# SDLL14 - Modes de vibration d'un coude de tuyauterie mince

**Résumé :**

Ce test consiste à rechercher les fréquences propres et les modes de vibration associés d'une tuyauterie coudée. Il permet de valider les modélisations éléments finis TUYAU (SEG3 et SEG4) et TUYAU_6M (SEG4).
Il valide également l'option de calcul des plus grandes fréquences propres d'une structure . Les résultats obtenus sont comparés à une solution de référence analytique.

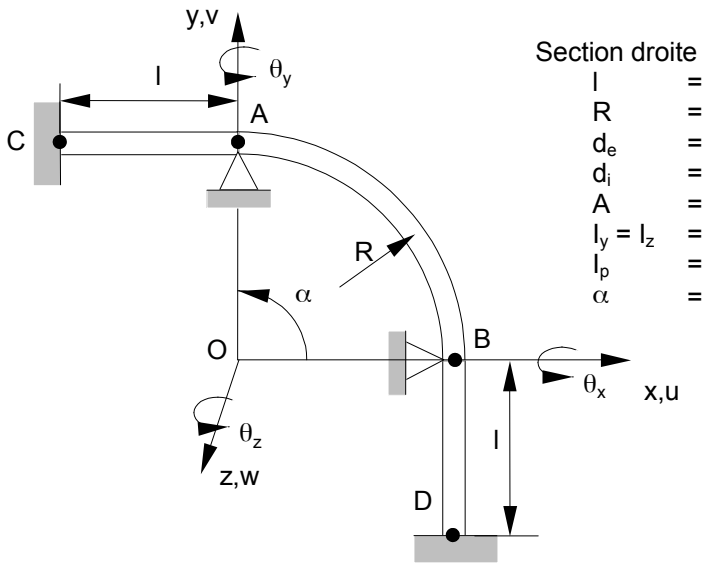
En plus, il valide les modélisations éléments finis POU_D_T en comparant les résultats obtenus avec les résultats de référence trouvés dans la référence [1] ainsi que ceux obtenus par le logiciel Pipestress.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 1 Problème de référence

## 1.1 Géométrie




Section droite circulaire creuse

| | | |
|---|---|---|
| l | = | 2.0 m |
| R | = | 1. m |
| $d_e$ | = | 0.020 m |
| $d_i$ | = | 0.016 m |
| A | = | 1.131 x $10^{-4}$ m² |
| $I_y = I_z$ | = | 4.637 x $10^{-9}$ $m^4$ |
| $I_p$ | = | 9.274 x $10^{-9}$ $m^4$ |
| $\alpha$ | = | 90° |

**Figure 1.1-1**

## 1.2 Propriétés du matériau

Les propriétés du matériau constituant la plaque sont :

| | |
|---|---|
| $E = 2.1\,10^{11}\,Pa$ | Module d'Young |
| $\nu = 0.3$ | Coefficient de poisson |
| $\rho = 7800.\,kg/m^3$ | Masse volumique |

**Tableau 1.2-1**

## 1.3 Conditions aux limites et chargements

- Conditions aux limites :
  - sections en $C$ et $D$ encastrées
  - Point $A$ : déplacements suivant $y$ et $z$ nuls
  - Point $B$ : déplacements suivant $x$ et $z$ nuls

## 1.4 Conditions initiales

Sans objet



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 2 Solution de référence

## 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

La méthode de Rayleigh appliquée à des éléments de poutre droite élancée et à un élément de poutre courbe mince permet de déterminer des paramètres tels que :

- flexion dans le plan : $f_i = \frac{\lambda_i^2}{2\pi R^2}\sqrt{\frac{E I_z}{\rho A}} \quad i=1,2$ ;
- flexion transverse : $f_i = \frac{\mu_i^2}{2\pi R^2}\sqrt{\frac{G I_p}{\rho A}} \quad i=1,2$ ;

Les valeurs $\lambda_i^2$ et $\mu_i^2$ sont tirées d'une abaque.

