SDLS115 – Comparaison avec la solution analytique d'une plaque en traction

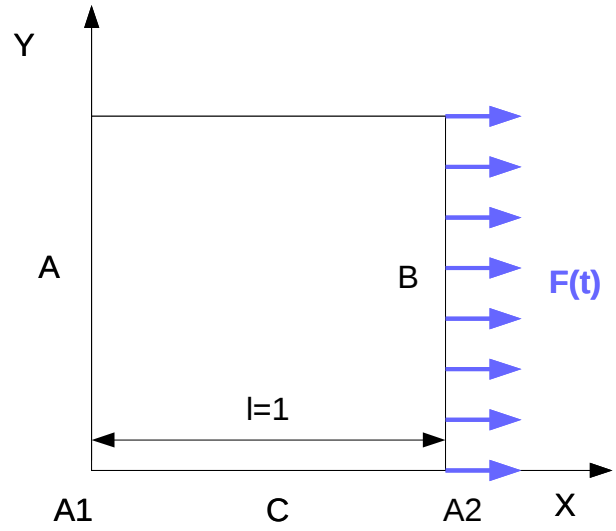
Résumé :

Ce test valide le fonctionnement de base de la modélisation DKT pour un calcul transitoire avec un schéma explicite d'intégration numérique par l'opérateur DYNA_NON_LINE. La plaque est soumise aux conditions aux limites correspondant à une traction simple, permettant de retrouver la réponse calculée analytiquement.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



Plaque carrée :
Longueur : $l=1.0\,m$
Épaisseur : $e=0.1\,m$

1.2 Propriétés du matériau

Module de Young, $E=4.388\,10^{10}\,N/m^2$
Coefficient de Poisson, $\nu=0.0$
Densité, $\rho=2500.0\,kg/m^3$

1.3 Conditions aux limites et chargements

Conditions aux limites :

Localisation	Composantes bloquées
A1	DX, DY, DZ, DRX, DRY, DRZ
A	DX, DZ, DRX, DRY, DRZ
C	DZ, DRX, DRY, DRZ

Chargements :

On applique la force linéique sur le coté B dans la direction x , qui dépend du temps comme,

$$F(t)=Q_0\,E\,K\,e\cos(Kl)\sin(\omega t) \quad ,$$

où l'on utilise les paramètres suivants :

- Q_0 ($=10^{-4}m$) - amplitude du chargement
- E – module de Young défini ci-dessus (en N/m^2)

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

- e – l'épaisseur définie ci-dessus (en m)
- l – la dimension de la plaque définie ci-dessus (en m)
- K ($=\frac{\pi}{8l}$) le nombre d'onde de la solution analytique (en m^{-1})
- ω – fréquence (fois 2π), lié au nombre d'onde K , $K=\omega/c$, c étant la célérité des ondes dans la structure, $c=\sqrt{\frac{E}{\rho}}$

Le paramétrage introduit permet d'appliquer le chargement juste pour obtenir la solution analytique, déterminée simplement par les paramètres Q_0 et K , et puis par d'autres paramètres des dimensions et des propriétés matériau de la structure.

1.4 Conditions initiales

Au départ les déplacements valent zéro partout et les vitesses obéissent à la distribution spatiale suivante,

$$v_0(x,y)=\omega Q_0 \sin(K.x)$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul

On traite ici un problème de structure (quasi)-unidimensionnel soumis à une force de bord, $F(t)$, où la solution analytique peut s'écrire comme,

$u(x,t)=Q_0\cos(Kx)\sin(\omega t)$

Afin d'obtenir cette solution on doit appliquer la force et les conditions initiales précisées ci-dessus. Les paramètres y sont également commentés.

2.2 Grandeurs et résultats de référence

Il s'agit du déplacement x au nœud $A2$ et à l'instant, $t_{max}=0.0012\,s$, qui doit être égal à

$u(x_{A2,t})=Q_0\cos(Kx_{A2})\sin(\omega t_{max})$

la valeur étant calculée dans le fichier de données à partir des valeurs choisies des paramètres.

2.3 Incertitudes sur la solution

Solution exacte.

2.4 Références bibliographiques

S. Timoshenko, *Théorie des vibrations*, 1939

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation : **DKT**

3.2 Caractéristiques du maillage

Nœuds : 16
Mailles : 9 QUAD4

3.3 Grandeurs testées et résultats

Trois calculs sont effectués avec l'opérateur DYNA_NON_LINE , le premier avec un schéma explicite, le deuxième avec un schéma implicite (HHT) faiblement amorti et le troisième avec un schéma implicite (HHT) fortement amorti.

