ZZZZ293 – Validation de la position des sous-points des poutres multifibres

Résumé :
Ce test valide le calcul de la position des sous-points d'intégration dans le repère global pour la modélisation POU_D_EM et POU_D_TGM. Un calcul mécanique élémentaire est réalisé afin de permettre la création d'une table avec CREA_TABLE à partir du résultat. Seules les coordonnées de quelques sous-points sont testées dans la table.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

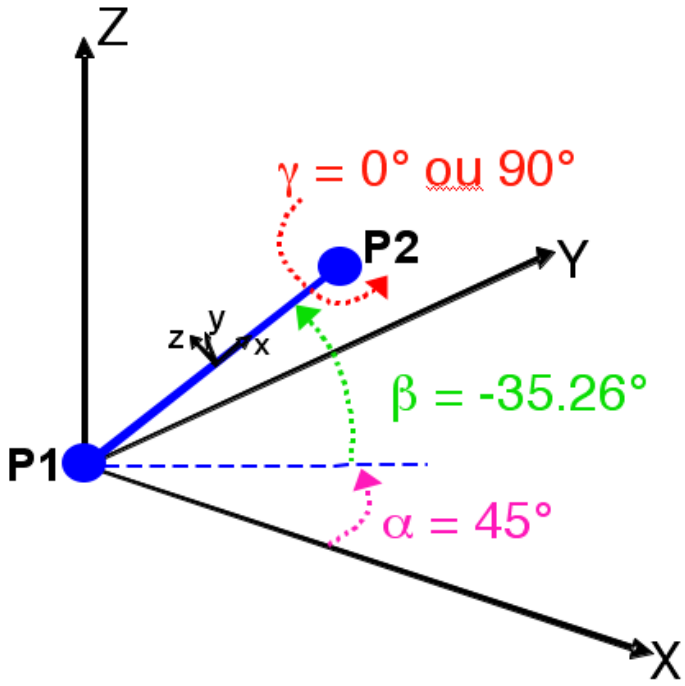


Figure 1.1-a : orientation de l'élément.

La poutre est orientée dans l'espace comme indiqué sur la Figure 1.1-a.
Coordonnées globales des points $P1$ et $P2$:

$$X_{P1}=0.0\,;\,Y_{P1}=0.0\,;\,Z_{P1}=0.0$$
$$X_{P2}=2.0\,;\,Y_{P2}=2.0\,;\,Z_{P2}=2.0$$

Longueur : $L=2\cdot\sqrt{3}\,m$

1.2 Propriétés des matériaux

Béton :

Module de Young $E=3.7272^{10}\,Pa$

Coefficient de Poisson $\nu=0.0$

1.3 Conditions aux limites et chargements

Sur le point $P1$ on bloque les déplacements selon $X\,,Y\,,Z$ et la rotation autour des axes $X\,,Y\,,Z$:

$$D_X^{P1}=0.0\,;\,D_Y^{P1}=0.0\,;\,D_Z^{P1}=0.0\,;\,DR_X^{P1}=0.0\,;\,DR_Y^{P1}=0.0\,;\,DR_Z^{P1}=0.0$$

Sur le point $P2$ on applique un chargement selon $X\,,Y\,,Z$:

$$F_X=100.0\,N\,;\,F_Y=100.0\,N\,;\,F_Z=-100.0\,N$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul

On calcule la position des nœuds, points d'intégration et sous-points d'intégration à partir de leurs cordonnées dans les axes locaux de la poutre et des matrices de passage entre les axes locaux et les axes globaux.
Par défaut, les axes locaux et les axes globaux coïncident (Figure 2.1-a).