Cette formulation n'est utilisable que pour les tuyauterie très élancées :

- Élancement des parties droites supérieur à $\frac{l}{d_e} > 20$
- Coude mince tel que $\alpha R > 100\sqrt{\frac{I_z}{A}}$ avec $\alpha$, angle au centre en radian. Il n'est pas nécessaire d'utiliser ici un coefficient de flexibilité du coude.

## 2.2 Résultats de référence

- Quatre premières fréquences propres,
- Quatre premiers modes propres (2 modes transverses, 2 modes dans le plan).

| | |
|---|---|
| • Fréquence (mode transverse 1) | $17.9\ Hz$ |
| • Fréquence (mode dans le plan 1) | $24.8\ Hz$ |
| • Fréquence (mode transverse 2) | $25.3\ Hz$ |
| • Fréquence (mode dans le plan 1) | $27.0\ Hz$ |

**Tableau 2.2-1**

## 2.3 Références bibliographiques

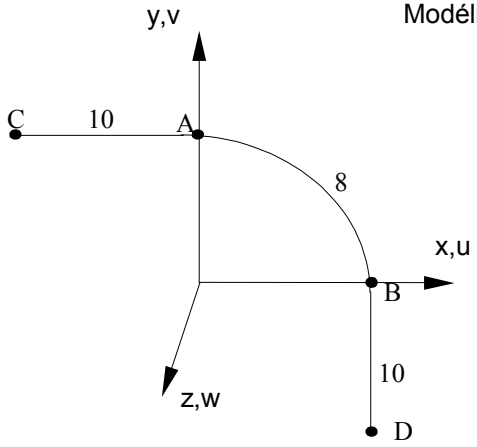
1) VPCS : Guide de validation des progiciels de calcul de structures : « test SDLL14 », SFM, AFNOR technique.
2) R.D. Blevins, formulas for natural frequency and mode shape, New York, Van Nostrand, 1979, P. 215.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 3 Modélisation A

## 3.1 Caractéristiques de la modélisation




Modélisation TUYAU (SEG3)

Conditions aux limites :

Points C et D :
- DDL de Poutre : DX = DY = DZ = DRX = DRY = DRZ = 0
- DDL de Coque : UIm = VIm = WIm = 0 (m=2,3)
  UOm = VOm = WOm = 0 (m=2,3)
  WI1 = WO1 = WO = 0

Point A :
- DDL de Poutre : DY = DZ = 0

Point B :
- DDL de Poutre : DX = DZ = 0

**Figure 3.1-1**

## 3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 57
Nombre de mailles et types : 28 SEG3

## 3.3 Grandeurs testées et résultats

Incertitudes sur les résultats en prenant la solution analytique de référence :

| Identification | Référence | Tolérance |
|---|---|---|
| Fréquence ( $Hz$ ) Transverse 1 | 17.9 | 0,5 % |
| Fréquence ( $Hz$ ) dans le plan 1 | 24.8 | 0,5 % |
| Fréquence ( $Hz$ ) Transverse 2 | 25.3 | 3 % |
| Fréquence ( $Hz$ ) dans le plan 2 | 27.0 | 3 % |

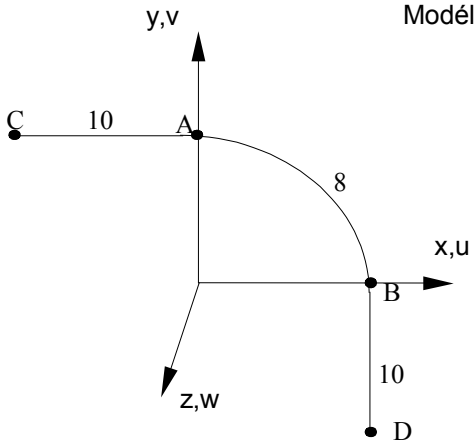
**Tableau 3.3-1**



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 4 Modélisation B

## 4.1 Caractéristiques de la modélisation




Modélisation TUYAU_6M (SEG3)

