SDLD31 - Validation élémentaire des schémas en temps en dynamique

Résumé :
Ce cas-test permet de valider la programmation des schémas d'intégration en temps dans DYNA_NON_LINE et DYNA_VIBRA.

Plus précisément, pour DYNA_NON_LINE on teste les schémas implicites suivants :

1) accélération moyenne (mot clé NEWMARK) avec résolution en déplacement et en accélération ;
2) accélération moyenne modifiée (mot clé HHT avec MODI_EQUI='NON') ;
3) HHT complet (mot clé HHT avec MODI_EQUI='OUI') ;

Avec le schéma HHT complet, on teste aussi les poursuites car ce schéma nécessite une initialisation particulière. De même, on valide aussi les poursuites pour l'accélération moyenne avec résolution en accélération car ce n'est pas testé dans dans d'autres cas-tests.

Quant à DYNA_VIBRA, les schémas à pas de temps constant sont testés, c'est-à-dire:

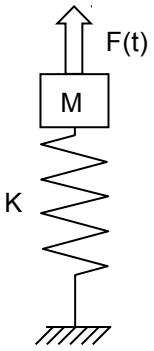
1) schéma d'ordre 1 explicite dit EULER ;
2) schéma NEWMARK implicite d'ordre 2 ;
3) schéma explicite d'ordre 4 dit DEVOGELAERE

Le but étant d'étudier le comportement des schémas en temps, le problème choisi est volontairement très simple : il s'agit d'un système linéaire 1 degré de liberté masse-ressort qui est soumis à une force sinusoïdale.
La solution de référence est obtenue par re-programmation des schémas d'intégration dans Matlab et par calcul de la solution analytique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problèmes de référence

1.1 Géométrie



Le système à 1 degré de liberté est du type masse M à l'extrémité d'un ressort de raideur K orienté suivant la direction verticale z.

1.2 Propriétés du matériau

Raideur ressort K : $36.\pi^2 N/m$
Masse ponctuelle M : $1 kg$
Les valeurs sont choisies de manière à avoir une pulsation propre du système masse-ressort ω_0 telle que :
$\omega_0 = 6.\pi rad/s$ car $\omega_0{}^2 = K/M$.

1.3 Caractéristiques géométriques

Le déplacement se fait suivant la direction verticale z.

1.4 Conditions aux limites et chargements

La base du ressort est encastrée, le seul degré de liberté est donc le déplacement suivant z de la masse ponctuelle M qui est fixée à l'autre extrémité du ressort.

Le chargement imposé est un effort sinusoïdal $F(t)$ vertical imposé sur la masse ponctuelle M :
$F(t) = \sin(1,1.\omega_0.t)$.

1.5 Conditions initiales

Le système est initialement au repos.

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul

Par ce cas-test on veut étudier le comportement des différents schémas d'intégration en temps implicites de l'opérateur DYNA_NON_LINE. Il ne s'agit donc pas de chercher à reproduire le plus fidèlement possible une solution analytique.

On choisit donc un pas de temps $dt = 10^{-2} s$, suffisamment petit par rapport à la pulsation propre du système et on va résoudre le problème transitoire linéaire avec l'opérateur DYNA_NON_LINE.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Pour le schéma non dissipatif de l'accélération moyenne (mot clé NEWMARK) il serait possible de calculer la solution analytique pour s'y comparer. On teste la résolution en déplacement ou en accélération qui doivent bien évidemment donner les mêmes résultats.

Le schéma HHT utilise un coefficient ALPHA=-0,3.

Pour les autres schémas que l'on désire tester et qui sont dissipatifs, l'obtention d'une solution analytique est peu aisée.

Nous avons donc choisi de comparer tous les calculs avec une solution numérique obtenue avec le code Matlab. Pour cela, les différents schémas ont été programmés dans Matlab.

On va donc réaliser plusieurs calculs transitoires en une seule étape : avec le schéma d'accélération moyenne, le schéma d'accélération moyenne modifiée, le schéma HHT complet et le schéma de Krenk. Pour ce dernier schémas dissipatifs (avec les valeurs de paramètres choisies), on valide la résolution en déplacement ainsi qu'en vitesse.

Puis on teste la reprise de calcul avec le schéma HHT complet, pour valider le mécanisme de poursuite avec ce schéma (on fait deux poursuites, la première à $0,2\,s$ et la deuxième à $0,35\,s$).

