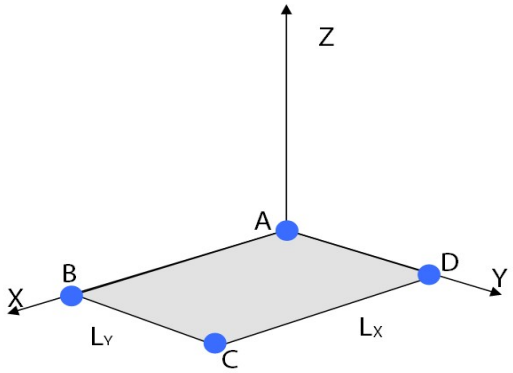
ZZZZ294 – Validation de la position des sous-points des plaques 3D

Résumé :
Ce test valide le calcul de la position des sous-points d'intégration dans le repère global pour les modélisations DKT, DST, COQUE_3D et GRILLE_EXCENTRE. Un calcul mécanique élémentaire est réalisé afin de permettre la création d'une table avec CREA_TABLE à partir du résultat. Seules les coordonnées de quelques sous-points sont testées dans la table.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



Plaque 3D :

Longueur X : $L_X = 2.0\,m$

Longueur Y : $L_Y = 1.0\,m$

Épaisseur : $e = 0.5\,m$

Coordonnées locales des points A, B, C et D

$X_A = 0.0 ; Y_A = 0.0 ; Z_A = 0.0$

$X_B = 2.0 ; Y_B = 0.0 ; Z_B = 0.0$

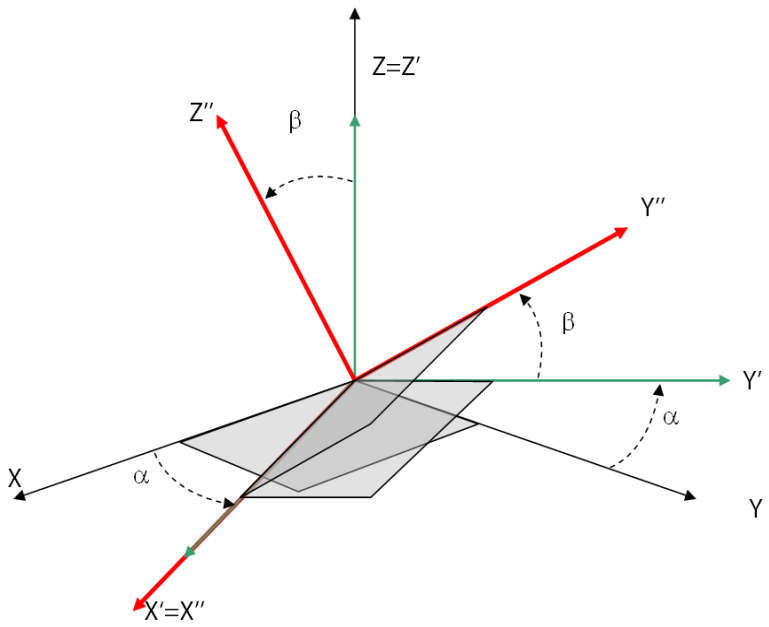
$X_C = 2.0 ; Y_C = 1.0 ; Z_C = 0.0$

$X_D = 0.0 ; Y_B = 1.0 ; Z_B = 0.0$

L'orientation de la plaque dans le repère global est obtenue par deux rotations :

$\alpha = 30°$ autour de Z

$\beta = 60°$ autour du nouvel axe X'



$X ; Y ; Z$: axes globaux

$X'' ; Y'' ; Z''$: axes locaux en position finale

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1.2 Propriétés des matériaux

Béton :

Module de Young : $E=3.7272^{10}\,Pa$

Coefficient de Poisson : $\nu=0.0$

1.3 Conditions aux limites et chargements

Sur les points A et B on bloque les déplacements selon X,Y,Z et les rotations autour des axes X,Y,Z :

$$D_X^A=0.0\,;\ D_Y^A=0.0\,;\ D_Z^A=0.0\,;\ DR_X^A=0.0\,;\ DR_Y^A=0.0\,;\ DR_Z^A=0.0$$

$$D_X^B=0.0\,;\ D_Y^B=0.0\,;\ D_Z^B=0.0\,;\ DR_X^B=0.0\,;\ DR_Y^B=0.0\,;\ DR_Z^B=0.0$$

Sur les points C et D on applique un chargement selon Z :

$$F_Z=-100.0\,N$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul

On calcule la position des nœuds, points d'intégration et sous-points d'intégration à partir de leurs cordonnées dans les axes locaux en position finale de la plaque, et des matrices de passage entre les axes locaux et les axes globaux