Conditions aux limites :

Points C et D :
- DDL de Poutre : DX = DY = DZ = DRX = DRY = DRZ = 0
- DDL de Coque : UIm = VIm = WIm = 0 (m=2,6)
  UOm = VOm = WOm = 0 (m=2,6)
  WI1 = WO1 = WO = 0

Point A :
- DDL de Poutre : DY = DZ = 0

Point B :
- DDL de Poutre : DX = DZ = 0

**Figure 4.1-1**

## 4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 57
Nombre de mailles et types : 28 SEG3

## 4.3 Grandeurs testées et résultats

Incertitudes sur les résultats en prenant la solution analytique de référence :

| Identification | Référence | Tolérance |
|---|---|---|
| Fréquence ( $Hz$ ) Transverse 1 | 17.9 | 1,0 % |
| Fréquence ( $Hz$ ) dans le plan 1 | 24.8 | 1,0 % |
| Fréquence ( $Hz$ ) Transverse 2 | 25.3 | 3,0 % |
| Fréquence ( $Hz$ ) dans le plan 2 | 27.0 | 3,0 % |

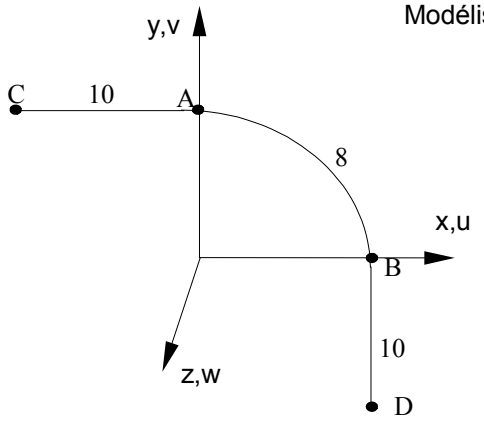
**Tableau 4.3-1**



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 5 Modélisation C

## 5.1 Caractéristiques de la modélisation




Modélisation TUYAU (SEG4)

Conditions aux limites :

Points C et D :
- DDL de Poutre : DX = DY = DZ = DRX = DRY = DRZ = 0
- DDL de Coque : UIm = VIm = WIm = 0 (m=2,3)
  UOm = VOm = WOm = 0 (m=2,3)
  WI1 = WO1 = WO = 0

Point A :
- DDL de Poutre : DY = DZ = 0

Point B :
- DDL de Poutre : DX = DZ = 0

**Figure 5.1-1**

## 5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 85
Nombre de mailles et types : 28 SEG4

## 5.3 Grandeurs testées et résultats

Incertitudes sur les résultats en prenant la solution analytique de référence :

| Identification | Référence | Tolérance |
|---|---|---|
| Fréquence ( $Hz$ ) Transverse 1 | 17.9 | 3,0 % |
| Fréquence ( $Hz$ ) dans le plan 1 | 24.8 | 3,0 % |
| Fréquence ( $Hz$ ) Transverse 2 | 25.3 | 3,0 % |
| Fréquence ( $Hz$ ) dans le plan 2 | 27.0 | 3,0 % |

**Tableau 5.3-1**

## 5.4 Remarques

Le maillage en SEG4 est obtenu à partir d'un maillage SEG3 avec la commande CREA_MAILLAGE, MODI_MAILLE avec l'option 'SEG3_4'. Il est important que le nœud milieu du SEG3 soit bien au milieu, *Code_Aster* vérifie cette condition avec une tolérance.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 6 Modélisation D

## 6.1 Caractéristiques de la modélisation

Idem que la modélisation A.

## 6.2 Caractéristiques du maillage

Idem que la modélisation A.

## 6.3 Grandeurs testées et résultats

On teste le calcul ergonomique de la plus grande fréquence propre de la structure, grâce à l'option 'PLUS_GRANDE' dans l'opérateur CALC_MODES. La valeur de référence est donnée par la modélisation E avec une tolérance de 0,1 %.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 7 Modélisation E

## 7.1 Caractéristiques de la modélisation

Idem que la modélisation A.

