SDLV127 - Ondes planes inclinées et réfléchies dans un demi-espace élastique

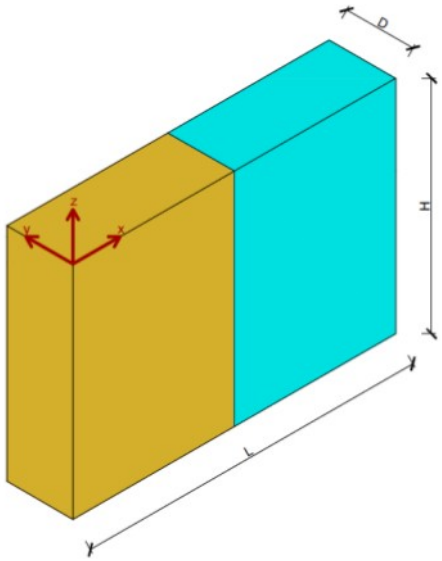
Résumé

On teste l'application d'un chargement en transitoire sous forme d'une onde plane d'incidence inclinée grâce aux éléments paraxiaux élastiques d'ordre 0, en 3D et en 2D. On applique ce chargement à un massif élastique occupant un demi-espace et dont on modélise une surface avec une tranche d'épaisseur unitaire en 3D. Cet espace est supposé infini dans sa partie inférieure et sur les bords, et affleure dans sa partie supérieure au niveau de la surface du demi-espace laissée libre. On observe la propagation de l'onde incidente, sa réflexion sur la surface libre du massif et son absorption par les éléments paraxiaux à l'extrémité inférieure du massif et sur les bords.
On teste successivement les ondes de type P et S par l'opérateur transitoire direct de *Code_Aster* DYNA_VIBRA.
L'application directe via les éléments paraxiaux d'une onde inclinée dans une direction quelconque est correcte uniquement dans un cas d'un demi-place homogène non amorti. Dans le cas d'un milieu hétérogène et/ou non amorti, il est nécessaire d'utiliser une type de modélisation plus complexe qui est également décrite dans cette documentation et testée sur un demi-espace formé de deux couches de différents matériaux.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



Le système considéré dans le cas 3D est celui d'un sol élastique homogène occupant le demi-espace $z<0$. Le plan $z=0$ est laissé libre. On modélise de ce sol une surface dans la plan XZ de 200 m de hauteur et 400 m de largeur, supposée infinie dans sa partie inférieure et sur les bords, et affleurant à la surface libre à son extrémité supérieure. On place les éléments paraxiaux sur la surface inférieure et sur les bords, pour traduire le caractère infini de la surface et appliquer le chargement par onde plane. On considère une tranche d'épaisseur 1 m dans la direction transverse Y. Dans le cas 2D, le principe est identique, avec seulement la surface dans le plan XY, la direction verticale étant l'axe des y (voir schéma sur figure ci-dessus).

Dans chaque modélisation, on fait un post traitement en accélération (direction X et Z) sur 6 points. En se référant à la Figure ci-dessus, les coordonnées de ces points sont les suivantes :

- Point NGH, de coordonnées (0, 0, 0) ;
- Point NMH, de coordonnées (L/2, 0, 0) ;
- Point NDH, de coordonnées (L, 0, 0) ;
- Point NGB, de coordonnées (0, 0, – H) ;
- Point NMB, de coordonnées (L/2, 0, – H) ;
- Point NDB, de coordonnées (L, 0, – H) ;

Dans certaines modélisations on opère un calcul final sur un modèle qui n'est pas une tranche 3D unitaire mais qui a un épaisseur en direction Y beaucoup plus étendue ($EP_y=200\,m$). Dans ce cas les points de post-traitement sont placés à la coordonnée $Y=100\,m$. On y rajoute également des points de post-traitement qui ne sont pas placés aux extrémités du modèle mais sur des points plus internes, plus en détail :