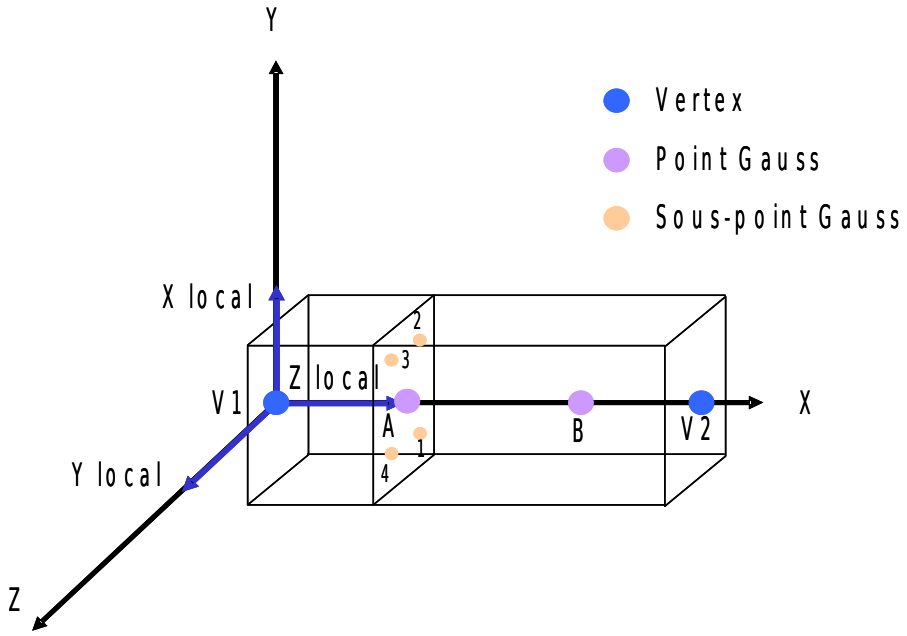


Figure 2.1-a : position par défaut

On applique les deux rotations (voir Figure 1.1-a) pour orienter l'axe de la poutre, et une troisième rotation pour positionner la section droite :

- $\alpha = 45°$ autour de Z
- $\beta = -35{,}26°$ autour du nouvel axe $Y1$
- $\gamma = 0°$ ou $90°$ autour du nouvel axe $X2$

Remarque :

on utilise les conventions des angles nautiques de Code_Aster (voir le mot clé `ORIENTATION` *de* `AFFE_CARA_ELEM`*)*

La rotation autour de l'axe Z (α) est faite à partir de la matrice suivante :

$$Tz(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0 \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La rotation autour du nouvel axe $Y1$ (β) est faite à partir de la matrice suivante :

$$Ty1(\beta) = \begin{bmatrix} \cos(\beta) & 0 & \sin(\beta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\beta) & 0 & \cos(\beta) \end{bmatrix}$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

La rotation autour du nouvel axe $X2$ (γ) est faite à partir de la matrice suivante :

$$Tx2(\gamma)=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & \cos(\gamma) & -\sin(\gamma)\\ 0 & \sin(\gamma) & \cos(\gamma)\end{bmatrix}$$

Donc, pour n'importe quel point de coordonnées (X,Y,Z) avant rotations, on peut calculer ses coordonnées (X',Y',Z') après rotations avec la transformation suivante :

$$\begin{bmatrix}X'\\ Y'\\ Z'\end{bmatrix}=[Tx2(\gamma)][Tz(\alpha)][Ty(\beta)]\begin{bmatrix}X\\ Y\\ Z\end{bmatrix}$$

2.2 Grandeurs et résultats de référence

On calcule la position de quelques sous-points d'intégration dans le repère global connaissant leur position dans les axes locaux.

Avec les angles choisis, l'application numérique donne :

$$Ty1(\beta)=\begin{bmatrix}0.8165 & 0 & -0.5774\\ 0 & 1 & 0\\ 0.5774 & 0 & 0.8165\end{bmatrix}\quad Tz(\alpha)=\begin{bmatrix}0.7071 & -0.7071 & 0\\ 0.7071 & 0.7071 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

et

$$Tx2(\gamma)=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\text{ ou }\quad Tx2(\gamma)=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -1\\ 0 & 1 & 0\end{bmatrix}$$

Pour un élément de longueur $L=2\cdot\sqrt{3}\,m$, la distance du second point de Gauss par rapport au premier nœud est :

Pour les éléments POU_D_EM (modélisations A et B) qui ont deux points de Gauss :

$$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2\sqrt{3}}\right)L=1+\sqrt{3}=2.7320508075688772\,m$$

Pour les éléments POU_D_TGM (modélisations C et D) qui ont trois points de Gauss :

$$\frac{L}{2}=\sqrt{3}=1.7320508075688772\,m$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

La section de la poutre $(0{,}2\,m \times 0{,}1\,m)$ est discrétisée en 4 quadrilatères (Figure 2.2-a).