## 7.2 Caractéristiques du maillage

Idem que la modélisation A.

## 7.3 Grandeurs testées et résultats

On teste le calcul de la plus grande fréquence propre de la structure, en échangeant à la main les rôles des matrices de masse et de raideur. Il faut notamment transférer les degrés de liberté de Lagrange de la raideur vers la masse.

Le calcul modal est réalisé d'une part avec TYPE_RESU='GENERAL', qui renvoie une valeur propre (charge critique) $\mu$ ; dans ce cas, il faut appliquer la formule $\frac{-1}{2\pi\sqrt{\mu}}$ pour convertir la valeur en fréquence propre. D'autre part avec TYPE_RESU='DYNAMIQUE', qui renvoie une fréquence propre $f$ ; dans ce cas, il faut appliquer la formule $\frac{1}{(2\pi)^2 f}$ pour retrouver la bonne fréquence propre.
La valeur ainsi calculée sert de référence pour la modélisation D.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 8 Modélisation F

## 8.1 Caractéristiques de la modélisation

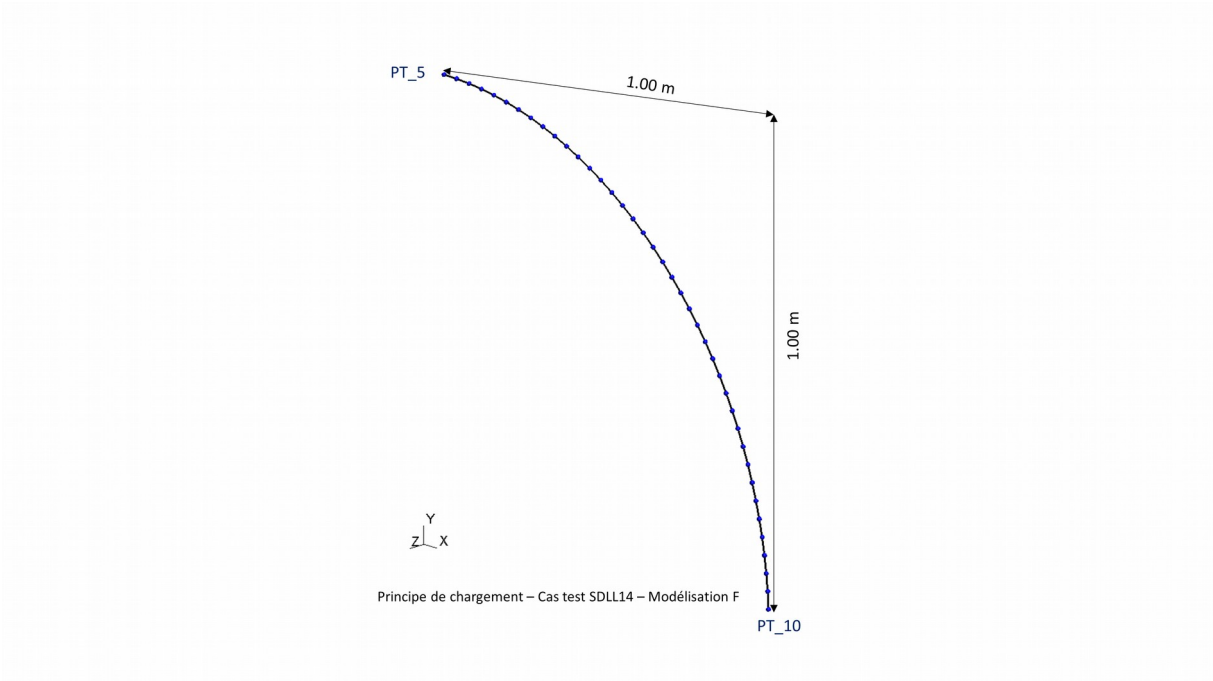



**Figure 8.1-1**

## 8.2 Conditions aux limites

Encastrement PT_5 (DX=DY=DZ=DRX=DRY=DRZ=0)

