# SDLL144 – Transitoire de vitesse d'une poutre en rotation avec un disque

**Résumé :**

Ce test permet de valider la réponse temporelle à un transitoire de vitesse de rotation d'un système d'arbres tournant. Le rotor est plein, de section circulaire et comporte un disque. Les lois de montée en vitesse considérées ici sont de type linéaire (modélisation A) et exponentielle (modélisation B).

Pour ce cas test, le chargement du type balourd est installé sur le disque. La comparaison porte sur la valeur des pics de résonance des déplacements du disque.

Ce problème permet également de valider l'effet des matrices d'amortissement et de raideur gyroscopique qui ont été développées pour les poutres droites de Timoshenko et Euler.

Les résultats obtenus sont en bon accord avec ceux donnés en référence. Les références sont basées sur la théorie des poutres de Timoshenko.

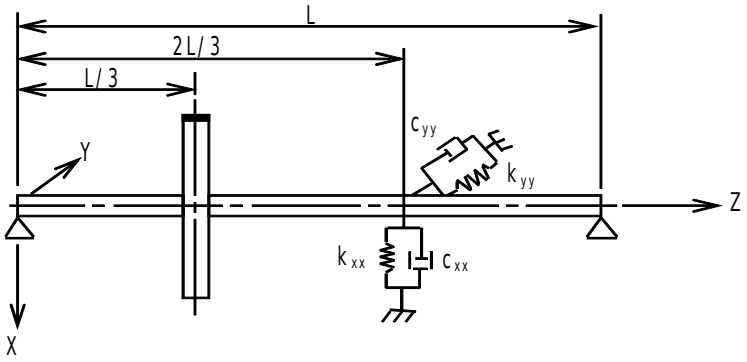


Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 1 Problème de référence

## 1.1 Géométrie

La structure est composée d'un rotor plein de longueur $L$ à section circulaire constante avec un disque situé au tiers de sa longueur.




**Modélisation :**

| | Masse ( $kg$ ) | $I_{zz}$ ( $kg.m^2$ ) | $I_{xx}=I_{yy}$ ( $kg.m^2$ ) |
|---|---|---|---|
| Disque | 16.47 | 0.1861 | 0.09427 |

**Tableau 1.1-1 : Caractéristiques des disques**

**Longueur de la poutre :**

$L=0.4\,m$

**Section circulaire :**

Diamètre : $D=0.02\,m$

## 1.2 Propriétés du matériau

$E=2.10^{11}\,Pa$
$\nu=0.3$
$\rho=7800\,kg/m^3$

## 1.3 Conditions aux limites

Le rotor est appuyé sur deux paliers infiniment rigides aux deux extrémités et sur un palier élastique avec amortissement visqueux au deux tiers de sa longueur. Les coefficients du palier sont les suivants :

$K_{xx}=2.10^5\,N.m^{-1}$ ; $K_{yy}=5.10^5\,N.m^{-1}$ ; $K_{xy}=K_{yx}=0$
$C_{xx}=4.10^1\,N/(m.s^{-1})$ ; $C_{yy}=1.10^2\,N/(m.s^{-1})$ ; $C_{xy}=C_{yx}=0$



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 2 Solution de référence

## 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Les solutions de référence sont celle présentées dans l'ouvrage de Michel LALANNE et Guy FERRARIS et celle obtenue avec le code CADYRO, logiciel éléments finis destiné à prévoir le comportement dynamique de rotors.

Les résultats numériques CADYRO ont été obtenus avec des éléments poutre de type Timoshenko. La modélisation est réalisée avec 4 nœuds (3 éléments poutres).

## 2.2 Grandeurs et résultats de référence

Avec un chargement de type balourd, les valeurs testées sont les maximas d'amplitude pour le noeud correspondant au disque, et ce pour deux lois de montée en vitesse de rotation allant de 0 à $5000\,tr/min$ (notion de résonance à la vitesse critique).

## 2.3 Incertitude sur la solution

Inférieure à 5%.