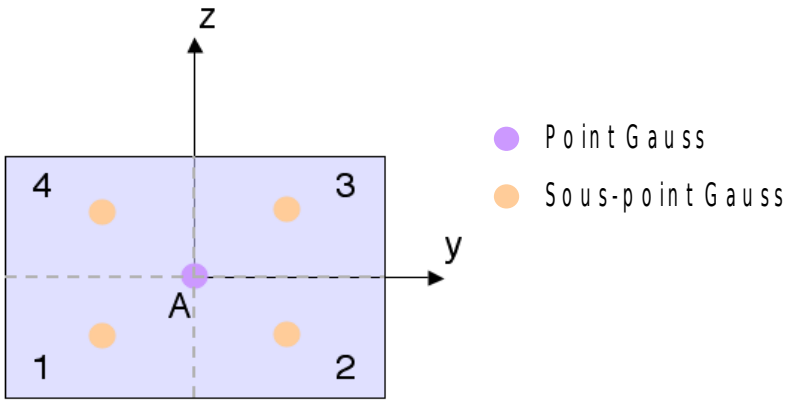


Figure 2.2-a : position des sous-point dans la section

La position des sous-points choisis dans le repère initial pour les modélisations A et B (POU_D_EM) est donc :

Point	Sous-point	x	y	z
2	1	2.732050807568877	-0.05	-0.025
2	2	2.732050807568877	0.05	-0.025
2	3	2.732050807568877	0.05	0.025
2	4	2.732050807568877	-0.05	0.025

Et la position des sous-points choisis dans le repère initial pour les modélisations C et D (POU_D_TGM) est :

Point	Sous-point	x	y	z
2	1	1.732050807568877	-0.05	-0.025
2	2	1.732050807568877	0.05	-0.025
2	3	1.732050807568877	0.05	0.025
2	4	1.732050807568877	-0.05	0.025

2.3 Incertitudes sur la solution

Aucune, solution exacte.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques du maillage

Le maillage de la poutre est composé d'un élément SEG2.
Le maillage de la section est composé de 4 éléments quadrilatères.
Le groupe de nœuds ENC est composé du nœud $P1$.
Le groupe de nœuds CHA est composé du nœud $P2$.

3.2 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit d'une modélisation POU_D_EM (éléments à 2 points de Gauss). L'angle de vrille est égal à $0°$.

Modélisation :
```
MOPOU=AFFE_MODELE(MAILLAGE=MAPOU,
    AFFE=_F(TOUT='OUI', PHENOMENE='MECANIQUE',
        MODELISATION='POU_D_EM',),
)
```

Conditions aux limites :
```
BLOCAGE=AFFE_CHAR_MECA(MODELE=MO,
    DDL_IMPO=_F(GROUP_NO='ENC',
        DX=0.0, DY=0.0, DZ=0.0, DRX=0.0, DRY=0.0, DRZ=0.0,),
)
```

Chargement mécanique :
```
CHARGE=AFFE_CHAR_MECA(MODELE=MO,
    FORCE_NODALE=_F(GROUP_NO='CHA', FX = 100, FY = 100, FZ = 100.),
)
```

Affectation des caractéristiques des éléments :
```
POUCA_0=AFFE_CARA_ELEM(MODELE=MOPOU, GEOM_FIBRE=GF,
    POUTRE=_F(GROUP_MA=('POUTRE'),
        SECTION='RECTANGLE', CARA=('HY','HZ'), VALE=(0.2,0.1),
        PREC_AIRE=5.,PREC_INERTIE=10.,),
    ORIENTATION=_F(GROUP_MA=('POUTRE'), CARA='ANGL_VRIL', VALE=0.0,),
    MULTIFIBRE=_F(GROUP_MA=('POUTRE'), GROUP_FIBRE=('SBET',),),
)
```