La rotation autour de l'axe Z est faite à partir de la matrice suivante :

$$Tz(\alpha)=\begin{bmatrix}\cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0\\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

La rotation autour de l'axe X' est faite à partir de la matrice suivante :

$$Tx'(\beta)=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & \cos(\beta) & -\sin(\beta)\\ 0 & \sin(\beta) & \cos(\beta)\end{bmatrix}$$

Pour n'importe quel point de coordonnées initiales (X,Y,Z) on peut calculer ses coordonnées exprimées dans le repère global (X',Y',Z') après rotations avec la transformation suivante :

$$\begin{bmatrix}X'\\ Y'\\ Z'\end{bmatrix}=\left[Tz(\alpha)\right]\left[Tx'(\beta)\right]\begin{bmatrix}X\\ Y\\ Z\end{bmatrix}$$

2.2 Grandeurs et résultats de référence

On calcule la position des sous-points d'intégration dans le repère global sachant sa position exprimée dans les axes locaux.

Ici on a : $Tx'(\beta)=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 0.5 & -0.866\\ 0 & 0.866 & 0.5\end{bmatrix}$ et $Tz(\alpha)=\begin{bmatrix}0.866 & -0.5 & 0\\ 0.5 & 0.866 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$

Pour un élément QUA4 de plaque de longueur $L_X=2.0\,m$ et de largeur $L_Y=1.0\,m$, les positions dans le plan des point d'intégration sont, pour les modélisations A et B (DKT et DST) qui possèdent 4 points d'intégration (voir R3.01.01) :

Point	x	y
1	0.42264973081037416	0.21132486540518708
2	1.5773502691896257	0.21132486540518708
3	1.5773502691896257	0.78867513459481287
4	0.42264973081037416	0.78867513459481287

Et pour la modélisation C (COQUE_3D) qui possède 9 points d'intégration (voir R3.01.01) :

Point	x	y
1	0.22540333075851704	0.11270166537925852
2	1.774596669241483	0.11270166537925852
3	1.774596669241483	0.88729833462074148
4	0.22540333075851704	0.88729833462074148
5	1	0.11270166537925852
6	1.774596669241483	0.5
7	1	0.88729833462 074148
8	0.22540333075851704	0.5
9	1	0.5

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

L'épaisseur $EP=0.5\,m$, est discrétisée en 4 couches, ce qui fait 12 sous-points dont les hauteurs par rapport au plan moyen (sauf cas modélisation D GRILLE_EXCENTREE) sont :

Sous-point	z	Sous-point	z
1	-0.250	7	0.000
2	-0.1875	8	0.0625
3	-0.125	9	0.125
4	-0.125	10	0.125
5	-0.0625	11	0.1875
6	0.000	12	0.250

Pour le cas de la modélisation D (GRILLE_EXCENTRE), avec un excentrement de 0.05, la position des points et du sous-point dans le plan des points d'intégration est :

Point	Sous-Point	x	y	z
1	1	0.42264973081037416	0.21132486540518708	0.05
2	1	1.5773502691896257	0.21132486540518708	0.05
3	1	1.5773502691896257	0.78867513459481287	0.05
4	1	0.42264973081037416	0.78867513459481287	0.05

