SDLL11 - Anneau circulaire mince libre-libre

Résumé :

Ce cas-test permet de tester les fréquences et les modes de vibration d'un anneau circulaire en libre-libre.

Huit modélisations sont effectuées, pour chacune d'entre elle on précise la modélisation et le type de maille testées.

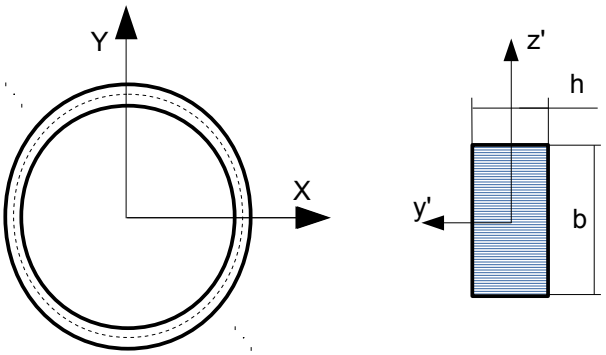
La méthode de recherche des fréquences propres utilisée est la méthode de Sorensen pour les modélisations A, B, C, D, E, F, G, K et la méthode de Lanczos pour la modélisation I.

- Modélisations 3D
  - Modélisation A : maille HEXA20
  - Modélisation B : maille HEXA8
  - Modélisation C : maille PENTA15
  - Modélisation D : maille TETRA10
- Modélisation POU_D_T
  - Modélisation E : maille SEG2
- Modélisations 2D
  - Modélisation F : maille QUAD8
  - Modélisation G : maille QUAD8
  - Modélisation I : maille QUAD8
- Modélisation COQUE_SOLIDE
  - modélisation K : maille HEXA9

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



Dimension en (m)

- Rayon de courbure moyen $R=0.1\mathrm{m}$
- Epaisseur: $h=0.005\,m$
- Largeur: $b=0.010\,m$ (plan perpendiculaire)
- Aire: $A=5\times10^{-5}\,m^2$
- Moment d'inertie : $I_z=1.042\times10^{-10}\,m^4$ $I_y=4.167\times10^{-10}\,m^4$
- Moment de torsion: $J=2.859\times10^{-10}\,m^4$

1.2 Propriétés du matériau

- Elastique
  - $E=7.2\times10^{10}\,Pa$ Module d'Young
  - $\nu=0.3$ Coefficient de poisson
  - $\rho=2700\,kg/m^3$ Masse volumique

1.3 Conditions aux limites et chargements

- Déplacements : tous les points de l'anneau sont libres
- Chargement : aucun

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

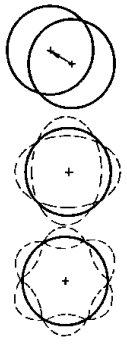
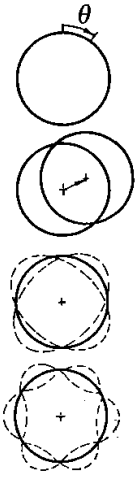
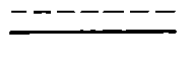
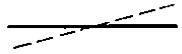
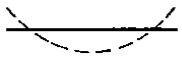
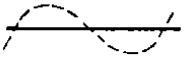
2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

- Modes de vibration dans le plan
  Pour ces modes de vibration, l'équation de flexion des poutres courbes de V. Boussinesq (1883), sans extension de la fibre neutre conduit à :

$$f_i=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\left(\frac{i^2(i^2-1)^2}{i^2+1}\times\frac{EI_Z}{\rho AR^4}\right)} \quad \text{pour } i=0,1,\ldots \tag{1}$$

  La solution de référence est établie pour des arcs minces tels que $\alpha R\geq 100\sqrt{\left(\frac{I_z}{A}\right)}$ avec α, angle au centre en radians.

- Modes de vibration hors plan
  Pour les modes de vibrations transverses avec section rectangulaire, la solution a été établie à partir du résultats de deux codes de calculs, utilisant des formulations différentes.