Encastrement PT_10 (DX=DY=DZ=DRX=DRY=DRZ=0)

## 8.3 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 40
Nombre de mailles et types : 39 POU_D_T

## 8.4 Grandeurs testées et résultats

Incertitudes sur les résultats en prenant la solution analytique de référence :

| Identification | Référence AFNOR | Valeur Pipestress | Valeur Aster | Ecart Aster-AFNOR (%) |
|---|---|---|---|---|
| Fréquence ( $Hz$ ) Mode 1 | 44.23 | 44.076 | 44.068 | 0.3662672 |
| Fréquence ( $Hz$ ) Mode 2 | 119 | 119.028 | 119.016 | 0.0134454 |
| Fréquence ( $Hz$ ) Mode 3 | 125 | 125.448 | 125.434 | 0.3472000 |
| Fréquence ( $Hz$ ) Mode 4 | 227 | 224.426 | 224.443 | 1.1264317 |

**Tableau 8.4-1**



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

## 8.5 Déformée du mode 1

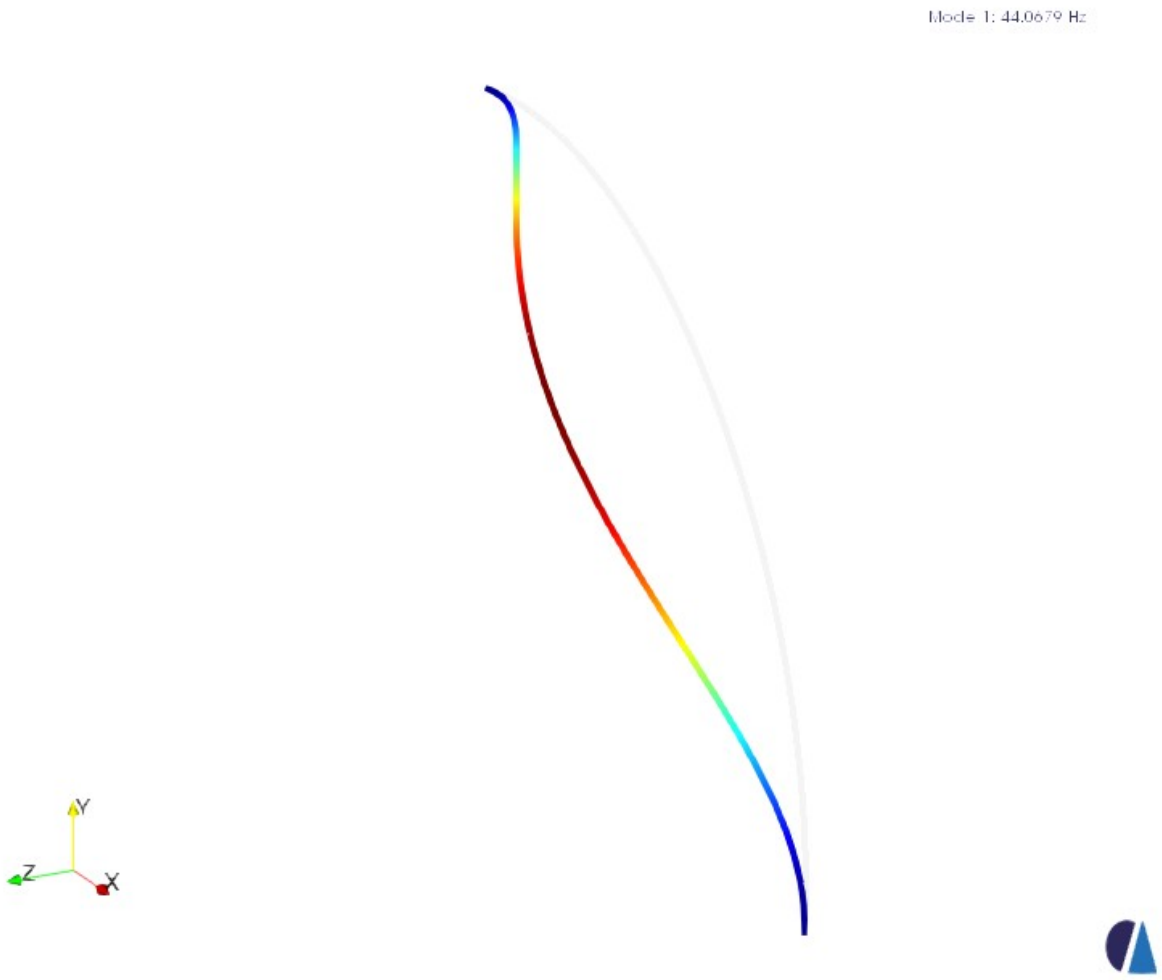



**Figure 8.5-1**



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 9 Modélisation G

## 9.1 Caractéristiques de la modélisation

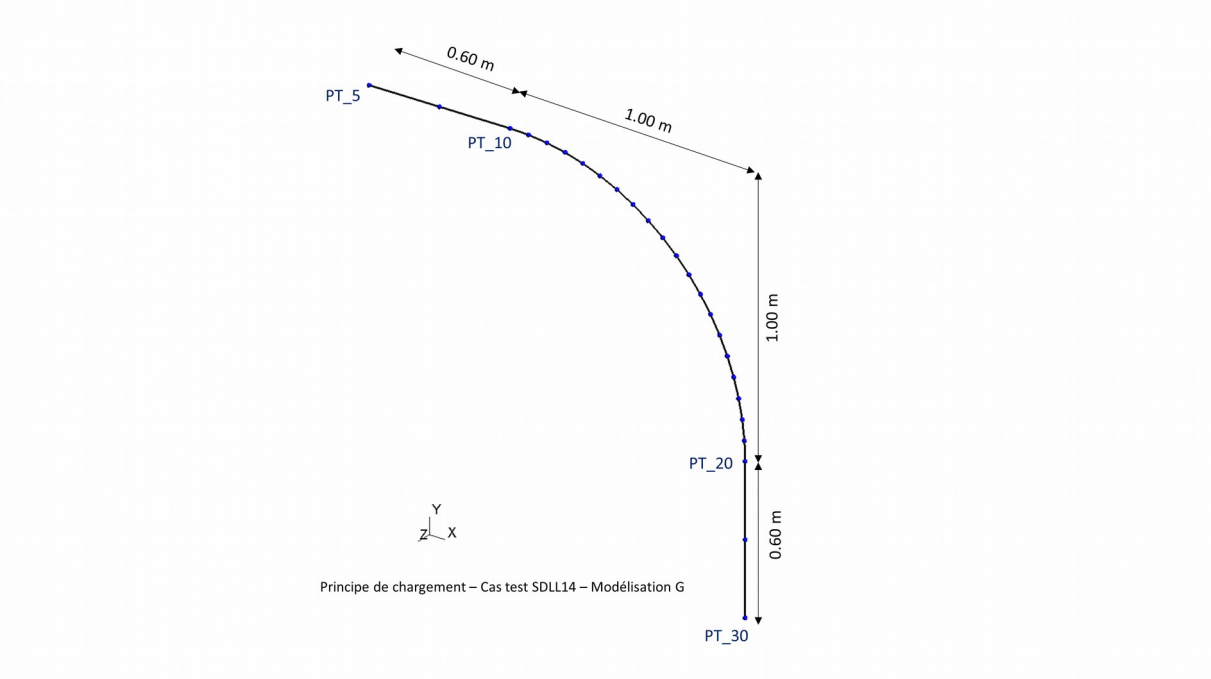



**Figure 9.1-1**

## 9.2 Conditions aux limites

Encastrement PT_5 (DX=DY=DZ=DRX=DRY=DRZ=0)

