# ZZZZ359 – Validation de la macro-commande POST_CZM_FISS / OPTION = 'TRIAXIALITE'

**Résumé**

Ce test valide la fonctionnalité disponible sous le mot-clé OPTION = 'TRIAXIALITE' de la macro-commande POST_CZM_FISS [U4.86.02]. La macro-commande fournit dans ce cas une carte dimensionnée au nombre de mailles portant des éléments cohésifs (joint ou interface), contenant la valeur du taux de triaxialité moyenné dans les éléments du massif directement connectés à chacune de ces mailles. L'objectif est ensuite d'utiliser cette carte comme variable de commande dans l'opérateur AFFE_MATERIAU (AFFE_VARC / CHAM_GD) [U4.43.03] afin de faire varier les paramètres de la loi cohésive avec la triaxialité.

On valide cette fonctionnalité sur un problème simple de traction uniaxiale, pour lequel on dispose d'une solution analytique : il s'agit d'un barreau élastique linéaire sollicité en traction, au centre duquel est disposée une discontinuité régie par un comportement cohésif. On choisit pour ce matériau un coefficient de Poisson nul afin de conserver un état uniaxial puisque les modélisations de ce test sont réalisées en dimension 2 et 3. Les deux modélisations de ce test ont les caractéristiques suivantes :

- modélisation A : modélisation 3D pour le massif, modélisation 3D_INTERFACE pour l'interface cohésive, le barreau est entièrement modélisé ;
- modélisation B : modélisation D_PLAN pour le massif, modélisation PLAN_JOINT pour l'interface cohésive, on ne modélise que la moitié du barreau (condition de symétrie).



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 1 Problème de référence

## 1.1 Géométrie

On considère un barreau unidimensionnel de longueur $2L=199\,mm$ , au centre duquel est disposée une discontinuité régie par un comportement cohésif.

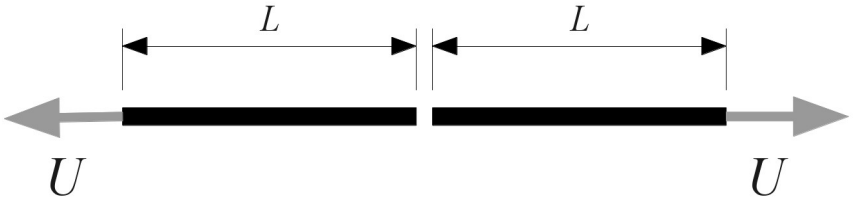



**Figure 1.1-a: Barre unidimensionnelle en traction**

On note $\hat{x}$ la variable d'espace, et on repère le centre de la barre par $\hat{x}=0$ .

## 1.2 Propriétés du matériau

Le comportement du massif est élastique linéaire :

- Module d'Young : $E=30\,000\,MPa$ *
- Coefficient de Poisson : $\nu=0$

Le comportement cohésif est décrit par une loi affine en régime adoucissant (`CZM_TAC_MIX` pour les éléments d'interface utilisés dans la modélisation A, et `CZM_LIN_REG` pour les éléments de joint utilisés dans la modélisation B), dont les paramètres sont les suivants :

- Contrainte critique : $\sigma_c=3\,MPa$
- Energie de rupture : $G_c=0.1\,N/mm$

Les valeurs des paramètres numériques supplémentaires sont les suivantes :

- `PENA_LAGR`$=45000$ pour la modélisation A (`CZM_TAC_MIX`)
- `PENA_ADHERENCE`$=10^{-4}$ pour la modélisation B (`CZM_LIN_REG`)

*Remarque :*

*Lorsque l'on ne modélise qu'une moitié du barreau (comme c'est le cas pour la modélisation B) en imposant une condition de symétrie, la valeur de l'énergie de rupture est divisée par 2._*

## 1.3 Conditions aux limites et chargements

Le problème est unidimensionnel. La barre est sollicitée en traction, en imposant le même déplacement d'intensité $U$ à chacune de ses extrémités.

