SDLL02 - Poutre élancée, encastrée-libre, repliée sur elle même

Résumé :

Ce problème bidimensionnel consiste à rechercher les fréquences et les modes de vibration d'une structure mécanique, composée d'une poutre élancée, encastrée libre et repliée sur elle-même.

Le problème posé n'a pas de signification physique. Il permet par contre de valider la recherche des fréquences propres de flexion multiples et la recherche des modes doubles dans un sous-espace d'ordre 2.

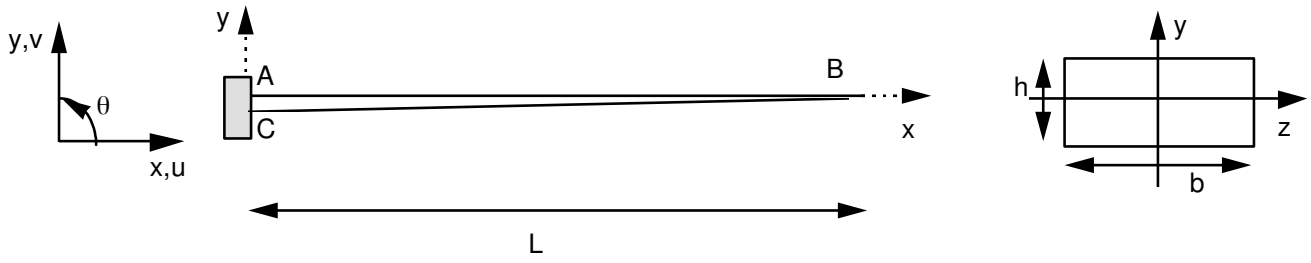
Dans ce test, on effectue trois modélisations différentes :

- dans la première modélisation, les conditions aux limites sont imposées à l'aide de paramètres de Lagrange (commande AFFE_CHAR_MECA) et les valeurs et vecteurs propres sont calculés par la méthode de Lanczos (commande CALC_MODES, METHODE='TRI_DIAG' sous le mot-clé facteur SOLVEUR_MODAL),
- dans la deuxième modélisation, les conditions aux limites sont imposées en supprimant des degrés de liberté dans les matrices de masse et de raideur (commande AFFE_CHAR_CINE) et les valeurs et vecteurs propres sont calculés par la méthode de Bathe et Wilson (commande CALC_MODES, METHODE='JACOBI' sous le mot-clé facteur SOLVEUR_MODAL)

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



Les caractéristiques géométriques de la poutre constituant le modèle mécanique sont les suivantes :

Longueur : $L=0.5\,m$

Section droite rectangulaire :

Hauteur :	$h=0.005\,m$
Largeur :	$b=0.050\,m$
Aire :	$A=2.5\,10^{-4}\,m^2$
Moment d'inertie :	$I_z=5.208\,10^{-10}\,m^4$

Les coordonnées (en mètres) des points caractéristiques de l'ensemble des poutres sont :

	A	B	C
x	0.	0.5	0.
y	0.	0.	0.

1.2 Propriétés de matériaux

Les propriétés du matériau constituant la poutre sont :

$E=2.1\,10^{11}\,Pa$

$\nu=0.3$

$\rho=7\,800.\,kg/m^3$

1.3 Conditions aux limites et chargements

La condition aux limites qui caractérise ce problème est l'encastrement du point A et s'écrit :

$u=v=0.$, $\theta=0$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

La solution de référence est celle donnée dans la fiche SDLL02/89 du guide VPCS qui présente la méthode de calcul de la façon suivante :

Par la méthode de raideur dynamique, on montre que la poutre repliée admet des fréquences doubles, solution de :

$$\cos(\lambda)=0 \qquad \Rightarrow \quad \lambda_i=(2i-1)\frac{\pi}{2}$$

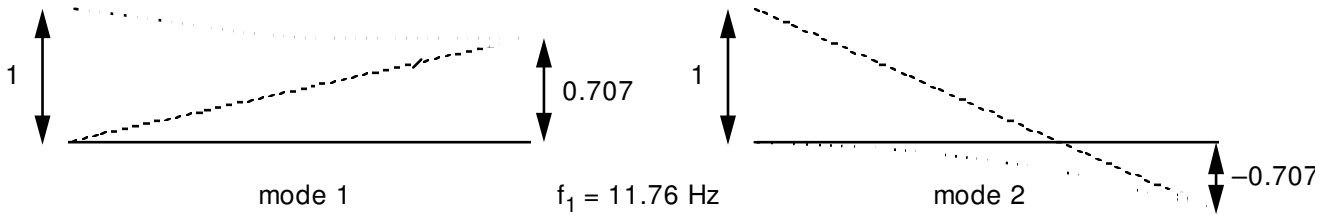
$$f_i=\frac{1}{2\pi}\frac{\lambda_i^2}{L^2}\sqrt{\frac{EI_z}{\rho A}} \qquad i=1,2,...$$

Pour une section rectangulaire, on obtient :

$$f_i=(2i-1)^2\pi\frac{R}{8L^2}\sqrt{\frac{E}{12\rho}} \quad i=1,2,...$$

Cette formulation néglige les déformations d'effort tranchant et d'inertie de rotation (poutre d'Euler-Bernoulli).