Appui PT_10 (DY=DZ=0)

Appui PT_20 (DX=DZ=0)

Encastrement PT_30 (DX=DY=DZ=DRX=DRY=DRZ=0)

## 9.3 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 25
Nombre de mailles et types : 24 POU_D_T



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

## 9.4 Grandeurs testées et résultats

Incertitudes sur les résultats en prenant la solution analytique de référence :

| Identification | Référence AFNOR | Valeur Pipestress | Valeur Aster | Ecart Aster-AFNOR (%) |
|---|---|---|---|---|
| Fréquence ( $Hz$ ) Mode 1 | 33.4 | 33.168 | 33.165 | 0.7035928 |
| Fréquence ( $Hz$ ) Mode 2 | 94 | 93.989 | 93.882 | 0.1255319 |
| Fréquence ( $Hz$ ) Mode 3 | 100 | 98.785 | 98.628 | 1.3720000 |
| Fréquence ( $Hz$ ) Mode 4 | 180 | 181.979 | 182.542 | 1.4122222 |

**Tableau 9.4-1**

## 9.5 Déformée du mode 1

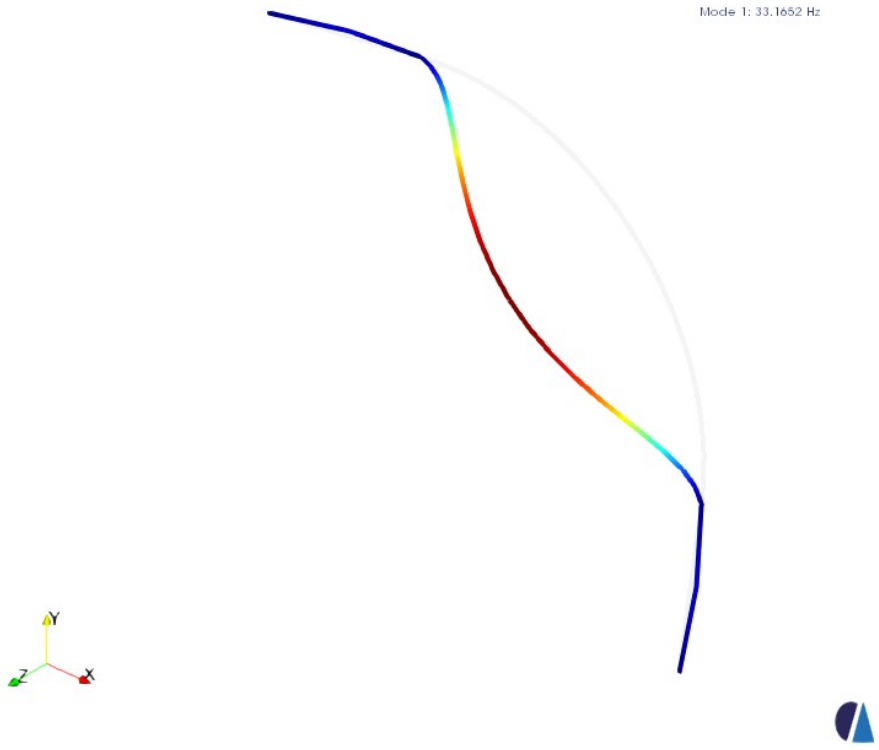



**Figure 9.5-1**



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 10 Modélisation H

## 10.1 Caractéristiques de la modélisation

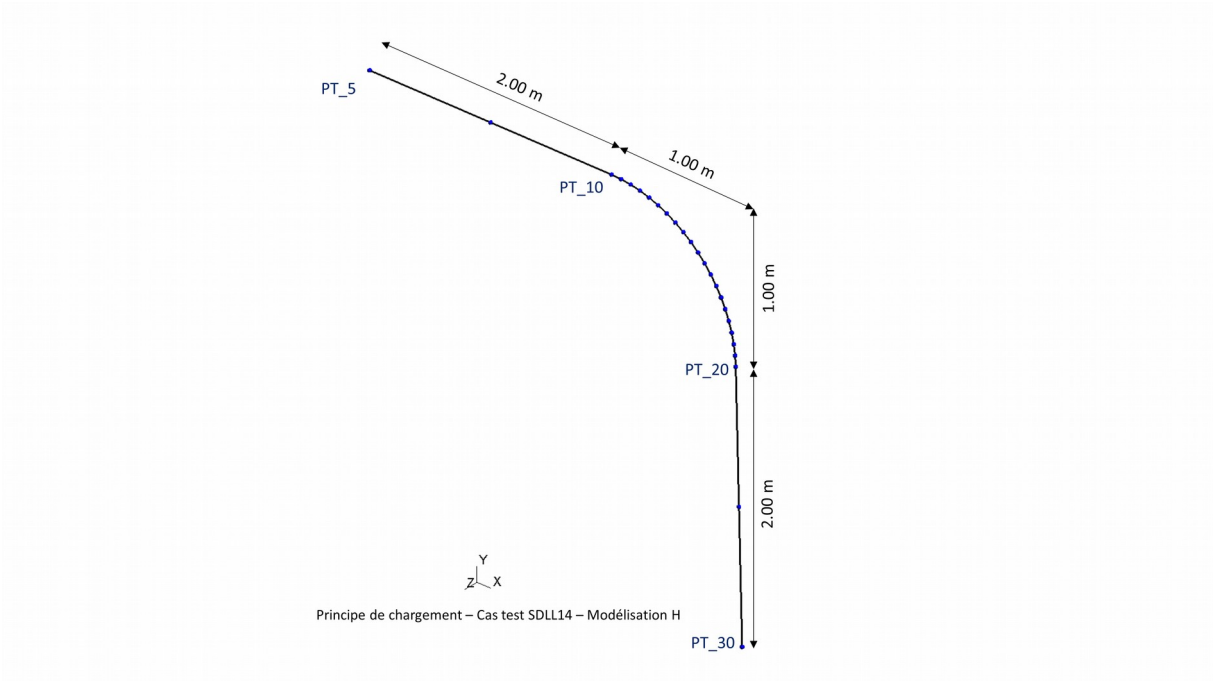



**Figure 10.1-1**

## 10.2 Conditions aux limites

Encastrement PT_5 (DX=DY=DZ=DRX=DRY=DRZ=0)

Appui PT_10 (DY=DZ=0)

Appui PT_20 (DX=DZ=0)