- Point CGH, de coordonnées (30., 100., 0) ;
- Point CMH, de coordonnées (L/2, 100., 0) ;
- Point CDH, de coordonnées (L-30., 100., 0) ;
- Point CGB, de coordonnées (30., 100., -200.) ;
- Point CMB, de coordonnées (L/2, 100., -200.) ;
- Point CDB, de coordonnées (L-30., 100., -200.) ;

Pour le cas bicouche, chaque couche a un épaisseur de 100m. Pour la modélisation E, on considère un modèle cubique avec $L=200\,m$ et on teste les points suivants :

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

- Point LGH, de coordonnées (0., 0., 0) ;
- Point LDH, de coordonnées (L, L, 0) ;
- Point LMH, de coordonnées (L/2, L/2, 0.) ;
- Point LGB, de coordonnées (0., 0., -200.) ;
- Point LDB, de coordonnées (L, L, -200.) ;
- Point LMB, de coordonnées (L/2, L/2, -200.) ;

1.2 Propriétés des matériaux

Massif élastique : sol dur

Masse volumique : $2450\,kg.m^{-3}$

Module d'Young : $3{,}0.10^{10}\,Pa$

Coefficient de Poisson : $0{,}25$

Massif élastique : sol mou

Masse volumique : $2450\,kg.m^{-3}$

Module d'Young : $7{,}5.10^{9}\,Pa$

Coefficient de Poisson : $0{,}25$

1.3 Conditions aux limites et chargements

On s'intéresse au mouvement 1D de la colonne sous l'action excitatrice d'une onde plane inclinée dans le plan vertical de types d'onde de compression et cisaillement P et SV en 3D et S en 2D. La direction des ondes de cisaillement étant toujours l'axe des x.

Dans cette configuration, le chargement par onde plane comporte les caractéristiques suivantes :

- Direction : $(sina,0.,cosa)$ en 3D et $(sina,cosa)$ en 2D
- Types d'onde P et SV en 3D et P et S en 2D.
- Signal : fonction accélération donnée en Figure 1.

On considère un angle d'incidence : $a=21\,degrés$

Le maximum en accélération du front d'onde dans le massif est de $1\,m.s^{-2}$ à $t_m=0{,}238\,s$.

On réduit la fenêtre de calcul à une taille utile entre $t=0{,}2\,s$ et $t=0{,}5\,s$ en ramenant l'origine à 0.

Pour la modélisation E on considère aussi une inclinaison dans le plan XY de 45°.

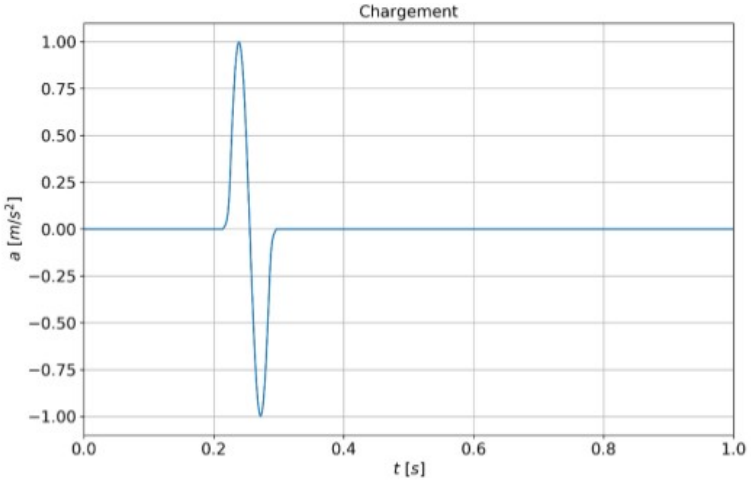


Figure 1

1.4 Conditions initiales

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Le déplacement est nul dans le massif à l'instant initial.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Milieu hétérogène et/ou amorti

Dans le cas d'un milieu hétérogène et/ou amorti nous ne sommes pas en capacité d'appliquer une solution analytique comme dans le cas d'un milieu homogène non amorti. Dans ce cas on se sert donc d'une autre type de modélisation, que l'on peut résumer comme suit :