## 2.4 Références bibliographiques

- Michel LALANNE and Guy FERRARIS, Rotordynamics, Prediction in Engineering, JOHN WILEY AND SONS (1990).
- CADYRO, logiciel éléments finis destiné à prévoir le comportement dynamique de rotors en flexion.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 3 Modélisation A

## 3.1 Caractéristiques de la modélisation et du maillage

Le rotor est maillé en 3 éléments finis d'arbre de type POU_D_T régulièrement répartis et comporte 1 élément discret de type DIS_TR pour la modélisation du palier.

Nombre de nœuds : 4
Nombre et type d'éléments : 3 SEG2
1 POI1

## 3.2 Chargement

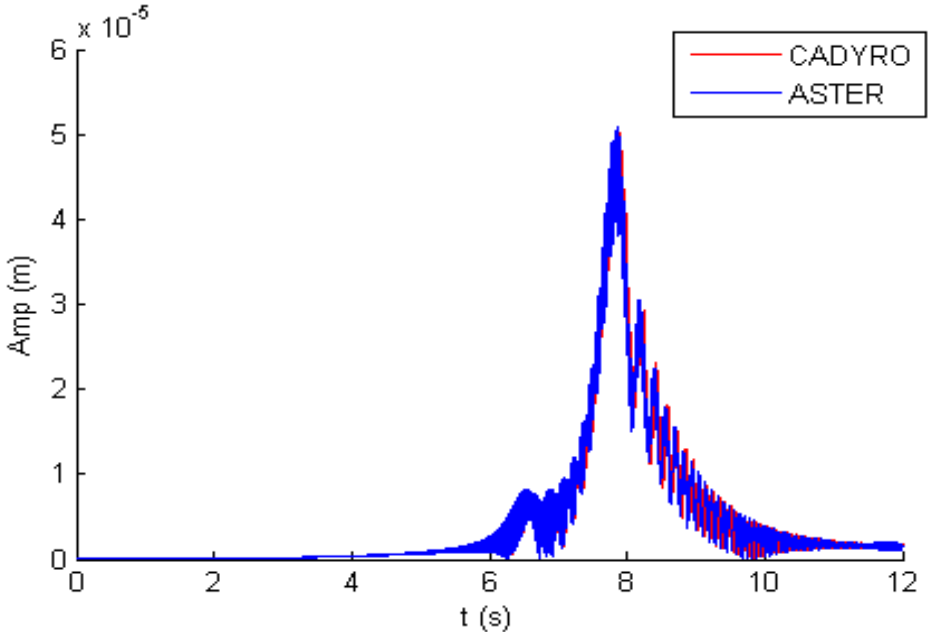
Le balourd est installé sur le nœud disque. Il est caractérisé par une masse de $10^{-4}\,kg$, une distance à la fibre neutre de l'arbre de $0.15\,m$ et un déphasage initial nul. Sa valeur est de $15.10^{-6}\,m.kg$.
La loi linéaire de montée en vitesse imposée est la suivante : $\dot{\phi}=416{,}7\,t$

## 3.3 Résultats

On teste l'instant pour lequel l'excentricité vibratoire atteint son maximum ainsi que l'amplitude maximale correspondante.