Encastrement PT_30 (DX=DY=DZ=DRX=DRY=DRZ=0)

## 10.3 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 25
Nombre de mailles et types : 24 POU_D_T



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

## 10.4 Grandeurs testées et résultats

Incertitudes sur les résultats en prenant la solution analytique de référence :

| Identification | Référence AFNOR | Valeur Pipestress | Valeur Aster | Écart Aster-AFNOR |
|---|---|---|---|---|
| Fréquence ( $Hz$ ) Mode 1 | 17.9 | 17.64 | 17.727 | 0.9664804 |
| Fréquence ( $Hz$ ) Mode 2 | 24.8 | 24.386 | 24.709 | 0.3669355 |
| Fréquence ( $Hz$ ) Mode 3 | 25.3 | 24.885 | 25.239 | 0.2411067 |
| Fréquence ( $Hz$ ) Mode 4 | 27 | 26.631 | 27.069 | 0.2555556 |

**Tableau 10.4-1**

## 10.5 Déformée du mode 1




**Figure 10.5-1**



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 11 Synthèse des résultats

Les résultats obtenus avec les modélisation TUYAU (SEG3 et SEG4 ) et TUYAU_6M (SEG4) sont satisfaisants. L'écart maximum observé est inférieur à $2.1\%$ .

La plus grande fréquence propre calculée est la même si on utilise la manière ergonomique ou si on échange les rôles des matrices à la main.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)