Modes propres dans le plan (coordonnées polaires (i,θ))			Modes propres hors plan
Symétriques		Antisymétriques	
$u_i'=i\cos(i\theta)$ $v_i'=\sin(i\theta)$		$u_i'=i\sin(i\theta)$ $v_i'=-\cos(i\theta)$ $\theta_i'=-\frac{1-i^2}{R}\cos(i\theta)$	
	$i=0$ Rotation d'ensemble		$i=0$ 
	$i=1$ translation d'ensemble		$i=1$ 
	$i=2$		$i=2$ 
	$i=3$		$i=3$ 
$\theta_i'=-\frac{1-i^2}{R}\sin(i\theta)$			$i=4$

2.2 Grandeur de référence

- $FREQ$: fréquence

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2.3 Grandeur et résultat de référence

	Composante	Nature du mode propre		Référence
		i	ordre	(Hz)
Modes dans le plan	$FREQ$	2	4,5	318.36
		3	6,7	900.46
		4	8,9	1726.55
		5	10,11	2792.21
Modes transverses	$FREQ$	2	4,5	511.
		3	6,7	1590.
		4	8,9	3184.

2.4 Références bibliographiques

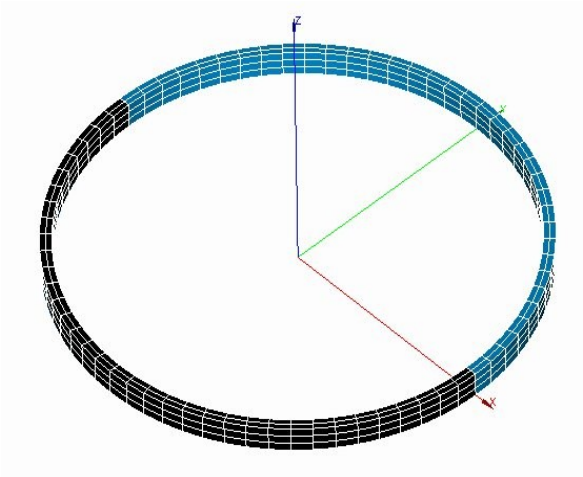
[1] Guide de Validation des Progiciels de Calculs des Structures: SFM, AFNOR technique, ISBN: 2-12-486611-7

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation A

- Modélisation 3D



Nombre de nœuds 2952
Nombre de mailles 432 HEXA20

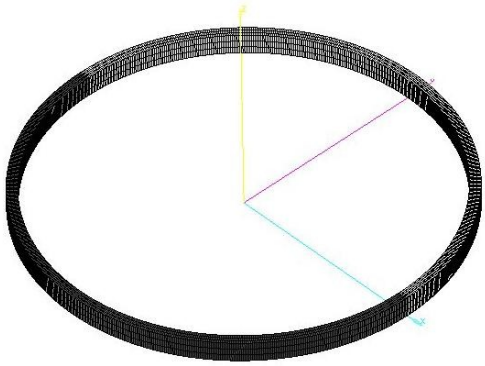
3.2 Grandeurs testées et résultats

	Composante	Nature du mode propre		Référence (Hz)	Tolérance $(\%)$
		i	ordre		
Modes dans le plan	$FREQ$	2	4,5	318.36	0.1
		3	6,7	900.46	0.3
		4	8,9	1726.55	0.5
		5	10,11	2792.21	0.8
Modes transverses	$FREQ$	2	4,5	511.	0.7
		3	6,7	1590.	1.4
		4	8,9	3184.	2.3

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation B



Modélisation 3D :

Nombre de nœuds	12800	
Nombre de mailles	7200	HEXA8

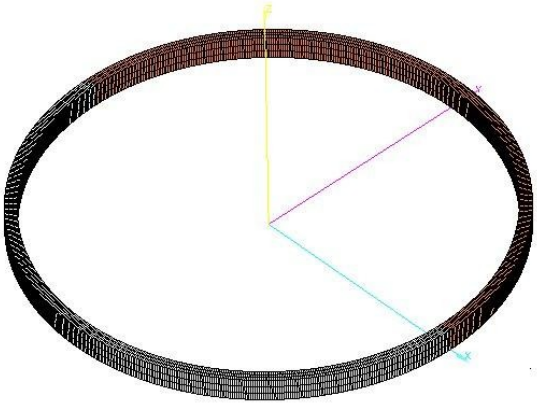
4.2 Grandeurs testées et résultats

	Composante	Nature du mode propre		Référence (Hz)	Tolérance $(\%)$
		i	ordre		
Modes dans le plan	$FREQ$	2	4,5	318.36	1.8
		3	6,7	900.46	1.6
		4	8,9	1726.55	1.35
		5	10,11	2792.21	1.
Modes transverses	$FREQ$	2	4,5	511.	1.7
		3	6,7	1590.	0.4
		4	8,9	3184.	0.8

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation C



Modélisation 3D :