- Si on considère un domaine suffisamment étendu, la solution au milieu du domaine n'est pas extrêmement perturbée :
  - La perturbation de la solution au milieu du domaine dépend de trois facteurs : les caractéristiques matériaux du milieu, la période du signal sismique et la géométrie du modèle
- Une fois défini un domaine suffisamment étendu, on peut récupérer la solution au milieu et la répartir aux bords latéraux avec un déphasage temporel qui dépend de la vitesse de propagation de l'onde et de la géométrie du domaine :
  - Le déphasage temporel s'applique grâce à la fonctionnalité CREA_RESU. en particulier, avec les mot-clés GROUP_NO_INTERF, COOR_REFE, VITE_ONDE et DIRECTION.
  - Ce nouveau chargement aux bords est imposé à travers des masses pénalisées
  - Dans un premier temps, on détermine la solution non perturbée sur un modèle type tranche 3D avec épaisseur unitaire. Ensuite, on peut propager cette solution sur un vrai modèle 3D via l'opérateur PROJ_CHAMP
    - On peut également prévoir la mise en place d'une tranche 3D allongée pour obtenir une solution initiale encore moins perturbée (modélisations G et I) et ensuite déphaser cette solution sur un modèle r é duit

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Solution de référence

La propagation 1D du signal de l'onde incidente inclinée dans le massif est connue analytiquement [bib1]. On obtient comme amplitude maximale aux points hauts NGH, NMH et NDH $A=2m.s^{-2}$ et aux points bas NGB, NMB et NDB $A=1m.s^{-2}$. Il s'agit des valeurs calculées dans la direction de propagation de l'onde (pour un chargement type onde P) et dans la direction orthogonale à la direction de propagation de l'onde (pour un chargement type onde S).
On va déterminer les différences d'instants de passage entre un point bas et un point haut sur le même bord gauche ou droit $t=\frac{(H.cosa)}{C_S}$ pour une onde S, ce qui avec $H=200m$ et $C_S=2213m.s^{-1}$ donne $t=0{,}084s$ et $t=\frac{(H.cosa)}{C_P}$ pour une onde P, ce qui avec $H=200m$ et $C_P=3833m.s^{-1}$ donne $t=0{,}049s$.
On va aussi déterminer les différences d'instants de passage entre deux points de même niveau et de bords opposés $t=\frac{(L.sina)}{C_S}$ pour une onde S, ce qui avec $L=400m$ et $C_S=2213m.s^{-1}$ donne $t=0{,}065s$ et $t=\frac{(L.sina)}{C_P}$ pour une onde P, ce qui avec $L=400m$ et $C_P=3833m.s^{-1}$ donne $t=0{,}038s$. On peut également évaluer les temps de déphasage pour le cas bicouche.
Dans le cas bicouche, la référence pour le pic d'accélération dans le niveau bas du modèle reste toujours $A=1m.s^{-1}$. Par contre, une fois l'onde arrivée dans les points du niveau supérieure, le contraste entre les deux couches provoque une altération de l'amplitude due à la transmission de l'onde dans la zone de séparation entre les deux matériaux. Ce coefficient de réflexion est égale à [bib1] :

$$C_r=\frac{2.\rho_1 v_1}{\rho_1 v_1+\rho_2 v_2}$$

Dans ce cas, comme la seule différence est le module d'Young où $E_1=4.E_2$, on obtient dans le cas d'une onde P et d'une onde S un coefficient $C_r=1.333$. Par conséquent, les amplitudes sur le niveau supérieur sont égale à $A=2.C_r=2.667m.s^{-2}$.