3.3 Valeurs testées et résultats

Coordonnée maille SG01	Point d'intégration	Sous-point	Référence
COOR_X	2	1	0.377088184
COOR_X	2	2	0.447798863
COOR_X	2	3	0.468211277
COOR_X	2	4	0.397500599
COOR_Y	2	1	0.447798863
COOR_Y	2	2	0.377088184
COOR_Y	2	3	0.397500599
COOR_Y	2	4	0.468211277
COOR_Z	2	1	0.443062145
COOR_Z	2	2	0.443062145
COOR_Z	2	3	0.402237316
COOR_Z	2	4	0.402237316

Toutes les tolérance sont celles par défaut : $1.0E-3$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques du maillage

Le maillage de la poutre est composé d'un élément SEG2.
Le maillage de la section est composé de 4 éléments quadrilatères.
Le groupe de nœuds ENC est composé du nœud $P1$.
Le groupe de nœuds CHA est composé du nœud $P2$.

4.2 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit d'une modélisation POU_D_EM (éléments à 2 points de Gauss). L'angle de vrille est de $90°$.

Modélisation :
```
MOPOU=AFFE_MODELE(MAILLAGE=MAPOU,
    AFFE=_F(TOUT='OUI', PHENOMENE='MECANIQUE',
        MODELISATION='POU_D_EM',),)
```

Conditions aux limites :
```
BLOCAGE=AFFE_CHAR_MECA( MODELE=MO,
    DDL_IMPO=_F(GROUP_NO='ENC',
        DX=0.0, DY=0.0, DZ=0.0, DRX=0.0, DRY=0.0, DRZ=0.0,),
)
```

Chargement mécanique :
```
CHARGE=AFFE_CHAR_MECA(MODELE=MO,
        FORCE_NODALE=_F(GROUP_NO='CHA', FX = 100, FY = 100, FZ = 100.),
)
```

Affectation des caractéristiques des éléments :
```
POUCA_0=AFFE_CARA_ELEM(MODELE=MOPOU, GEOM_FIBRE=GF,
    POUTRE=_F(GROUP_MA=('POUTRE'), SECTION='RECTANGLE',
        CARA=('HY','HZ'), VALE=(0.2,0.1),
        PREC_AIRE=5., PREC_INERTIE=10., ),
    ORIENTATION=_F(GROUP_MA=('POUTRE'), CARA='ANGL_VRIL', VALE=90.0,),
    MULTIFIBRE=_F(GROUP_MA=('POUTRE'), GROUP_FIBRE=('SBET',),),
)
```

4.3 Valeurs testées et résultats

Coordonnée maille SG01	Point d'intégration	sous-point	Référence
COOR_X	2	1	0.419914986
COOR_X	2	2	0.460739815
COOR_X	2	3	0.425384476
COOR_X	2	4	0.384559647
COOR_Y	2	1	0.384559647
COOR_Y	2	2	0.425384476
COOR_Y	2	3	0.460739815
COOR_Y	2	4	0.419914986
COOR_Z	2	1	0.463474560
COOR_Z	2	2	0.381824902
COOR_Z	2	3	0.381824902
COOR_Z	2	4	0.463474560

Toutes les tolérance sont celles par défaut : $1.0E-3$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques du maillage

Le maillage de la poutre est composé d'un élément SEG2.
Le maillage de la section est composé de 4 éléments quadrilatères.
Le groupe de nœuds ENC est composé du nœud $P1$.
Le groupe de nœuds CHA est composé du nœud $P2$.

5.2 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit d'une modélisation POU_D_TGM (éléments à 3 points de Gauss). L'angle de vrille est de $0°$.

Modélisation :
```
MOPOU=AFFE_MODELE(MAILLAGE=MAPOU,
    AFFE=_F(TOUT='OUI', PHENOMENE='MECANIQUE',
        MODELISATION='POU_D_TGM',),
)
```

Conditions aux limites :
```
BLOCAGE=AFFE_CHAR_MECA(MODELE=MO,
    DDL_IMPO=_F(GROUP_NO='ENC',
        DX=0.0, DY=0.0, DZ=0.0, DRX=0.0, DRY=0.0, DRZ=0.0,),
)
```

Chargement mécanique :
```
CHARGE=AFFE_CHAR_MECA(MODELE=MO,
    FORCE_NODALE=_F(GROUP_NO='CHA', FX = 100, FY = 100, FZ = 100.),
)
```