Toutes les valeurs testées sont prises à l'instant $t_{max}=0.0012\,s$.

Calcul 1 : explicite

Identification	Référence	Type de référence	Tolérance
Déplacement DX en $A2$	3.51957D-05	'ANALYTIQUE'	0,5 %
DEGE_ELNO, (Maille M1), nœud $A2$, Comp. EXX	3.33675621777E-05	'ANALYTIQUE'	5 %
EFGE_ELNO, (Maille M1), nœud $A2$, Comp. NXX	1.4641686283587E5	'ANALYTIQUE'	5 %
ENEL_ELNO, (Maille M1), nœud $A2$, Comp. TOTALE	2.442786887272105	'ANALYTIQUE'	10 %
ENEL_ELNO, (Maille M1), nœud $A2$, Comp. MEMBRANE	2.442786887272105	'ANALYTIQUE'	10 %
ENEL_ELGA, (Maille M1), point 2, Comp. TOTALE	2.442786887272105	'ANALYTIQUE'	10 %
ENEL_ELGA, (Maille M1), point 2, Comp. FLEXION	0.	'ANALYTIQUE'	1E-13 (Absolu)

Identification	Valeur de référence	Type de référence	Tolérance
Table OBSERVATION, Champ SIEF_ELGA, Comp. SIXX, Maille M4, EVAL_ELGA = 'MIN'	-	'NON_REGRESSION'	-

Identification	Valeur de référence	Type de référence	Tolérance
ENER_ELAS, Comp. TOTALE	2.7322	' AUTRE_ASTER '	1E-3 %
ENER_ELAS, Comp. MEMBRANE	2.7322	' AUTRE_ASTER '	1E-3 %

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

TRAV_EXT, Comp. TRAV_ELAS	2.7322	' AUTRE_ASTER '	1E-3 %

Calcul 2 : implicite faiblement amorti

Identification	Référence	Type de référence	Tolérance
Déplacement DX en $A2$	3.51957D-05	'ANALYTIQUE'	0,05 %

Calcul 3 : implicite fortement amorti

Identification	Référence	Type de référence	Tolérance
Déplacement DX en $A2$	-	'NON_REGRESSION'	-

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation



Modélisation : **BARRE**

Dans cette modélisation, la plaque carré est modélisée par une barre de section rectangulaire d'un mètre de large et d'une épaisseur de 0,1m.

4.2 Conditions aux limites et chargements

Conditions aux limites :

Localisation	Composantes bloquées
A1	DX, DY, DZ
C	DX, DZ

Chargements :

La force est affectée en A2, c'est une force nodale qui doit être multipliée par la largeur de la plaque pour être équivalent à la modélisation A.

4.3 Caractéristiques du maillage

Nœuds : 4
Mailles : 3 SEG2

4.4 Grandeurs testées et résultats

Trois calculs sont effectués, le premier avec DYNA_NON_LINE en schéma explicite et MASS_DIAG='NON'(ce calcul est coupé en deux afin de tester la bonne transmission de la table d'observation), le deuxième avec DYNA_NON_LINE en schéma explicite et MASS_DIAG='OUI' et le troisième avec DYNA_VIBRA sans matrice de masse diagonale.

Premier calcul:

Identification	Référence	Type de référence	Tolérance
Déplacement DX en $A2$, INST = 1,2E-3	3.51957D-05	'ANALYTIQUE'	0,05 %
Déplacement DX en $A1$, INST = 3E-4 (via table d'observation)	0.	'ANALYTIQUE'	0,1 %

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Déplacement DX en $A1$, INST = 9E-4 (via table d'observation)	0.	'ANALYTIQUE'	0,1 %

Deuxième calcul:

Identification	Référence	Type de référence	Tolérance
Déplacement DX en $A2$, INST = 1,2E-3	3.51957D-05	'ANALYTIQUE'	0,5 %

Troisième calcul:

Identification	Référence	Type de référence	Tolérance
ECIN_ELEM , Maille $M21$, Comp. TOTALE	9.10387D-02	'ANALYTIQUE'	0,5 %

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Synthèse des résultats

Ce test a pour but principal de vérifier si la combinaison de la modélisation DKT et de l'opérateur DYNA_NON_LINE fonctionne correctement. L'écart entre la solution Aster et celle de la référence est très faible.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)