3.1 Résultats de référence

On donne dans ce paragraphe les résultats obtenus avec *Code_Aster* pour une onde incidente P en 3D dans la direction de propagation de l'onde P (Figure 2), obtenus avec la modélisation A. On vérifie qu'ils sont satisfaisants qualitativement et quantitativement en amplitude et temps de décalage. On donne également les résultats obtenus avec Code_Aster pour une onde incidente P en 3D dans la direction de propagation de l'onde P pour le cas bicouche (Figure 3) dans la direction de propagation de l'onde P, obtenus avec la modélisation I.

3.2 Incertitudes

Il s'agit d'un résultat d'étude numérique. On retrouve les prévisions qualitatives et quantitatives. Les valeurs numériques sont liées à la précision du calcul.

3.3 Références bibliographiques

1) « Prise en compte d'un chargement type onde plane inclinée dans Code_Aster » Note EDF-R&D 6125-1723-2020-02209-FR

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

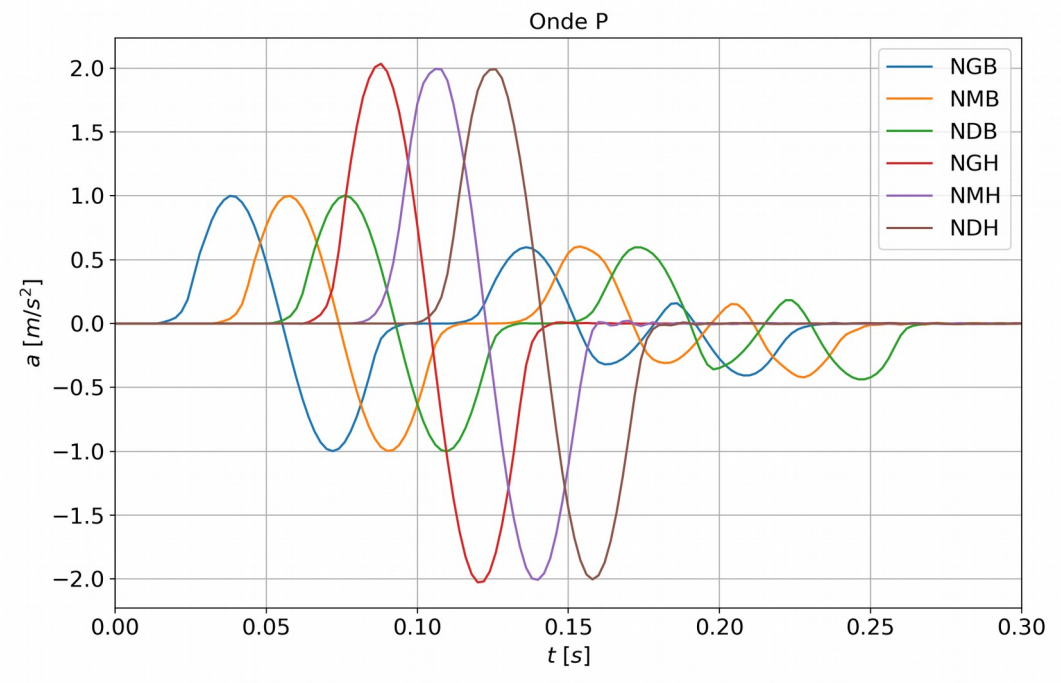


Figure 2

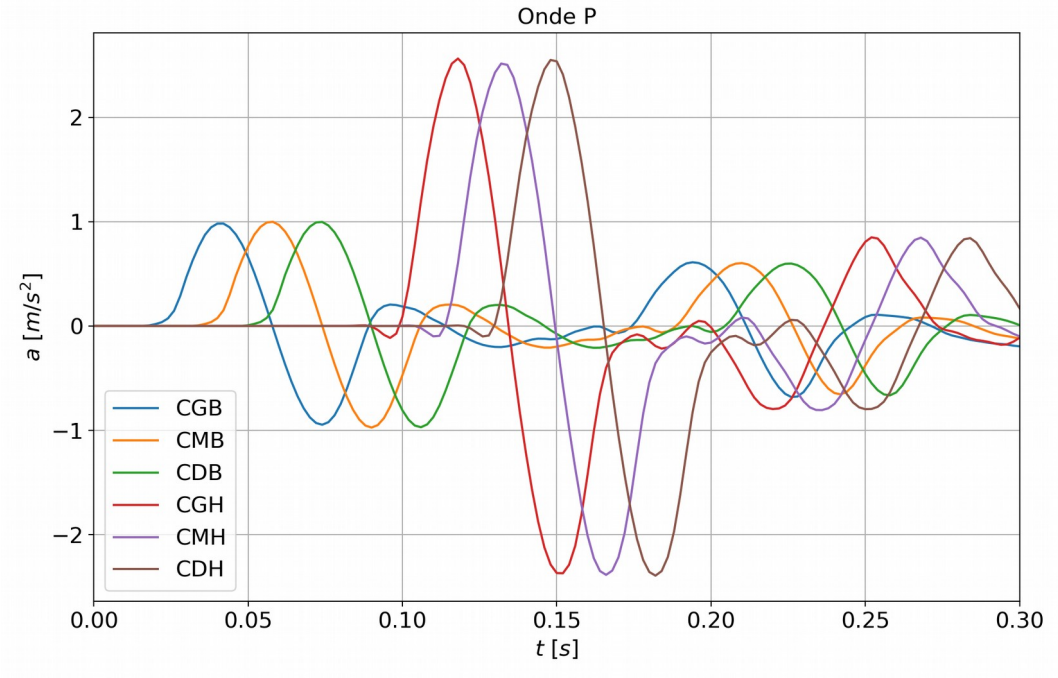


Figure 3

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation A

La modélisation A teste une onde inclinée de type P et S dans un milieu homogène 3D non amorti directement via l'option ONDE_PLANE dans AFFE_CHAR_MECA.

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Le massif est modélisé en 3D. Les éléments de frontière absorbante en 3D_ABSO.

