01	10^{-2}
	v	0.	eps	-	
	σ_{xx}	0.	–0.0110	-	0.05
	σ_{yy}	0.20021	0.1954	–2.35	0.05
	σ_{zz}	0.66738	0.6625	–0.72	0.05
	σ_{xy}	0.	eps	-	0.05
F	u	4.6716 10^{-3}	4.6713 10^{-3}	–0.01	10^{-2}
	v	0.	eps	-	
	σ_{xx}	0.	–0.0110	-	0.05
	σ_{yy}	0.20021	0.1954	–2.35	0.05
	σ_{zz}	0.66738	0.6625	–0.72	0.05
	σ_{xy}	0.	+0.0011	-	0.05

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

11 Modélisation I

11.1 Caractéristiques de la modélisation

Eléments axis (TRIA6 + QUAD8)



Conditions limites :

côté AB	DDL_IMPO:	(Group_no:GRNM11	Dy: 0.)
côté EF	FACE_IMPO:	(Group_ma:GRMA12	Dnor: 0.)
pression sur AE	PRES_REP:	(Group_ma:GRMA13	Pres: 1.)

Noms des nœuds : $A=N8$ $B=N174$ $C=N5$ $D=N170$ $E=N3$ $F=N159$

11.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de noeuds : 175
Nombre de mailles et types : 20 QUAD8 40 TRIA6

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

11.3 Grandeurs testées et résultats

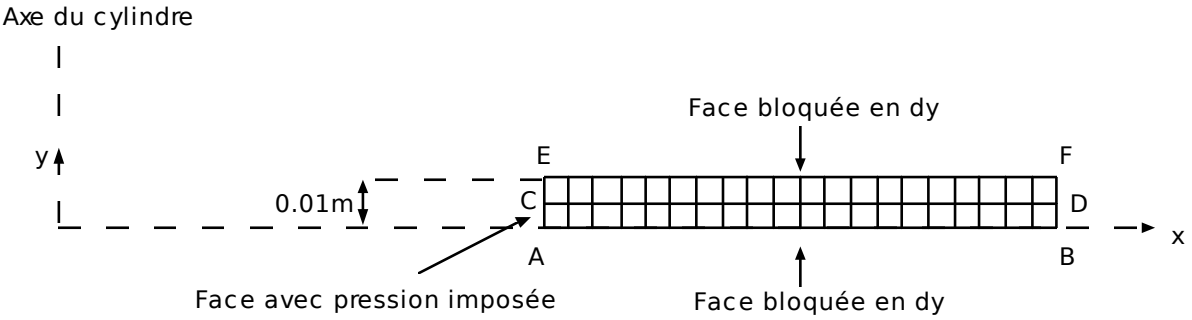
Localisation	Grandeurs	Référence	*Aster*	% différence	tolérance
A	u	7.3398 10^{-3}	7.3397 10^{-3}	–0.00	10^{-2}
	v	0.	eps	-	10^{-2}
	σ_{xx}	–1.	–0.9984	–0.16	10^{-2}
	σ_{yy}	0.20055	0.20055	-	10^{-2}
	σ_{zz}	1.6685	1.669	–0.57	10^{-2}
	σ_{xy}	0.	eps	-	10^{-2}
C	u	7.3398 10^{-3}	7.3397 10^{-3}	–0.00	10^{-2}
	v	0.	eps	-	10^{-2}
	σ_{xx}	–1.	–0.9984	–0.16	10^{-2}
	σ_{yy}	0.20055	0.20055	-	10^{-2}
	σ_{zz}	1.6685	1.669	–0.57	10^{-2}
	σ_{xy}	0.	eps	-	10^{-2}
E	u	7.3398 10^{-3}	7.3397 10^{-3}	–0.00	10^{-2}
	v	0.	eps	-	10^{-2}
	σ_{xx}	–1.	–0.9984	–0.16	10^{-2}
	σ_{yy}	0.20055	0.20055	-	10^{-2}
	σ_{zz}	1.6685	1.669	–0.57	10^{-2}
	σ_{xy}	0.	eps	-	10^{-2}
B	u	4.6716 10^{-3}	4.6716 10^{-3}	0.00	10^{-2}
	v	0.	eps	-	10^{-2}
	σ_{xx}	0.	3.8 10^{-4}	-	10^{-2}
	σ_{yy}	0.20021	0.2002	-	10^{-2}
	σ_{zz}	0.66738	0.66716 10^{-5}	–0.03	10^{-2}
	σ_{xy}	0.		-	10^{-2}
D	u	4.6716 10^{-3}	4.6716 10^{-3}	0.00	10^{-2}
	v	0.	eps	-	10^{-2}
	σ_{xx}	0.	3.8 10^{-4}	-	10^{-2}
	σ_{yy}	0.20021	0.2002	-	10^{-2}
	σ_{zz}	0.66738	0.66716	–0.03	10^{-2}
	σ_{xy}	0.	eps	-	10^{-2}
F	u	4.6716 10^{-3}	4.6716 10^{-3}	0.00	10^{-2}
	v	0.	eps	-	10^{-2}
	σ_{xx}	0.	3.8 10^{-4}	-	10^{-2}
	σ_{yy}	0.20021	0.2002	-	10^{-2}
	σ_{zz}	0.66738	0.66716	–0.03	10^{-2}
	σ_{xy}	0.	10^{-5}	-	10^{-2}

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

12 Modélisation J

12.1 Caractéristiques de la modélisation

Eléments axis (QUAD9)



Conditions limites :

côté AB	DDL_IMPO:	(Group_no:GRNM11	Dy: 0.)
côté EF	FACE_IMPO:	(Group_ma:GRMA12	Dnor: 0.)
pression sur AE	PRES_REP:	(Group_ma:GRMA13	Pres: 1.)