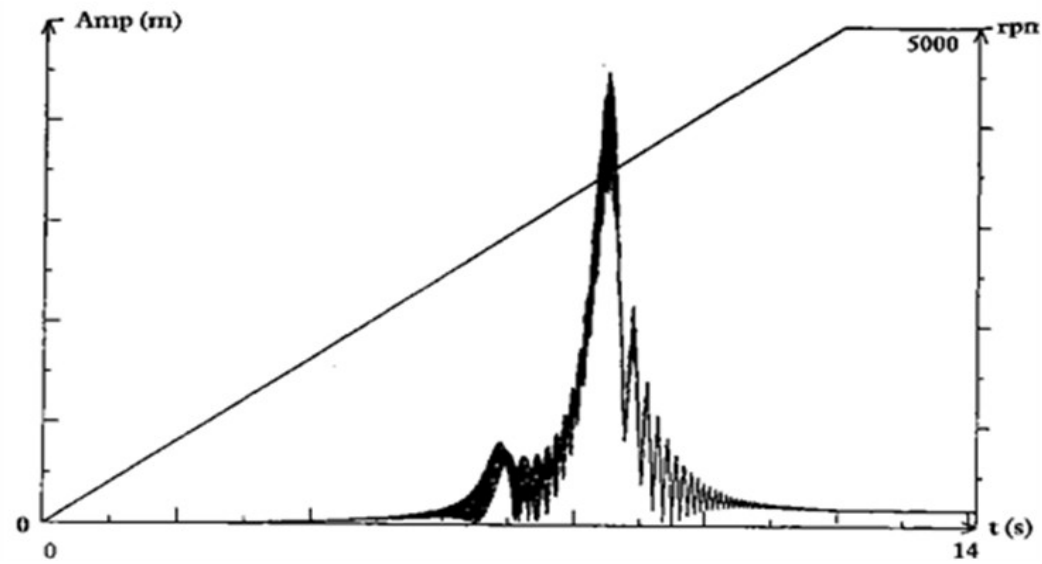
| Résultat | $A^2_{max}$ ( $m$ ) | $t_{max}$ ( $s$ ) |
|---|---|---|
| Référence CADYRO | 2,5810E-009 | 7,89 |
| Référence LALANNE | 2,1996E-009 | 8,44 |
| Code_Aster | 2,65697E-009 | 7,872350 |
| Erreur relative Aster/CADYRO | 3,0% | 0,22% |
| Erreur relative Aster/LALANNE | 20,79% | 6,72% |

**Tableau 3.3-1 : Grandeurs testées pour une loi linéaire de montée en vitesse**





Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)






Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 4 Modélisation B

## 4.1 Caractéristiques de la modélisation et du maillage

Le rotor est maillé en 3 éléments finis d'arbre de type POU_D_T régulièrement répartis et comporte 1 élément discret de type DIS_TR pour la modélisation du palier.

Nombre de nœuds : 4
Nombre et type d'éléments : 3 SEG2
1 POI1

## 4.2 Chargement

Le balourd est installé sur le nœud disque. Il est caractérisé par une masse de $10^{-4}\,kg$, une distance à la fibre neutre de l'arbre de $0.15\,m$ et un déphasage initial nul. Sa valeur est de $15.10^{-6}\,m.kg$.
La loi exponentielle de montée en vitesse imposée est la suivante :

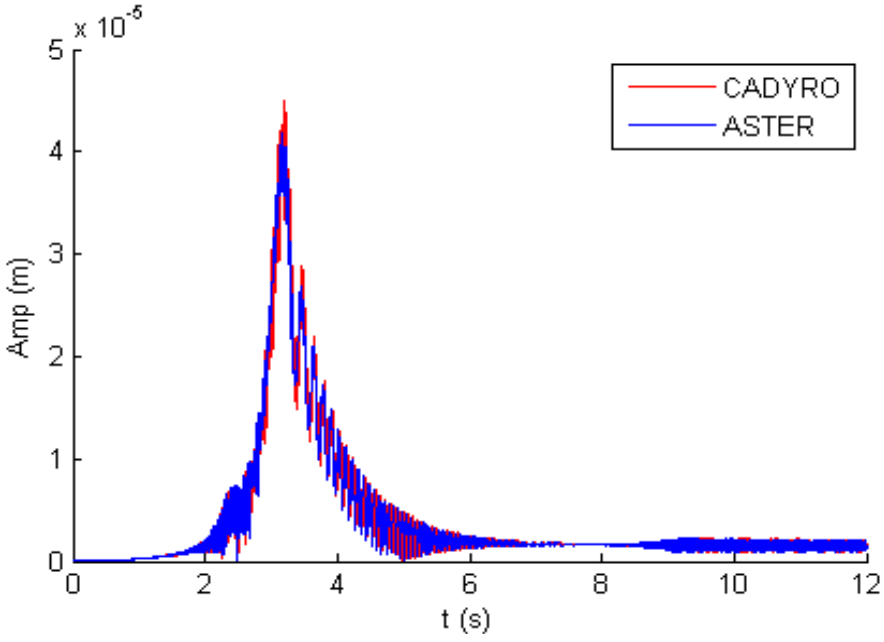
$$\dot{\phi} = 5100\,(1-\exp^{-0.3273t})$$

## 4.3 Résultats

On teste l'instant pour lequel l'excentricité vibratoire atteint son maximum ainsi que l'amplitude maximale correspondante.