2.3 Incertitudes sur la solution

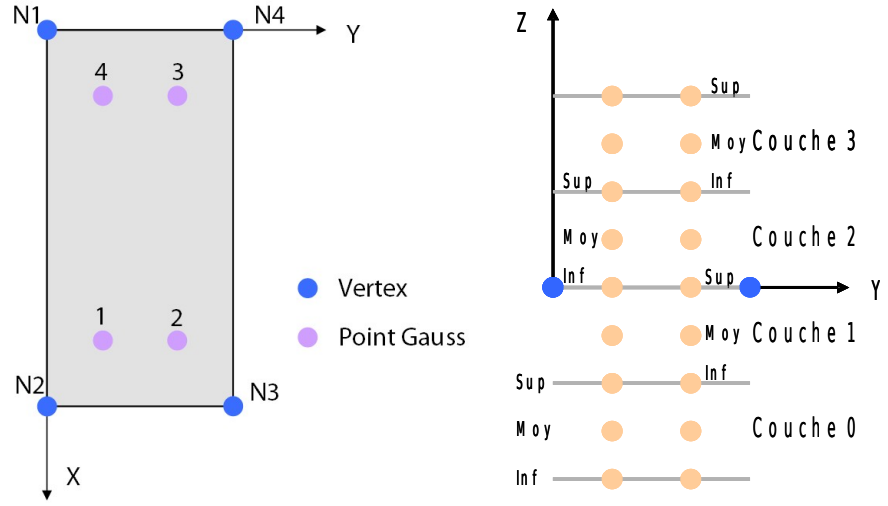
Aucune, solution exacte.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques du maillage

Le maillage est composé d'une maille type QUAD4 avec quatre nœuds ($N1$, $N2$, $N3$ et $N4$).



Pour chaque maille, il y a 4 points d'intégration

- Le groupe de nœuds ENC est composé des nœuds $N1$ et $N2$
- Le groupe de nœuds CHA est composé dus nœuds $N3$ et $N4$

3.2 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation :

```
MO=AFFE_MODELE(MAILLAGE=MA,
    AFFE=_F(TOUT='OUI', PHENOMENE='MECANIQUE',
        MODELISATION='DKT',),
)
```

Conditions aux limites :

```
BLOCAGE=AFFE_CHAR_MECA(MODELE=MO,
    DDL_IMPO=_F(GROUP_NO='ENC',
        DX=0.0, DY=0.0, DZ=0.0, DRX=0.0, DRY=0.0, DRZ=0.0,),
)
```

Chargement mécanique :

```
CHARGE=AFFE_CHAR_MECA(MODELE=MO,
    FORCE_NODALE=_F(GROUP_NO='CHA',FX = 0,FY = 0,FZ = -100.),
)
```

Affectation des caractéristiques des éléments :

```
PLAQUE=AFFE_CARA_ELEM(MODELE=MO,
    COQUE=_F(GROUP_MA=('PLA'), EPAIS = 0.5, COQUE_NCOU = 4,),
)
```


Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3.3 Valeurs testées et résultats

Coordonnée maille QUA1	Point d'intégration	sous-point	Référence
COOR_X	1	1	0.204941012
COOR_X	1	2	0.232004306
COOR_X	1	3	0.2590676
COOR_X	1	4	0.2590676
COOR_X	1	5	0.286130894
COOR_X	1	6	0.313194187
COOR_X	1	7	0.313194187
COOR_X	1	8	0.340257481
COOR_X	1	9	0.367320775
COOR_X	1	10	0.367320775
COOR_X	1	11	0.394384069
COOR_X	1	12	0.421447363
COOR_Y	1	1	0.490331216
COOR_Y	1	2	0.443456216
COOR_Y	1	3	0.396581216
COOR_Y	1	4	0.396581216
COOR_Y	1	5	0.349706216
COOR_Y	1	6	0.302831216
COOR_Y	1	7	0.302831216
COOR_Y	1	8	0.255956216
COOR_Y	1	9	0.209081216
COOR_Y	1	10	0.209081216
COOR_Y	1	11	0.162206216
COOR_X	1	12	0.115331216
COOR_Z	1	1	0.058012702
COOR_Z	1	2	0.089262702
COOR_Z	1	3	0.120512702
COOR_Z	1	4	0.120512702
COOR_Z	1	5	0.151762702
COOR_z	1	6	0.183012702
COOR_Z	1	7	0.183012702
COOR_Z	1	8	0.214262702
COOR_z	1	9	0.245512702
COOR_Z	1	10	0.245512702
COOR_Z	1	11	0.276762702
COOR_Z	1	12	0.308012702