Pour les modes propres, les formes sont données dans le guide VPCS. Ils sont normés à 1 ou –1 au point de plus grande amplitude. On a des résultats seulement pour les modes 1, 2, 3, 4, 7 et 8. Par exemple, les formes des deux premiers modes propres sont les suivantes :



Remarque :

Dans Code_Aster, quand une valeur propre est multiple, les modes propres associés à cette valeur propre, même s'ils sont normés et orthogonaux deux à deux, sont, a priori, imprévisibles. On ne sait pas, pour l'instant, tester la forme d'un mode multiple.

2.2 Résultats de référence

Les résultats de référence sont les huit premières fréquences propres.

2.3 Incertitude sur la solution

Il n'y a pas d'incertitude sur la solution car elle est analytique.

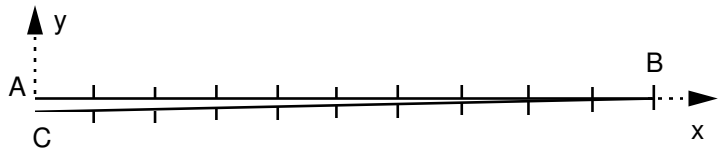
2.4 Références bibliographiques

1) PIRANDA J. : Cours et Travaux Dirigés de Vibrations des Structures - Option Mécanique - Ecole Nationale Supérieure de Mécanique et Micromécanique - Laboratoire de Mécanique Appliquée - Besançon (France (1983).)

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation



On a découpé la poutre en 20 mailles SEG2 (10 pour la partie AB et 10 pour la partie BC).

La modélisation utilisée pour les poutres est celle d'Euler Bernoulli (POU_D_E).

On recherche des solutions bidimensionnelles. On peut donc bloquer pour tous les nœuds le déplacement DZ et les rotations DRX et DRY .

L'extrémité de la poutre (point A) est encastrée d'où en ce point :

$DX=DY=0. \quad DRZ=0.$

3.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 21 nœuds et 20 mailles de type SEG2.

Les points caractéristiques du maillage sont les suivants :

Point $A=A$ Point $B=B$ Point $C=C$

3.3 Grandeurs testées et résultats

Pour les fréquences de vibration de la structure, on a les résultats suivants :

Identification	Référence
Fréquence 1	11.76
Fréquence 2	11.76
Fréquence 3	105.88
Fréquence 4	105.88
Fréquence 5	294.10
Fréquence 6	294.10
Fréquence 7	576.44
Fréquence 8	576.44

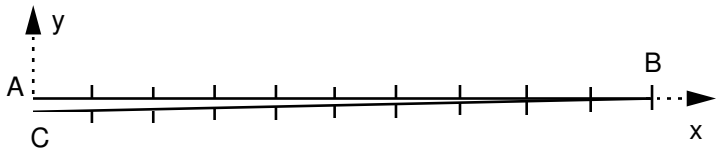
3.4 Remarques

Pour les fréquences propres, les résultats obtenus sont très bons (erreur < 0.1%).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation



On a découpé la poutre en 20 mailles SEG2 (10 pour la partie AB et 10 pour la partie BC).

La modélisation utilisée pour les poutres est celle d'Euler Bernouilli (POU_D_E).

On recherche des solutions bidimensionnelles. On peut donc bloquer pour tous les nœuds le déplacement DZ et les rotations DRX et DRY .

L'extrémité de la poutre (point A) est encastrée d'où en ce point :

$DX=DY=0. \quad DRZ=0.$

4.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 21 nœuds et 20 mailles de type SEG2.

Les points caractéristiques du maillage sont les suivants :

Point $A=A$ Point $B=B$ Point $C=C$

4.3 Grandeurs testées et résultats

Pour les fréquences de vibration de la structure, on a les résultats suivants :

Identification	Référence
Fréquence 1	11.76
Fréquence 2	11.76
Fréquence 3	105.88
Fréquence 4	105.88
Fréquence 5	294.10
Fréquence 6	294.10
Fréquence 7	576.44
Fréquence 8	576.44

4.4 Remarques

Pour les fréquences propres, les résultats obtenus sont très bons (erreur < 0.1%).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Synthèse des résultats

- Modélisations A et B de type Poutre :
  Le problème est traité avec une très bonne précision sur les huit premières fréquences (tolérance $< 0.1\%$) pour les deux modélisations testées.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)