4.2 Caractéristiques du maillage

Le massif contient 1600 éléments HEXA8 de taille de maille de 10 m dans le plan XZ et 1700 éléments de frontière QUAD4.

4.3 Valeurs testées

On teste les valeurs maximales d'accélérations dans les directions de propagation pour l'onde P et dans la direction orthogonale à la direction de propagation pour l'onde S aux nœuds indiqués en §1.1.

- Onde P (Direction $\sin(a).i_x+\cos(a).i_z$)

Point	Instant (s)	Calcul avec *Code_Aster* (accélération en m/s^2)	Résultats de référence (accélération en $m/s2$)	Ecarts référence - calcul avec *Code_Aster* (%)
NGB	0,038	0.99977	1.0	0.0023 RELATIF
NMB	0,058	0.99881	1.0	0.1 RELATIF
NDB	0,076	1.0026	1.0	0.3 RELATIF
NGH	0,088	2.03369	2.0	1.7 RELATIF
NMH	0,106	1.99312	2.0	0.3 RELATIF
NDH	0,126	1.9897	2.0	0.5 RELATIF

- Onde S (Direction $\cos(a).i_x-\sin(a).i_z$)

Point	Instant (s)	Calcul avec *Code_Aster* (accélération en m/s^2)	Résultats de référence (accélération en m/s^2)	Ecarts référence - calcul avec *Code_Aster* (%)
NGB	0,038	-1.0090	-1.0	0.9 RELATIF
NMB	0,070	-0.99779	-1.0	0.2 RELATIF
NDB	0,104	-0.99647	-1.0	0.4 RELATIF
NGH	0,124	-1.97654	-2.0	1.2 RELATIF
NMH	0,156	-1.95982	-2.0	2.0 RELATIF
NDH	0,188	-2.0258	-2.0	1.3 RELATIF

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation B

La modélisation B teste une onde inclinée de type P et S dans un milieu homogène 2D non amorti directement via l'option ONDE_PLANE dans AFFE_CHAR_MECA.