Nombre de nœuds	3528	
Nombre de mailles	864	PENTA15

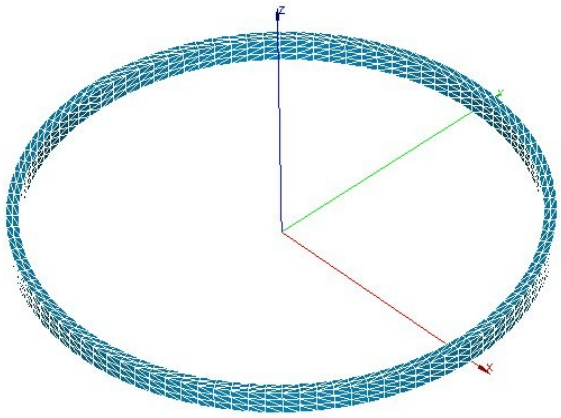
5.2 Grandeurs testées et résultats

	Composante	Nature du mode propre		Référence (Hz)	Tolérance $(\%)$
		i	ordre		
Modes dans le plan	$FREQ$	2	4,5	318.36	0.1
		3	6,7	900.46	0.2
		4	8,9	1726.55	0.35
		5	10,11	2792.21	0.6
Modes transverses	$FREQ$	2	4,5	511.	0.7
		3	6,7	1590.	1.4
		4	8,9	3184.	2.3

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques de la modélisation D



Modélisation 3D :

Nombre de nœuds	5824	
Nombre de mailles	2728	TETRA10

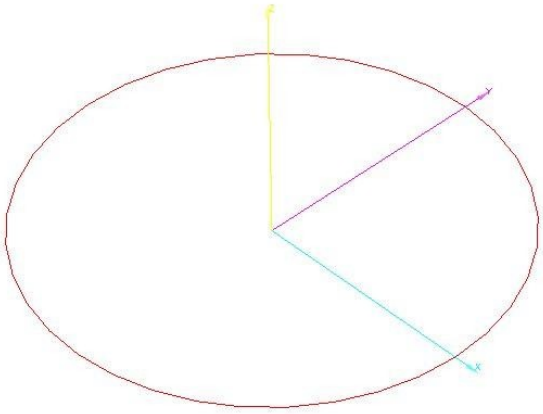
6.2 Grandeurs testées et résultats

	Composante	Nature du mode propre		Référence (Hz)	Tolérance (%)
		i	ordre		
Modes dans le plan	FREQ	2	4,5	318.36	0.1
		3	6,7	900.46	0.2
		4	8,9	1726.55	0.4
		5	10,11	2792.21	0.7
Modes transverses	FREQ	2	4,5	511.	0.25
		3	6,7	1590.	1.1
		4	8,9	3184.	2.0

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Modélisation E

7.1 Caractéristiques de la modélisation



Modélisation POU_D_T :

Nombre de nœuds	72	
Nombre de mailles	72	SEG2

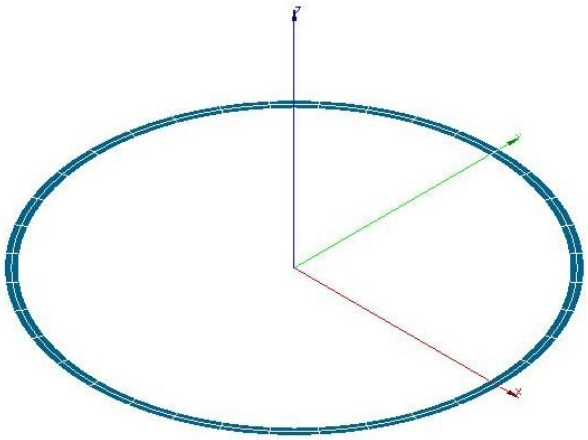
7.2 Grandeurs testées et résultats

	Composante	Nature du mode propre		Référence (Hz)	Tolérance $(\%)$
		i	ordre		
Modes dans le plan	$FREQ$	2	4,5	318.36	0.25
		3	6,7	900.46	0.6
		4	8,9	1726.55	1.1
		5	10,11	2792.21	1.7
Modes transverses	$FREQ$	2	4,5	511.	0.85
		3	6,7	1590.	1.5
		4	8,9	3184.	2.4

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

8 Modélisation F

8.1 Caractéristiques de la modélisation F



Modélisation D_PLAN :