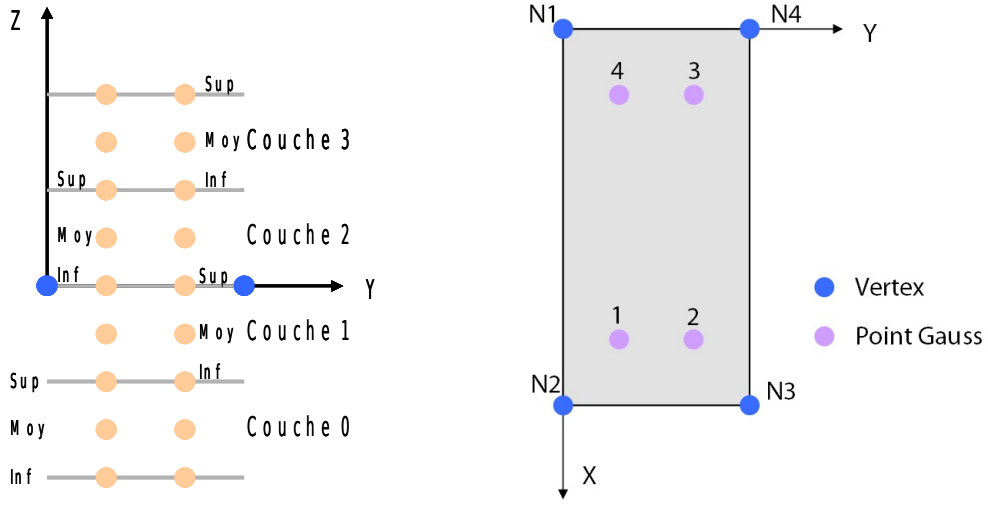
La tolérance est de $1.0E-03$ pour tous les tests.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques du maillage

Maillage : le maillage est composée d'une maille type QUAD4 avec quatre nœuds ($N1$, $N2$, $N3$ et $N4$).



Pour chaque maille, il y a 4 points d'intégration :

- Le groupe de nœuds ENC est composé des nœuds $N1$ et $N2$
- Le groupe de nœuds CHA est composé dus nœuds $N3$ et $N4$

4.2 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation :

```
MO=AFFE_MODELE( MAILLAGE=MA,
    AFFE=_F(TOUT='OUI', PHENOMENE='MECANIQUE',
       MODELISATION='DST',),)
```

Conditions aux limites :

```
BLOCAGE=AFFE_CHAR_MECA(MODELE=MO,
    DDL_IMPO=_F(GROUP_NO='ENC',
       DX=0.0, DY=0.0, DZ=0.0, DRX=0.0, DRY=0.0, DRZ=0.0,),
)
```

Chargement mécanique :

```
CHARGE=AFFE_CHAR_MECA(MODELE=MO,
    FORCE_NODALE=_F(GROUP_NO='CHA',FX = 0,FY = 0,FZ = -100.),
)
```

Affectation des caractéristiques des éléments :

```
PLAQUE=AFFE_CARA_ELEM(MODELE=MO,
    COQUE=_F(GROUP_MA=('PLA'), EPAIS= 0.5, COQUE_NCOU = 4,),
)
```


Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4.3 Valeurs testées et résultats

Coordonnée maille QUA1	Point d'intégration	sous-point	Référence
COOR_X	1	1	0.204941012
COOR_X	1	2	0.232004306
COOR_X	1	3	0.2590676
COOR_X	1	4	0.2590676
COOR_X	1	5	0.286130894
COOR_X	1	6	0.313194187
COOR_X	1	7	0.313194187
COOR_X	1	8	0.340257481
COOR_X	1	9	0.367320775
COOR_X	1	10	0.367320775
COOR_X	1	11	0.394384069
COOR_X	1	12	0.421447363
COOR_Y	1	1	0.490331216
COOR_Y	1	2	0.443456216
COOR_Y	1	3	0.396581216
COOR_Y	1	4	0.396581216
COOR_Y	1	5	0.349706216
COOR_Y	1	6	0.302831216
COOR_Y	1	7	0.302831216
COOR_Y	1	8	0.255956216
COOR_Y	1	9	0.209081216
COOR_Y	1	10	0.209081216
COOR_Y	1	11	0.162206216
COOR_X	1	12	0.115331216
COOR_Z	1	1	0.058012702
COOR_Z	1	2	0.089262702
COOR_Z	1	3	0.120512702
COOR_Z	1	4	0.120512702
COOR_Z	1	5	0.151762702
COOR_z	1	6	0.183012702
COOR_Z	1	7	0.183012702
COOR_Z	1	8	0.214262702
COOR_z	1	9	0.245512702
COOR_Z	1	10	0.245512702
COOR_Z	1	11	0.276762702
COOR_Z	1	12	0.308012702