On fait croître le déplacement imposé selon une rampe allant de $U=0$ à $U_{test}=2L\dfrac{\sigma_c}{E}=0.0199\,mm$



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 2 Solution de référence

## 2.1 Méthode de calcul

Notations :

$u$ : déplacement;
$\sigma$ : contrainte ;
$\varepsilon$ : déformation ;
$\delta = [\![ u ]\!]$ : saut de déplacement à travers la discontinuité cohésive;
$\delta_c = \frac{2 G_c}{\sigma_c}$ : saut de déplacement correspondant à la rupture du barreau (contrainte nulle).

Il s'agit d'une solution analytique. Le problème étant unidimensionnel, toutes les quantités sont scalaires et la contrainte est constante en espace. Le problème est symétrique et peut donc être restreint à l'intervalle $[0, L]$ . On dispose alors du jeu d'équations suivant :

Dans le barreau :

$$\sigma = E \varepsilon \quad \text{(eq1)}$$

$$\frac{du}{d \hat{x}} = \varepsilon \quad \text{(eq2)}$$

Au niveau de la discontinuité (loi cohésive affine en régime adoucissant) :

$$\delta = \delta_c \left(1 - \frac{\sigma}{\sigma_c}\right) \quad \text{(eq3)}$$

En intégrant (eq2) sur l'intervalle $[0, L]$ et en utilisant (eq1), on obtient la relation suivante :

$$u(\hat{x} = L) - u(\hat{x} = 0) = L \varepsilon \quad \text{, soit} \quad U - \frac{\delta}{2} = L \frac{\sigma}{E} \quad \text{(eq4)}$$

On note $U_c$ et $U_f$ les déplacements imposés qui correspondent respectivement aux niveaux de contrainte $\sigma_c$ (seuil d'ouverture de la discontinuité) et 0 (matériau rompu). En appliquant (eq4), il vient :

$$U_c = L \frac{\sigma_c}{E} \quad \text{et} \quad U_f = \frac{\delta_c}{2} \quad \text{(eq5)}$$

On suppose que les valeurs choisies pour les paramètres matériaux $E$ , $\sigma_c$ et $G_c$ , et pour la longueur du barreau $L$ conduisent à une réponse stable du barreau (absence de « snap-backs »). On fait de plus l'hypothèse d'un chargement monotone croissant, on a donc $U_c \leqslant U \leqslant U_f$ en régime non linéaire. Les valeurs des paramètres matériaux et géométriques doivent donc vérifier l'inégalité suivante :

$$L \frac{\sigma_c}{E} < \frac{\delta_c}{2} \quad \text{, soit} \quad \frac{L}{E} < \frac{G_c}{\sigma_c^2} \quad \text{(eq6)}$$



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Lorsque cette inégalité est vérifiée, on peut alors exprimer la contrainte en fonction du déplacement imposé :

$$\sigma=\frac{\frac{\delta_c}{2}-U}{\frac{\delta_c}{2\sigma_c}-\frac{L}{E}},\forall U\in[\frac{L\sigma_c}{E},\frac{\delta_c}{2}]$$

(eq7)

## 2.2 Grandeurs et résultats de référence

A l'instant correspondant au déplacement imposé $U_{test}=0.0199\,mm$ , on teste la contrainte $\sigma$ (constante en espace) ainsi que le déplacement $u$ au point $\hat{x}=0^+$ (soit le demi saut de déplacement).

$$\sigma=\frac{\frac{\delta_c}{2}-2L\frac{\sigma_c}{E}}{\frac{\delta_c}{2\sigma_c}-\frac{L}{E}}$$

application numérique : $\sigma=1.72344975053\,MPa$

$u(\hat{x}=0^+)=2\delta_c(1-\frac{\sigma}{\sigma_c})$ application numérique :
$u(\hat{x}=0^+)=0.0141838916607\,mm$

| Identification | Type de référence | Valeur de référence |
|---|---|---|
| Sous le chargement $U_{test}=0.0199\,mm$ , en tout point : $\sigma$ | 'ANALYTIQUE' | $1.72344975053\,MPa$ |
| Sous le chargement $U_{test}=0.0199\,mm$ , en $\hat{x}=0^+$ : $u$ | 'ANALYTIQUE' | $0.0141838916607\,mm$ |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 3 Principe du test