Noms des nœuds : $A=N196$ $B=N1$ $C=N200$ $D=N5$ $E=N202$ $F=N7$

12.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de noeuds : 205
Nombre de mailles et types : 40 QUAD9

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

12.3 Grandeurs testées et résultats

Localisation	Grandeurs	Référence	*Aster*	% différence	tolérance
A	u	7.3398 10^{-3}	7.3397 10^{-3}	–0.00	10^{-2}
	v	0.	eps	-	10^{-2}
	σ_{xx}	–1.	–0.9984	+0.16	10^{-2}
	σ_{yy}	0.20055	0.2005	-	10^{-2}
	σ_{zz}	1.6685	1.667	–0.57	10^{-2}
	σ_{xy}	0.	eps	-	10^{-2}
C	u	7.3398 10^{-3}	7.3397 10^{-3}	–0.00	10^{-2}
	v	0.	eps	-	10^{-2}
	σ_{xx}	–1.	–0.9984	+0.16	10^{-2}
	σ_{yy}	0.20055	0.2005	-	10^{-2}
	σ_{zz}	1.6685	1.667	–0.57	10^{-2}
	σ_{xy}	0.	eps	-	10^{-2}
E	u	7.3398 10^{-3}	7.3397 10^{-3}	–0.00	10^{-2}
	v	0.	eps	-	10^{-2}
	σ_{xx}	–1.	–0.9984	+0.16	10^{-2}
	σ_{yy}	0.20055	0.2005	-	10^{-2}
	σ_{zz}	1.6685	1.667	–0.57	10^{-2}
	σ_{xy}	0.	eps	-	10^{-2}
B	u	4.6716 10^{-3}	4.6716 10^{-3}	0.00	10^{-2}
	v	0.	eps	-	10^{-2}
	σ_{xx}	0.	1.1 10^{-4}	-	10^{-2}
	σ_{yy}	0.20021	0.20021	-	10^{-2}
	σ_{zz}	0.66738	0.66727	–0.04	10^{-2}
	σ_{xy}	0.	eps	-	10^{-2}
D	u	4.6716 10^{-3}	4.6716 10^{-3}	0.00	10^{-2}
	v	0.	eps	-	10^{-2}
	σ_{xx}	0.	1.1 10^{-4}	-	10^{-2}
	σ_{yy}	0.20021	0.20021	-	10^{-2}
	σ_{zz}	0.66738	0.66727	–0.04	10^{-2}
	σ_{xy}	0.	eps	-	10^{-2}
F	u	4.6716 10^{-3}	4.6716 10^{-3}	0.00	10^{-2}
	v	0.	eps	-	10^{-2}
	σ_{xx}	0.	1.1 10^{-4}	-	10^{-2}
	σ_{yy}	0.20021	0.20021	0.02	10^{-2}
	σ_{zz}	0.66738	0.66727	–0.04	10^{-2}
	σ_{xy}	0.	eps	-	10^{-2}

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

13 Synthèse des résultats

Récapitulatif des erreurs	3 D			D_PLAN			Axis			
max en %	mod A	mod B	mod C	mod D	mod E	mod F	mod G	mod H	mod I	mod J
Déplacements										
A,C,E	–0.27	–0.10	–0.10	0.17	–0.27	–0.10	–0.09	–0.01	0.00	–0.00
B,D,F	–0.39	–0.02	–0.68	–0.28	–0.39	–0.29	–0.29	–0.01	0.00	–0.00
Contraintes σ_{xx}										
A,C,E	29.23	0.10	16.92	–9.20	29.18	0.11	0.37	5.72	0.27	0.27
B,D,F	–24.39	0.02	–15.69	–3.64	–24.36	0.03	–0.18	-	-	-
Contraintes σ_{yy}										
A,C,E	59.04	0.41	47.19	12.67	59.01	0.41	–0.18	12.19	0.09	0.09
B,D,F	2.75	0.30	1.97	–0.78	–2.75	0.32	0.03	–2.35	0.09	0.02
Contraintes σ_{zz}										
A,C,E	44.50	0.37	21.51	4.11	44.10	0.37	0.02	1.46	0.57	0.57
B,D,F	–6.80	0.04	–4.05	–1.20	–6.80	0.08	–0.001	–0.72	0.03	0.04
Contraintes σ_{xy}										
A,C,E	9.20	0.34	3.30	–0.24	–9.19	–0.34	0.23	-	-	-
B,D,F	–2.34	0.12	–7.84	0.19	–2.34	0.12	–0.07	-	-	-

- Les maillages pour les éléments d'ordre 1 ne sont pas assez fins.
- Les résultats sont plus précis avec des éléments d'ordre 2.
- Le problème est plus adapté à une modélisation axisymétrique (H, I, J) -> résultats meilleurs.
- Les résultats des éléments $3D$ et des éléments plans ayant des espaces d'interpolation en correspondance sont identiques.
- Les résultats des éléments axisymétriques QUAD8 et QUAD9 sont identiques.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)