Validation de la commande CALC_COUPURE

Résumé :

Ce cas-test sert à valider la commande CALC_COUPURE.

Pour plus d'informations voir le document U4.81.24

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Table des Matières

1 Problème de référence....3
1.1 Géométrie et maillage....3
1.2 Propriétés du matériau....3
1.3 Modélisations....3
1.4 Conditions aux limites et chargements....3
1.4.1 Chargements statiques....4
1.4.2 Chargements dynamiques....4
1.5 Grandeurs et résultats de référence....5
1.5.1 Chargements statiques....5
1.5.2 Chargements dynamiques....6
2 Modélisation A....8
2.1 Type d'élément fini....8
2.2 Conditions aux limites et chargement....8
2.3 Grandeurs et résultats de référence....8
3 Modélisation B....9
3.1 Type d'élément fini....9
3.2 Conditions aux limites et chargement....9
3.3 Grandeurs et résultats de référence....9
4 Modélisation C....10
4.1 Type d'élément fini....10
4.2 Conditions aux limites et chargement....10
4.3 Grandeurs et résultats de référence....10
5 Références....11

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie et maillage

On considère une plaque rectangulaire de coté L=12 m et hauteur H=3 m. L'épaisseur est B=0,3 m. Le maillage est réglé, chaque élément est carré de côté 0,3 m. On teste la géométrie dans la Figure 1.1-1 mais aussi la même géométrie ayant subi une rotation de 150°.

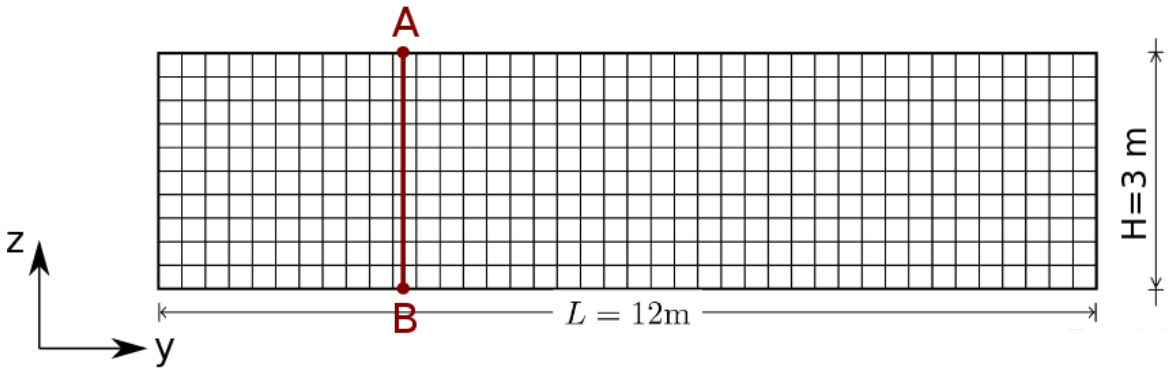


Figure 1.1-1 : Géométrie et maillage de la plaque testée.

1.2 Propriétés du matériau

La plaque est en béton, caractérisé par les propriétés élastiques suivantes :

- module de Young : 30 GPa
- coefficient de Poisson : 0,2

Le calcul est élastique linéaire.

1.3 Modélisations

CALC_COUPURE s'applique à des éléments de plaque. On utilisera une modélisation de type DKT (modélisation A) et de type DST (modélisation B).

La plaque est orientée de la manière suivante (x_L, y_L, z_L le repère locale de la plaque, x, y, z les axe du repère globaux):

- $x_L = y$
- $y_L = -z$
- $z_L = x$

La même orientation est maintenue pour la géométrie tournée de 150°.

1.4 Conditions aux limites et chargements

La plaque est chargée de manière statique ou dynamique (méthode spectrale) selon la modélisation.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1.4.1 Chargements statiques

La plaque est encastrée sur le côté gauche.

Deux chargements sont testés :

- **CH1** : cisaillement sur le côté droit dans le plan de la plaque et effort normal. Les deux sont appliqués comme efforts distribués sur le côté droit de la plaque.
- **CH2** : cisaillement hors plan appliqué en tant que chargement distribué sur le côté droit de la plaque.

Les forces appliquées sont les suivantes:

- $F_X = 100\,kN$
- $F_Y = 6000\,kN$
- $F_Z = 600\,kN$

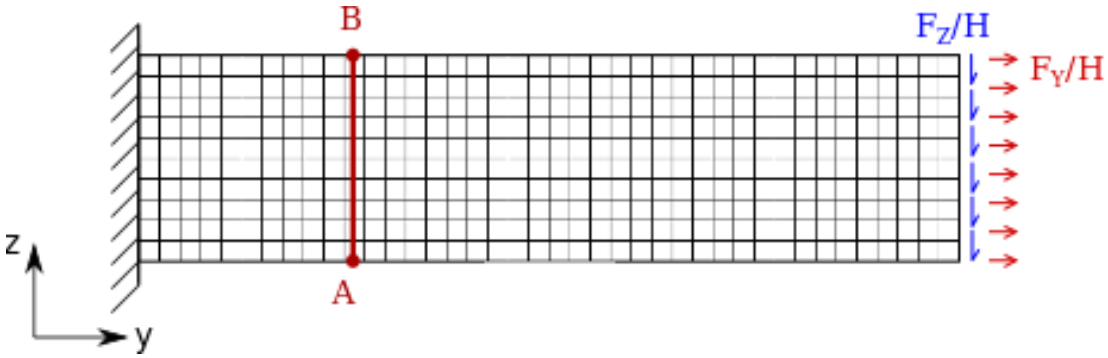


Figure 1.4-1. Sollicitations statiques membranaires.