Le test consiste à définir deux matériaux $MAT1$ et $MAT2$ :

- pour $MAT1$ , on définit via DEFI_MATERIAU / RUPT_FRAG des paramètres cohésifs constants : $GC=G_c$ et $SIGM_C=G_c$ ;
- pour $MAT2$ , on définit via DEFI_MATERIAU / RUPT_FRAG_FO des paramètres cohésifs qui sont des fonctions de la triaxialité (notée $\alpha$ ) : $GC=f(\alpha).G_c$ et $SIGM_C=f(\alpha).G_c$ ;

En traction uniaxiale la triaxialité vaut $\alpha=1/3$ , on choisit alors de définir pour $MAT2$ une dépendance linéaire à la triaxialité avec une pente valant $3$ : $f(\alpha)=3\alpha$ . De cette manière : les valeurs des paramètres de la loi cohésive dans $MAT2$ doivent rester constants et identiques à ceux choisis dans $MAT1$ tout au long de l'historique du chargement.

Le test se déroule alors de la manière suivante :

1. définition du matériau $MAT1$ ;
2. premier appel à STAT_NON_LINE avec $MAT1$ jusqu'à un niveau de déplacement imposé inférieur à $U_{test}$ ;
3. appel à POST_CZM_FISS sur le résultat mécanique précédemment obtenu ;
4. définition du matériau $MAT2$ en utillisant la carte de triaxialité obtenue avec POST_CZM_FISS comme variable de commande;
5. avec le matériau $MAT1$ , poursuite du calcul avec STAT_NON_LINE à partir de l'état mécanique obtenu au point 2 jusqu'au chargement $U_{test}$ ;
6. avec le matériau $MAT2$ , poursuite du calcul avec STAT_NON_LINE à partir de l'état mécanique obtenu au point 2 jusqu'au chargement $U_{test}$ .

On s'assure alors que les résultats obtenus sous le chargement $U_{test}$ aux étapes 5 et 6 sont en accord avec la solution analytique présentée précédemment.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 4 Modélisation A : éléments d'interface en dimension 3

## 4.1 Caractéristiques de la modélisation

On modélise l'intégralité du barreau. On choisit la modélisation 3D pour le massif, et la modélisation 3D_INTERFACE pour l'interface cohésive. Le comportement de l'interface cohésive est régi par la loi de comportement CZM_TAC_MIX.

## 4.2 Caractéristiques du maillage

Le barreau est modélisée avec un maillage réglé qui comporte :

- 96 PENTA15 et 64 HEXA20 dans la partie qui correspond au massif (en bleu dans la figure ci-dessous) ;
- 12 PENTA15 et 8 HEXA20 dans la partie qui correspond à l'interface cohésive (en rouge dans la figure ci-dessous) ;

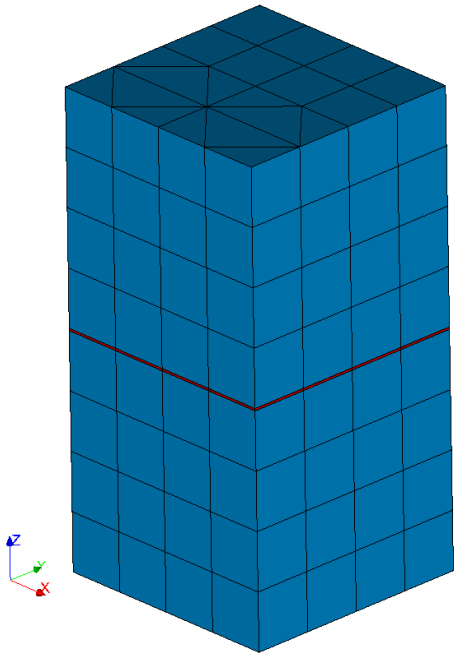


**Figure 4.2-a: Maillage A**

## 4.3 Grandeurs testées et résultats

L'axe du barreau correspond à l'axe $z$ , la contrainte $\sigma$ et le déplacement $u$ dont les expressions ont été établies précédemment correspondent respectivement aux composantes SIZZ et DZ des champs SIEF_ELGA et DEPL (les autres composantes de ces champs étant nulles). On teste alors ces composantes sous le chargement $U_{test}$ :