Affectation des caractéristiques des éléments :
```
POUCA_0=AFFE_CARA_ELEM( MODELE=MOPOU, GEOM_FIBRE=GF,
    POUTRE=_F(GROUP_MA=('POUTRE'),
        SECTION='RECTANGLE', CARA=('HY','HZ'), VALE=(0.2,0.1),
        PREC_AIRE=5., PREC_INERTIE=10.,),
    ORIENTATION=_F( GROUP_MA=('POUTRE'), CARA='ANGL_VRIL', VALE=0.0,),
    MULTIFIBRE=_F( GROUP_MA=('POUTRE'), GROUP_FIBRE=('SBET',),
)
```

5.3 Valeurs testées et résultats

Coordonnée maille SG01	Point d'intégration	Sous-point	Référence
COOR_X	2	1	0.954438454
COOR_X	2	2	1.025149132
COOR_X	2	3	1.045561546
COOR_X	2	4	0.974850868
COOR_Y	2	1	1.025149132
COOR_Y	2	2	0.954438454
COOR_Y	2	3	0.974850868
COOR_Y	2	4	1.045561546
COOR_Z	2	1	1.020412415
COOR_Z	2	2	1.020412415
COOR_Z	2	3	0.979587585
COOR_Z	2	4	0.979587585

Toutes les tolérance sont celles par défaut : $1.0E-3$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques du maillage

Le maillage de la poutre est composé d'un élément SEG2.
Le maillage de la section est composé de 4 éléments quadrilatères.
Le groupe de nœuds ENC est composé du nœud $P1$.
Le groupe de nœuds CHA est composé du nœud $P2$.

6.2 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit d'une modélisation POU_D_TGM (éléments à 3 points de Gauss). L'angle de vrille est de $90°$.

Modélisation :
```
MOPOU=AFFE_MODELE(MAILLAGE=MAPOU,
    AFFE=_F(TOUT='OUI', PHENOMENE='MECANIQUE',
        MODELISATION='POU_D_TGM',),
)
```

Conditions aux limites :
```
BLOCAGE=AFFE_CHAR_MECA(MODELE=MO,
    DDL_IMPO=_F(GROUP_NO='ENC',
        DX=0.0, DY=0.0, DZ=0.0, DRX=0.0, DRY=0.0, DRZ=0.0,),
)
```

Chargement mécanique :
```
CHARGE=AFFE_CHAR_MECA(MODELE=MO,
    FORCE_NODALE=_F(GROUP_NO='CHA', FX = 100, FY = 100, FZ = 100.),
)
```

Affectation des caractéristiques des éléments :
```
POUCA_0=AFFE_CARA_ELEM( MODELE=MOPOU, GEOM_FIBRE=GF
    POUTRE=_F(GROUP_MA=('POUTRE'),
        SECTION='RECTANGLE',
        CARA=('HY','HZ'), VALE=(0.2,0.1),
        PREC_AIRE=5., PREC_INERTIE=10.,),
    ORIENTATION=_F(GROUP_MA=('POUTRE'), CARA='ANGL_VRIL',VALE=0.0,),
    MULTIFIBRE=_F(GROUP_MA=('POUTRE'), GROUP_FIBRE=('SBET',),)
)
```

6.3 Valeurs testées et résultats

Coordonnée maille SG01	Point d'intégration	Sous-point	Référence
COOR_X	2	1	0.997265255
COOR_X	2	2	1.038090084
COOR_X	2	3	1.002734745
COOR_X	2	4	0.961909916
COOR_Y	2	1	0.961909916
COOR_Y	2	2	1.002734745
COOR_Y	2	3	1.038090084
COOR_Y	2	4	0.997265255
COOR_Z	2	1	1.040824829
COOR_Z	2	2	0.959175171
COOR_Z	2	3	0.959175171
COOR_Z	2	4	1.040824829

Toutes les tolérance sont celles par défaut : $1.0E-3$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Synthèse des résultats

Ce test a pour but principal de vérifier si les positions des sous points d'intégration des modélisations POU_D_EM et POU_D_TGM est bien calculées.

Pour ces modélisations, l'erreur maximale trouvé est de $1.3\mathrm{E}-07\%$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)