5.1 Caractéristiques de la modélisation

Le massif est modélisé en D_PLAN. Les éléments de frontière absorbante en D_PLAN_ABSO.

5.2 Caractéristiques du maillage

Le massif contient 800 éléments QUAD4 de taille de maille de 10 m dans le plan XY et 100 éléments de frontière SEG2.

5.3 Valeurs testées

Les valeurs testées sont les mêmes que pour la modélisation A. On change seulement la direction verticale de l'axe z à l'axe y.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Modélisation C

La modélisation C teste une onde inclinée de type P et S dans un milieu homogène 3D non amorti à travers la méthode auxiliaire avec un calcul sur une tranche initiale et utilisation des masses pénalisées.

6.1 Caractéristiques de la modélisation

Le massif est modélisé en 3D. Les éléments de frontière absorbante en 3D_ABSO.

6.2 Caractéristiques du maillage

Le massif contient 1600 éléments HEXA8 de taille de maille de 10 m dans le plan XZ et 1700 éléments de frontière QUAD4.

6.3 Valeurs testées

Les valeurs testées sont les mêmes que pour la modélisation A.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Modélisation D

La modélisation D teste une onde inclinée de type P et S dans un milieu homogène 2D non amorti à travers la méthode auxiliaire avec un calcul sur une tranche initiale et utilisation des masses pénalisées.

7.1 Caractéristiques de la modélisation

Le massif est modélisé en D_PLAN. Les éléments de frontière absorbante en D_PLAN_ABSO.

7.2 Caractéristiques du maillage

Le massif contient 800 éléments QUAD4 de taille de maille de 10 m dans le plan XY et 100 éléments de frontière SEG2.

7.3 Valeurs testées

Les valeurs testées sont les mêmes que pour la modélisation A. On change seulement la direction verticale de l'axe z à l'axe y.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

8 Modélisation E

La modélisation E teste une onde inclinée de type P et S dans un milieu homogène 3D non amorti directement via l'option ONDE_PLANE dans AFFE_CHAR_MECA. Dans ce cas l'onde P (ou S) est inclinée non seulement dans le plan XZ mais également dans le plan XY.

8.1 Caractéristiques de la modélisation

Le massif est modélisé en 3D. Les éléments de frontière absorbante en 3D_ABSO.

8.2 Caractéristiques du maillage

Le massif contient 16000 éléments HEXA8 de taille de maille de 10 m dans le plan XZ et 2400 éléments de frontière QUAD4.

8.3 Valeurs testées

On teste les valeurs maximales d'accélérations dans les directions de propagation pour l'onde P et dans la direction orthogonale à la direction de propagation pour l'onde S aux nœuds indiqués en §1.1.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

9 Modélisation F

La modélisation F teste une onde inclinée de type P dans un milieu homogène 3D non amorti directement via l'option ONDE_PLANE dans AFFE_CHAR_MECA. Dans ce cas l'onde P est inclinée non seulement dans le plan XZ mais également dans le plan XY du fait qu'on va tourner la direction de l'onde de 30 degrés dans ce plan.

9.1 Caractéristiques de la modélisation

Le massif est modélisé en 3D. Les éléments de frontière absorbante en 3D_ABSO.

9.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage du massif est initialement le même que celui de la modélisation A. Il contient 16000 éléments HEXA8 de taille de maille de 10 m dans le plan XZ et 1700 éléments de frontière QUAD4. Pour représenter la rotation de l'onde dans le plan XY, on va tourner ce maillage autour de l'axe Z avec un angle de 30 degrés.

9.3 Valeurs testées

Après avoir tourné également d'un angle de 30 degrés autour de l'axe Z les résultats initiaux identiques à ceux de la modélisation A, on teste les valeurs maximales d'accélérations dans toutes les directions de l'espace pour l'onde P aux nœuds indiqués en §1.1. On teste également aux mêmes nœuds l'accélération différentielle dans la direction Z par rapport à celle d'un point d'entrée de l'onde NGB.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

10 Modélisation G

La modélisation G teste une onde inclinée de type P et S dans un milieu homogène 3D non amorti à travers la méthode auxiliaire avec un calcul sur une tranche initiale et utilisation des masses pénalisées. Dans cette modélisation on utilise une tranche 3D avec épaisseur unitaire allongée pour obtenir une solution de départ moins perturbée par les conditions aux bords.