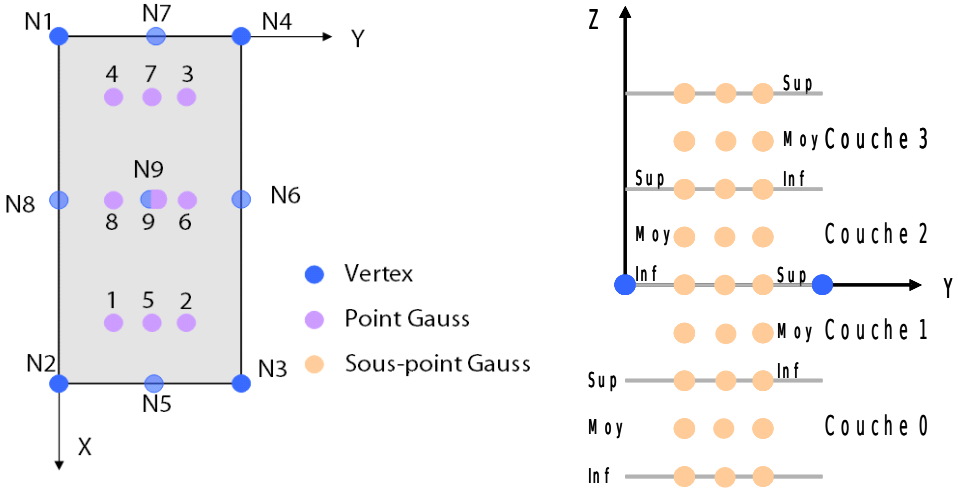
La tolérance est de $1.0\mathrm{E}-03$ pour tous les tests.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques du maillage

Maillage : le maillage est composé d'une maille type QUAD9 avec neuf nœuds ($N1$, $N2$, $N3$, $N4$, $N5$, $N6$, $N7$, $N8$, $N9$).



Pour chaque maille, il y a 9 points d'intégration.

- Le groupe de nœuds ENC est composé des nœuds $N1$ et $N2$
- Le groupe de nœuds CHA est composé des nœuds $N3$ et $N4$

5.2 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation :

```
MO=AFFE_MODELE( MAILLAGE=MA,
    AFFE=_F(TOUT='OUI', PHENOMENE='MECANIQUE',
       MODELISATION='COQUE_3D',),)
```

Conditions aux limites :

```
BLOCAGE=AFFE_CHAR_MECA(MODELE=MO,
    DDL_IMPO=_F(GROUP_NO='ENC',
       DX=0.0, DY=0.0, DZ=0.0, DRX=0.0, DRY=0.0, DRZ=0.0,),
)
```

Chargement mécanique :

```
CHARGE=AFFE_CHAR_MECA(MODELE=MO,
    FORCE_NODALE=_F(GROUP_NO='CHA',FX = 0,FY = 0,FZ = -100.),
)
```

Affectation des caractéristiques des éléments :

```
PLAQUE=AFFE_CARA_ELEM(MODELE=MO,
    COQUE=_F(GROUP_MA=('PLA'), EPAIS = 0.5, COQUE_NCOU = 4,),
)
```


Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5.3 Valeurs testées et résultats

Coordonnée maille QUA1	Point d'intégration	sous-point	Référence
COOR_X	1	1	0.058776419
COOR_X	1	2	0.085839713
COOR_X	1	3	0.112903006
COOR_X	1	4	0.112903006
COOR_X	1	5	0.139966300
COOR_X	1	6	0.167029594
COOR_X	1	7	0.167029594
COOR_X	1	8	0.194092888
COOR_X	1	9	0.221156182
COOR_X	1	10	0.221156182
COOR_X	1	11	0.248219476
COOR_X	1	12	0.275282770
COOR_Y	1	1	0.349002918
COOR_Y	1	2	0.302127918
COOR_Y	1	3	0.2552529180
COOR_Y	1	4	0.2552529180
COOR_Y	1	5	0.2083779180
COOR_Y	1	6	0.1615029180
COOR_Y	1	7	0.1615029180
COOR_Y	1	8	0.1146279180
COOR_Y	1	9	0.0677529180
COOR_Y	1	10	0.0677529180
COOR_Y	1	11	0.0208779180
COOR_Y	1	12	-0.025997082
COOR_Z	1	1	-0.027397495
COOR_Z	1	2	3.852505E-03
COOR_Z	1	3	0.0351025050
COOR_Z	1	4	0.0351025050
COOR_Z	1	5	0.0663525050
COOR_z	1	6	0.0976025050
COOR_Z	1	7	0.0976025050
COOR_Z	1	8	0.1288525050
COOR_z	1	9	0.1601025050
COOR_Z	1	10	0.1601025050
COOR_Z	1	11	0.1913525050
COOR_Z	1	12	0.2226025050
COOR_Z	9	1	0.3080127020
COOR_Z	9	2	0.3392627020
COOR_Z	9	3	0.3705127020
COOR_Z	9	4	0.3705127020
COOR_Z	9	5	0.4017627020
COOR_z	9	6	0.4330127020
COOR_Z	9	7	0.4330127020
COOR_Z	9	8	0.4642627020
COOR_z	9	9	0.4955127020
COOR_Z	9	10	0.4955127020
COOR_Z	9	11	0.5267627020
COOR_Z	9	12	0.5580127020