2.2 Grandeurs et résultats de référence

Les comparaisons porteront sur le déplacement et l'accélération de la masse ponctuelle M aux instants suivants : $0,5\,s$, $0,7\,s$ et $1\,s$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A - DYNA_NON_LINE

3.1 Grandeurs testées et résultats

Les grandeurs testées sont les déplacements et accélérations de la masse ponctuelle M.

Schéma en temps	Type du champ	Instant	Valeurs de Référence	tolérance
NEWMARK Résolu en déplacement ou accélération (avec et sans poursuite)	DEPL	0,5 s	1.0804500210685E-02	1.E-5%
		0,7 s	-4.0671779495390E-03	1.E-5%
		1,0 s	-1.3026189840935E-02	1.E-5%
	ACCE	0,5 s	-4.6479181362891E+00	1.E-5%
		0,7 s	2.3748682319566E+00	1.E-5%
		1,0 s	5.5793367773016E+00	1.E-5%
HHT MODI_EQUI='NON'	DEPL	0,5 s	9.0224842641940E-03	1.E-5%
	ACCE	0,7 s	-2.0242152707660E-03	1.E-5%
		1,0 s	-9.074477606657 E-03	1.E-5%
		0,5 s	-4.0147576088701E+00	1.E-5%
		0,7 s	1.6489918279122E+00	1.E-5%
		1,0 s	4.022313059734449E+00	1.E-5%
HHT MODI_EQUI='OUI' Avec ou sans poursuites	DEPL	0,5 s	1.0775515187707E-02	1.E-5%
		0,7 s	-4.1787420850760E-03	1.E-5%
		1,0 s	-1.3121050364360E-02	1.E-5%
	ACCE	0,5 s	-4.6864764249454E+00	1.E-5%
		0,7 s	2.7540329873126E+00	1.E-5%
		1,0 s	5.9586276847714E+00	1.E-5%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B - DYNA_VIBRA

Dans les tests sur les schémas de DYNA_VIBRA on introduit un léger amortissement visqueux de un pour mille. On valide ainsi le bon traitement de l'amortissement. C'est aussi l'occasion de valider le calcul modal quadratique.

4.1 Solution analytique

William Weaver Jr. Stephen P. Timoshenko et Donovan H. Young fournissent au chapitre 1.9 de « Vibration Problems in Engineering » la solution au problème d'un système masse/ressort avec amortissement visqueux soumis à une excitation harmonique.

L'équation à résoudre est une équation du second ordre en temps sur un seul degré de liberté en espace :

$$\ddot{x}+2\eta\dot{x}+\omega_0^2 x=\frac{F}{m}\sin(\omega_e t)$$

où x est le déplacement de la masse, $\dot{x}$ sa vitesse et $\ddot{x}$ son accélération.

$\omega_0^2=\frac{k}{m}$ est la pulsation propre du système, m étant sa masse et k sa raideur.

η est l'amortissement réduit.

Enfin F est l'amplitude de la force d'excitation alors que ω_e est sa pulsation.

4.2 Grandeurs testées et résultats

Calcul	Type du champ	Instant (ou méthode modale)	Valeurs de Référence	tolérance
CALC_MODES		'SORENSEN'		
	FREQ		3 Hz	1.E-4%
	AMOR_REDUIT		1E-03	1.E-4%
		'TRI_DIAG'		
	FREQ		3 Hz	1.E-4%
	AMOR_REDUIT		1E-03	1.E-4%
EULER (avec et sans REST_GENE_PHYS)	DEPL	0,5 s	0.010785	1.E-2%
		0,7 s	-3.745074E-03	1.E-1%
		1,0 s	-0.0125639	1.E-1%
NEWMARK	DEPL	0,5 s	0.010785	1.E-2%
		0,7 s	-3.745074E-03	1.E-1%
		1,0 s	-0.0125639	1.E-1%
DEVOG	DEPL	0,5 s	0.010785	1.E-2%
		0,7 s	-3.745074E-03	1.E-1%
		1,0 s	-0.0125639	1.E-1%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Synthèse des résultats

Ce cas test permet de valider, en linéaire, les schémas en temps implicites (accélération moyenne, accélération moyenne modifiée et HHT complet) de l'opérateur DYNA_NON_LINE, dans le cas d'un chargement imposé variable, pour des résolutions en déplacement, vitesse ou accélération suivant les cas.

Dans ce cadre on valide aussi la poursuite avec le schéma HHT complet.

Sur le même modèle on valide aussi les schémas d'EULER, de NEWMARK et DEVOGELAERE de l'opérateur DYNA_VIBRA.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)