10.1 Caractéristiques de la modélisation

Le massif est modélisé en 3D. Les éléments de frontière absorbante en 3D_ABSO.

10.2 Caractéristiques du maillage

Le massif contient 32000 éléments HEXA8 de taille de maille de 10 m dans le plan XZ et 3600 éléments de frontière QUAD4.

10.3 Valeurs testées

On teste les valeurs maximales d'accélérations dans les directions de propagation pour l'onde P et dans la direction orthogonale à la direction de propagation pour l'onde S aux nœuds indiqués en §1.1.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

11 Modélisation H

La modélisation H teste une onde inclinée de type P et S dans un milieu hétérogène bicouche 3D non amorti à travers la méthode auxiliaire avec un calcul sur une tranche initiale et utilisation des masses pénalisées.

11.1 Caractéristiques de la modélisation

Le massif est modélisé en 3D. Les éléments de frontière absorbante en 3D_ABSO.

11.2 Caractéristiques du maillage

Le massif contient 32000 éléments HEXA8 de taille de maille de 10 m dans le plan XZ et 3600 éléments de frontière QUAD4.

11.3 Valeurs testées

Les valeurs testées sont les mêmes que pour la modélisation G.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

12 Modélisation I

La modélisation I teste une onde inclinée de type P et S dans un milieu hétérogène bicouche 3D non amorti à travers la méthode auxiliaire avec un calcul sur une tranche initiale et utilisation des masses pénalisées. Dans cette modélisation on utilise une tranche 3D avec épaisseur unitaire allongée pour obtenir une solution de départ moins perturbée par les conditions aux bords.

12.1 Caractéristiques de la modélisation

Le massif est modélisé en `3D`. Les éléments de frontière absorbante en `3D_ABSO`.

12.2 Caractéristiques du maillage

Le massif contient 32000 éléments HEXA8 de taille de maille de 10 m dans le plan XZ et 3600 éléments de frontière QUAD4.

12.3 Valeurs testées

Les valeurs testées sont les mêmes que pour la modélisation G.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

13 Modélisation L

La modélisation L teste une onde inclinée de type P et S dans un milieu hétérogène bicouche 3D non amorti à travers la méthode auxiliaire avec un calcul sur une tranche initiale et utilisation des masses pénalisées. Pour pouvoir appliquer également une onde inclinée dans le plan XY, on applique une ultérieure étape décrite au chapitre 2.

13.1 Caractéristiques de la modélisation

Le massif est modélisé en 3D. Les éléments de frontière absorbante en 3D_ABSO.

13.2 Caractéristiques du maillage

Le massif contient 16000 éléments HEXA8 de taille de maille de 10 m dans le plan XZ et 2400 éléments de frontière QUAD4.

13.3 Valeurs testées

On teste les valeurs maximales d'accélérations dans les directions de propagation pour l'onde P et dans la direction orthogonale à la direction de propagation pour l'onde S aux nœuds indiqués en §1.1.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

14 Synthèse des résultats

On retrouve par le calcul avec une précision satisfaisante les valeurs des maxima analytiques d'accélération et les valeurs des instants correspondants aux points bas et haut et sur les bords gauche et droit après le passage de l'onde réfléchie inclinée. On remarque qu'en utilisant au départ une tranche allongée adaptée aux caractéristiques du modèle on obtient beaucoup moins de bruit dû aux ondes parasites.
Les résultats obtenus pour l'onde P ont globalement une meilleure précision que ceux de l'onde S. Cela s'explique par la taille de maille commune de 10 mètres plus adaptée à la vitesse de l'onde P.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)