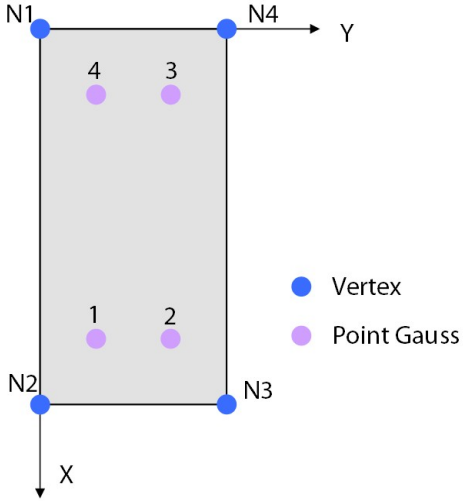
La tolérance est de $1.0\mathrm{E}-03$ pour tous les tests.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques du maillage

Maillage : le maillage est composé de deux mailles superposées de type QUAD4 avec quatre nœuds ($N1$, $N2$, $N3$, $N4$). Une des mailles est destinée à modéliser un élément DKT et l'autre est destinée à modéliser un élément GRILLE_EXCENTRE.



La maille de grille excentrée possède quatre points d'intégration et un seul sous-point.

- Le groupe de nœuds ENC est composé des nœuds $N1$ et $N2$
- Le groupe de nœuds CHA est composé dus nœuds $N3$ et $N4$

6.2 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation :

```
MO=AFFE_MODELE(MAILLAGE=MA,
    AFFE=(
        _F(GROUP_MA='PLA', PHENOMENE='MECANIQUE', MODELISATION='DKT'),
        _F(GROUP_MA='GRI', PHENOMENE='MECANIQUE',
            MODELISATION='GRILLE_EXCENTRE',))
)
```

Conditions aux limites :

```
BLOCAGE=AFFE_CHAR_MECA(MODELE=MO,
    DDL_IMPO=_F(GROUP_NO='ENC',
    DX=0.0, DY=0.0, DZ=0.0, DRX=0.0, DRY=0.0, DRZ=0.0,),
)
```

Chargement mécanique :

```
CHARGE=AFFE_CHAR_MECA(MODELE=MO,
    FORCE_NODALE=_F(GROUP_NO='CHA',FX = 0,FY = 0,FZ = -100.),
)
```

Affectation des caractéristiques des éléments :

```
PLAQUE=AFFE_CARA_ELEM(MODELE=MO,
    COQUE=_F(GROUP_MA=('PLA'),EPAIS=0.05,),
    GRILLE=_F(GROUP_MA=('GRI'), SECTION = 0.01, EXCENTREMENT = 0.05,
        ANGL_REP=(10,10),),
)
```


Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6.3 Valeurs testées et résultats

Coordonnée maille QUA2	Point d'intégration	sous-point	Référence
COOR_X	1	1	0.334844823
COOR_Y	1	1	0.265331216
COOR_Z	1	1	0.208012702

La tolérance est de $1.0E-03$ pour tous les tests.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Synthèse des résultats

Ce test a pour but principal de vérifier si les positions des sous points d'intégration de la modélisation DKT, DST, COQUE_3D et GRILLE_EXCENTRE sont bien calculées.

Pour cette modélisation, l'erreur maximale trouvé est de $3.0\mathrm{E}-07\%$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)