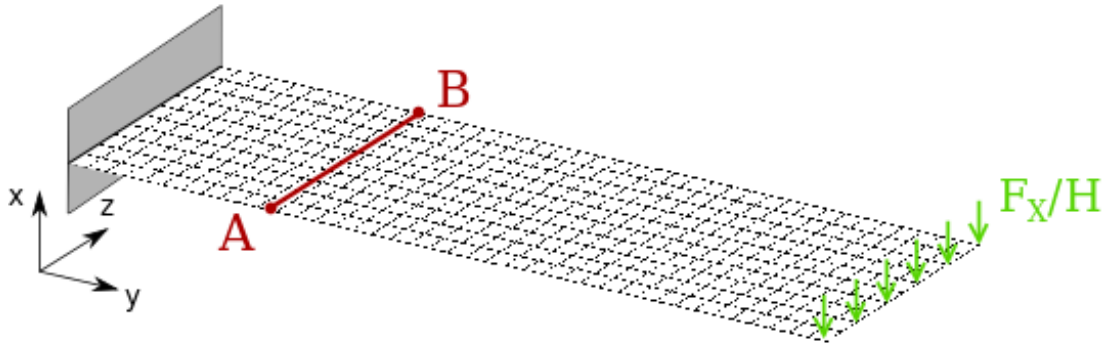


Figure 1.4-2. Sollicitations statiques hors-plan.

1.4.2 Chargements dynamiques

La plaque est en appui simple sur les côtés gauche et droit.

On fournit un spectre de réponse constant avec la fréquence et l'amortissement réduit.

Le spectre d'accélération vaut 5000 mm/s en direction x.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1.5 Grandeurs et résultats de référence

On teste les grandeurs extraites par la commande CALC_COUPURE sur la ligne AB parallèle aux côtés gauche et droit de la plaque (voir Figure 1.1-1). Les tests sont analytiques.

1.5.1 Chargements statiques

Si on représente la plaque comme une poutre encastrée à son extrémité, il est simple de calculer les efforts internes dans le cas statiques.

On regardera les résultats à la distance d de l'encastrement, pour une coupure AB parallèle aux côtés droit et gauche.

CH 1 :

- $N=F_Y$
- $V_{PL}=F_Z$
- $M_{PL}=F_Z\cdot(L-d)$
- $V_{HP}=0$
- $M_{HP}=0$

CH 2 :

- $N=0$
- $V_{PL}=0$
- $M_{PL}=0$
- $V_{HP}=F_X$
- $M_{HP}=F_X\cdot(L-d)$

Les résultats sont testés à la distance $d=3\,m$ et $d=3{,}15\,m$.

Les résultats attendu sont montrés dans le tableau suivant.

d	Chargement	$N(kN)$	$V_{PL}(kN)$	$M_{PL}(MN\cdot m)$	$V_{HP}(kN)$	$M_{HP}(MN\cdot m)$
$3\,m$	CH1	6000	600	5400	0	0
$3\,m$	CH2	0	0	0	100	900
$3{,}15\,m$	CH1	6000	600	5310	0	0
$3{,}15\,m$	CH2	0	0	0	100	885

Table 1.5.1-1: Résultats analytiques pour les cas de chargement statiques.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1.5.2 Chargements dynamiques

Le spectre de réponse en accélération se r é fère à un séisme en direction X, normale au plan de la plaque, qui est donc sollicitée à flexion et cisaillement hors-plan.

Étant données les symétries et les conditions aux limites, la plaque se comporte comme une poutre de section rectangulaire (largeur H=3 m et hauteur B=0,3 m).

La poutre est suffisamment élancée pour être traitée par une approche à la Euleur-Bernoulli. Ainsi, la pulsation et la déformée modale (normée à la valeur de déplacement maximal) analytiques du i-ème mode sont exprimées par les formules suivantes (avec x l'abscisse de la poutre, x sur l'appui gauche) [1] :

- Fréquence : $f_i = \frac{\pi i^2}{2}\sqrt{\frac{E I}{m(x) L^4}}$
- D éformée modale normée à 1 : $\varphi_i(x) = \sin\left(\frac{i \pi x}{L}\right)$

A insi, les efforts de flexion (hors plan) ainsi que le cisaillement (hors-plan) relatifs aux déformée modales peuvent s'écrire :

- Moment (par unité de longueur) : $m(x) = -\frac{EI}{H}\varphi''(x) = \frac{EI}{H}\left(\frac{i\pi}{L}\right)^2 \sin\left(\frac{i\pi x}{L}\right)$
- Cisaillement (par unité de longueur) : $t(x) = \frac{dM}{dx} = \frac{EI}{H}\left(\frac{i\pi}{L}\right)^3 \cos\left(\frac{i\pi x}{L}\right)$

On teste d'abord les fréquences calculées par Code_Aster et ensuite les déplacements et efforts généralisés, ce qui fournit la précision de la solution numérique par rapport à l'analytique. Les valeurs testées, sur une coupe AB à la distance d=1650 mm, sont fournies dans le tableau suivant. On regarde les valeurs sur le point A. On ne considère que les trois premiers modes.