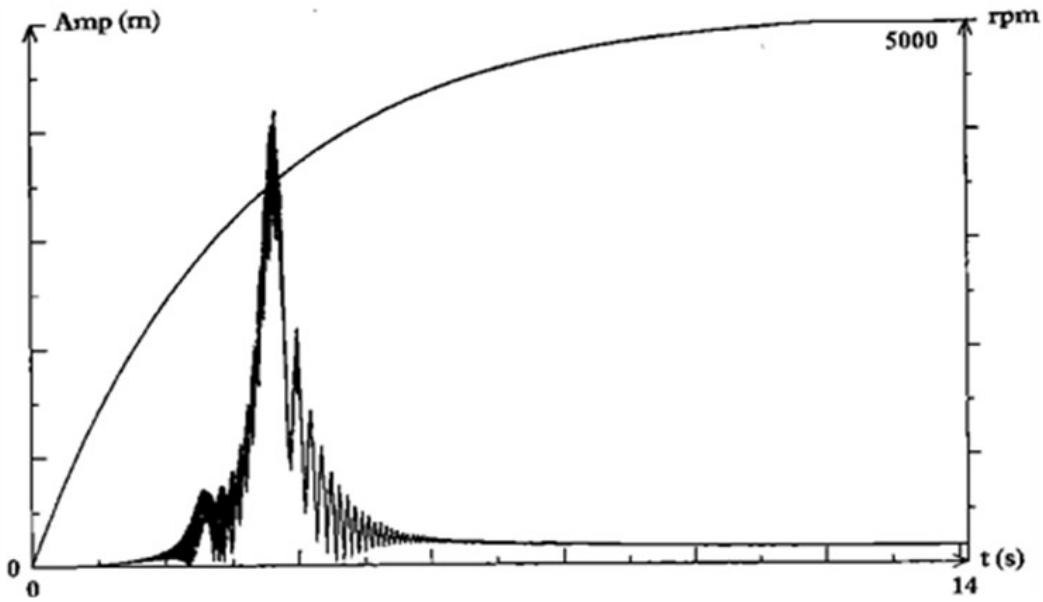
| Résultat | $A^2_{max}$ ( $m$ ) | $t_{max}$ ( $s$ ) |
|---|---|---|
| Référence CADYRO | 2,0160E-009 | 3,19 |
| Référence LALANNE | 1,8063E-009 | 3,5 |
| Code_Aster | 2.02538E-009 | 3.1956 |
| Erreur relative Aster/CADYRO | 0,5% | 0.17% |
| Erreur relative Aster/LALANNE | 12.1% | 8.70% |

**Tableau 4.3-1 : Grandeurs testées pour une loi exponentielle de montée en vitesse**





Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)




# 5 Synthèse des résultats

On obtient une bonne correspondance entre les résultats simulés avec CADYRO et Code_Aster (erreurs relatives inférieures à 3%). Cependant, des écarts importants (de 20% au maximum) sont obtenus avec les résultats issus de la bibliographie. Ces écarts peuvent être simplement expliqués par la différence de la base de projection. En effet, la base spatiale utilisée dans la bibliographie ne prend en compte que le premier mode propre d'une poutre en flexion sur appuis simples. Code_Aster et CADYRO utilisent une base modale plus précise. La méthode de résolution par recombinaison modale sur une base incomplète est très sensible aux effets de troncature qui ont tendance à rigidifier globalement la structure. Ceci a donc pour conséquence d'augmenter les fréquences de résonance, ce qui explique que les pics apparaissent pour des vitesses de rotation plus grandes et donc plus tard dans le temps (montée en vitesse ici). On constate donc une bonne implantation des matrices d'amortissement et de raideur gyroscopiques pour l'élément de poutre, dans le cas de calcul de la réponse temporelle sur base modale pour un transitoire de montée en vitesse .



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)