- en un point de Gauss quelconque du massif pour SIZZ ;
- pour DZ , en un nœud quelconque parmi ceux qui sont connectés à la fois à la partie supérieure du massif et à l'interface cohésive.

| Identification | Type de référence | Valeur de référence |
|---|---|---|
| SIZZ | 'ANALYTIQUE' | $1.72344975053\,MPa$ |
| DZ | 'ANALYTIQUE' | $0.0141838916607\,mm$ |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 5 Modélisation B : éléments de joint en dimension 2

## 5.1 Caractéristiques de la modélisation

On ne modélise que la moitié du barreau. On choisit la modélisation D_PLAN pour le massif, et la modélisation PLAN_JOINT pour l'interface cohésive. Le comportement de l'interface cohésive est régi par la loi de comportement CZM_LIN_REG.

## 5.2 Caractéristiques du maillage

Le barreau est modélisée avec un maillage réglé qui comporte :

- 80 TRIA3 et 40 QUAD4 dans la partie qui correspond au massif (en bleu dans la figure ci-dessous) ;
- 8 QUAD4 dans la partie qui correspond à l'interface cohésive (en rouge dans la figure ci-dessous) ;

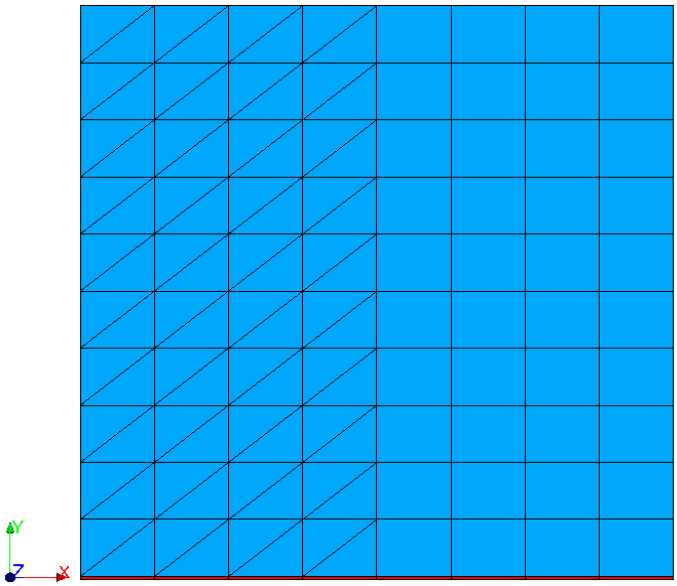



**Figure 5.2-a: Maillage B**

## 5.3 Grandeurs testées et résultats

L'axe du barreau correspond à l'axe $y$, la contrainte $\sigma$ et le déplacement $u$ dont les expressions ont été établies précédemment correspondent respectivement aux composantes SIYY et DY des champs SIEF_ELGA et DEPL (les autres composantes de ces champs étant nulles). On teste alors ces composantes sous le chargement $U_{test}$ :

- en un point de Gauss quelconque du massif pour SIYY ;
- pour DY, en un nœud quelconque parmi ceux connectés à la fois à la partie supérieure du massif et à l'interface cohésive.

| Identification | Type de référence | Valeur de référence |
|---|---|---|
| SIYY | 'ANALYTIQUE' | $1.72344975053\ MPa$ |
| DY | 'ANALYTIQUE' | $0.0141838916607\ mm$ |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 6 Synthèses des résultats

L'objectif de ce test est atteint : valider la fonctionnalité disponible sous le mot-clé OPTION = 'TRIAXIALITE' de la macro-commande POST_CZM_FISS.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)