Numéro d'ordre (mode)	Fréquence (1/s)	Déplacement hors-plan (mm)	Moment de flexion hors-plan (Nmm/mm)	Cisaillement (N/mm)
1	3,27	0,73	3397,25	0,82
2	13,09	1,0	18448,46	-0,76
3	29,45	0,62	25777,46	-25,68

Table 1.5.2-1: Résultats analytiques modaux.

O n teste ensuite les combinaisons modales du moment $M(x) = H \cdot m(x)$ hors-plan et du cisaillement hors-plan $T(x) = H \cdot t(x)$ sur la coupe AB, pour un séisme en direction X. On calcule d'abord les contributions de chaque mode:

- Moment $M_{iX} = M_i \, p_{iX} \frac{a_{iX}}{\omega_i^2}$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

- Cisaillement $T_{iX}=T_i p_{iX} \frac{a_{iX}}{\omega_i^2}$

où p_{iX} est le facteur de participation modale, $\omega_i=2\pi f_i$ la pulsation du mode, a_{iX} la valeur du spectre. Ensuite, on calcule la combinaison CQC signée dans la direction X, en prenant comme mode pour le signe :

$$M_{CQC,X}=\frac{M_{kX}}{|M_{kX}|}\sqrt{\sum_j \sum_j \rho_{ij} M_{iX} M_{jX}}$$

$$T_{CQC,X}=\frac{T_{kX}}{|T_{kX}|}\sqrt{\sum_j \sum_j \rho_{ij} T_{iX} T_{jX}}$$

avec ρ_{ij} les facteurs de corrélation entre modes.

Pour finir, on teste 8 combinaisons de Newmark, considérant que $M_{CQC,Y}=M_{CQC,Z}=0$ et $T_{CQC,Y}=T_{CQC,Z}=0$

Pour le calcul des quantités testées on n'utilise pas les valeurs analytiques des moments et des cisaillement modaux (M_i , T_i) mais celle fourni par Code_Aster, ce qui permet de tester les résultats avec plus de précision.

L es valeurs testées sont dans le tableau suivant.

Numéro d'ordre (mode)	Contribution modale sur le moment (Nmm/mm) M_i	Contribution modale sur le cisaillement (N/mm) T_i	Combinaison CQC signée, moment $M_{CQC,X}$	Combinaison CQC signée, cisaillement $T_{CQC,X}$
1	1,55E8	-3,31E4	1,54E8	-3,34E4
2	5,74E-4	2,09E-8		
3	4,99E4	4,40E3		

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Modélisation A

2.1 Type d'élément fini

Pour cette modélisation on utilisera des éléments DKT.

2.2 Conditions aux limites et chargement

Les chargements, de type statique, sont ceux décrit dans §1.4.1.

2.3 Grandeurs et résultats de référence

Les résultats analytiques sont vérifiés avec les précisions suivantes :

- N 0.1 %
- VPL 0.1 %
- MPL 0.1 %
- MHP 0.1 %
- VHP 4 %

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation B

3.1 Type d'élément fini

Pour cette modélisation on utilisera des éléments DST. La géométrie est la même que celle de la modélisation A mais ayant subi une rotation de 150°.

3.2 Conditions aux limites et chargement

Les chargements, de type statique, sont ceux décrit dans §1.4.1, après rotation de 150°.

3.3 Grandeurs et résultats de référence

Les résultats sont les mêmes que pour la géométrie d'origine (sans rotation).

Les résultats analytiques sont vérifiés avec les précisions suivantes :

- N 0.1 %
- MPL 0.1 %
- VPL 0.1 %
- MHP 0.1 %
- VHP 0.1 %

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation C

4.1 Type d'élément fini

Pour cette modélisation on utilisera des éléments DKT.

4.2 Conditions aux limites et chargement

Les chargements, de type sismique à spectre de réponse, sont ceux décrit dans §1.4.2.

4.3 Grandeurs et résultats de référence

Les résultats analytiques sont vérifiés avec les précisions suivantes :

- fréquences : 2.0 %
- déplacements : 0.1 %
- moments : 0.2 %
- cisaillement : 12 %

Les combinaisons modales sont vérifiées avec la précision : <1.0 %

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Références

[1] R.W. C lough, J. Penzien, *Dynamics of Structures* , CBS Publishers and Distributors, second edition, 2015

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)