Nombre de nœuds	288	
Nombre de mailles	72	QUAD8

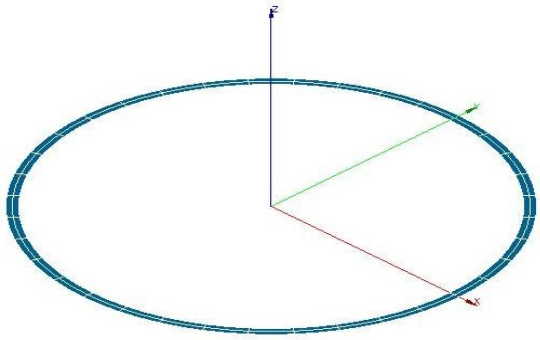
8.2 Grandeurs testées et résultats

	Composante	Nature du mode propre		Référence (Hz)	Tolérance $(\%)$
		i	ordre		
Modes dans le plan	$FREQ$	2	4,5	318.36	1.4
		3	6,7	900.46	1.6
		4	8,9	1726.55	1.7
		5	10,11	2792.21	2.0

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

9 Modélisation G

9.1 Caractéristiques de la modélisation G



Modélisation C_PLAN :

Nombre de nœuds	293	
Nombre de mailles	72	QUAD8

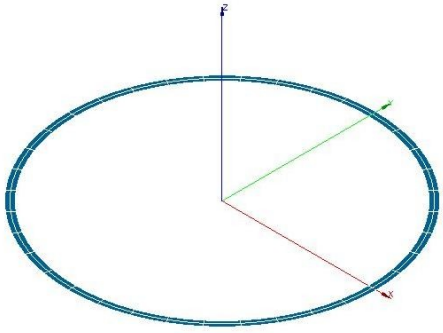
9.2 Grandeurs testées et résultats

	Composante	Nature du mode propre		Référence (Hz)	Tolérance $(\%)$
		i	ordre		
Modes dans le plan	$FREQ$	2	4,5	318.36	1.4
		3	6,7	900.46	1.6
		4	8,9	1726.55	1.7
		5	10,11	2792.21	2.0

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

10 Modélisation I

10.1 Caractéristiques de la modélisation I



Modélisation C_PLAN :

Nombre de nœuds	293	
Nombre de mailles	72	QUAD8

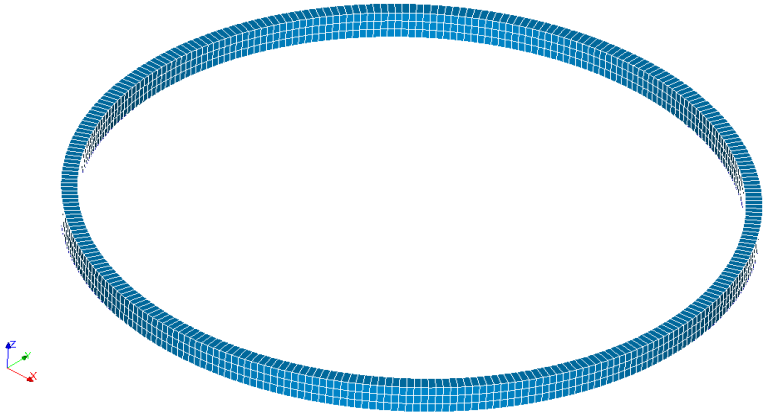
10.2 Grandeurs testées et résultats

	Composante	Nature du mode propre		Référence	Tolérance
		i	ordre	(Hz)	$(\%)$
Modes dans le plan	*FREQ*	2	4,5	318.36	1.4
		3	6,7	900.46	1.6
		4	8,9	1726.55	1.7
		5	10,11	2792.21	2.0

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

11 Modélisation K

11.1 Caractéristiques de la modélisation K



Modélisation COQUE_SOLIDE :

Nombre de nœuds 2400

Nombre de mailles 900 HEXA9

11.2 Grandeurs testées et résultats

	Composante	Nature du mode propre		Référence (Hz)	Tolérance (%)
		i	ordre		
Modes dans le plan	$FREQ$	2	4,5	318.36	0,1
		3	6,7	900.46	0,26
		4	8,9	1726.55	0,5
		5	10,11	2792.21	0,9
Modes transverses	$FREQ$	2	4,5	511.	1,23
		3	6,7	1590.	0,42
		4	8,9	3184.	1,75

On teste également l'option MASS_INER de la commande POST_ELEM. La masse totale de l'anneau est facile à évaluer analytiquement :

$$m=\rho\pi\times\left(R_{\text{ext}}^2-R_{\text{int}}^2\right)\times b=0{,}0848230016469242\,kg \quad (2)$$

Masse	Référence	Précision
m	ANALYTIQUE	0,0074 %

L' erreur (très faible) vient simplement de l'approximation de la courbure par les éléments linéaires.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

12 Synthèse des résultats

Les résultats obtenus sont satisfaisants.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)