Mise en œuvre de calcul par sous-structuration dynamique en présence d'IFS

Résumé :

Ce document a pour but d'aider et de donner des conseils aux utilisateurs pour la réalisation d'une étude faisant intervenir la technique de sous-structuration dynamique en présence d'interaction fluide-structure (IFS). Cette dernière doit être modélisée en formulation déplacement-pression (appelée U_P dans code_aster) et en 3D. Voir les documents U3.14.02 et R4.02.02 pour toute précision.

On présente d'abord la démarche générale pour la mise en œuvre de la technique.

On décrit par la suite les enchaînements des opérations nécessaires afin d'obtenir des résultats exploitables. La présentation est illustrée un exemple traitant un calcul modal.

La lecture du document U2.07.05 « Mise en œuvre de calcul par sous-structuration dynamique » est un préalable à la lecture du présent document, qui en reprend de nombreux éléments.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Table des matières

1En quoi consiste la sous-structuration dynamique?....3
2Pourquoi utiliser la sous-structuration dynamique?....3
3Présentation de la méthodologie....4
3.1Principe général....4
3.2Illustration sur une structure simple....4
3.3Extension au cas de l'IFS....6
4Mise en œuvre pratique....7
4.1Pré-requis en terme de modélisation et de maillage....7
4.2Déroulement de l'étude....8
4.3Conseils pratiques....9
5Éléments théoriques....11
5.1Préliminaire....11
5.1.1Expression générale du problème....11
5.1.2Modes et inconnues généralisées....11
5.1.3Problème sous contraintes....11
5.2Mise en œuvre....11

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 En quoi consiste la sous-structuration dynamique?

La sous-structuration dynamique consiste à partitionner une pièce en plusieurs sous-structures afin de réduire la taille du modèle numérique et de pouvoir étudier indépendamment chaque sous-structure. Le modèle d'ensemble s'obtient par la suite en assemblant les modèles des différentes sous-structures.
Chaque sous-structure est projetée sur une base de vecteurs judicieusement choisie . Cette projection permet de réduire la taille du modèle de chaque sous-structure et par conséquent la taille du modèle de la structure assemblée.

2 Pourquoi utiliser la sous-structuration dynamique?

La complexité croissante des structures mécaniques rend difficile l'estimation de son comportement dynamique sous sollicitation imposée. La modélisation numérique de la structure complète nécessiterait un coût important tant au niveau espace mémoire que coût calcul.
En plus de la réduction de la taille du modèle, la technique de sous-structuration dynamique rend beaucoup plus modulaire la modélisation de la structure globale.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Présentation de la méthodologie

3.1 Principe général

Pour disposer d'une présentation complète de la sous-structuration dynamique, le lecteur est invité à consulter le document de référence [R4.06.02].

En préambule, il est nécessaire de rappeler que le fait de projeter la sous-structure sur une base réduite, entraîne nécessairement une approximation sur les résultats obtenus. Le rôle du modélisateur est de choisir une base assez riche afin de pouvoir saisir le comportement dynamique de la sous-structure. La qualité des résultats dépend du choix de cette base de projection.

Nous nous concentrons ici sur l'utilisation de modes d'interface. Cela consiste à effectuer une condensation du comportement de la structure sur les degrés de liberté d'interface et résoudre le problème aux valeurs propres associé. La méthodologie proposée ici diffère de l'approche générale (voir U2.07.05) par le fait que les modes d'interface évoqués ici sont définis à l'avance. **Cela constitue une limitation de l'approche** : les modes d'interface ont été définis en supposant que la méthodologie serait appliquée à des tuyauteries ou tout du moins à des structures de formes proches de celle d'un tuyau.

Le principe de la méthodologie est le suivant :

- on calcule pour chaque sous-structure un ensemble de modes à interfaces bloquées ;
- pour chaque interface, on se donne un ensemble de modes bien définis, qui décrivent sa cinématique. Ces modes ont été choisis à l'avance pour être en mesure de bien représenter les déformations d'une section d'un tuyau rempli de fluide.
- pour chaque sous-structure, on calcule sa réponse sous l'effet de chacun des modes d'interface. Ces modes viennent compléter les modes à interfaces bloquées.

On détermine alors la réponse de la structure globale à l'aide des modes ainsi construits pour chacune des sous-structures. Une description mathématique est proposée en dans la section 5.

3.2 Illustration sur une structure simple

Pour illustrer graphiquement le procédé, on propose les visualisations suivantes qui illustrent le cas d'une poutre droite de section carrée, encastrée sur sa gauche et découpée en 2 sous-structures notées SD1 et SD2 (Figure 3.2-1) .

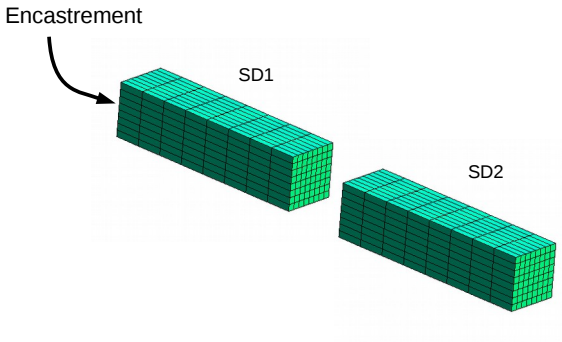


Figure 3.2-1: Poutre divisée en 2 sous-structures

Nous présentons en Figure 3.2-2 les modes à interface bloquée de la sous-structure SD1. Sur la partie gauche s'applique l'encastrement lié au problème modélisé et sur la partie droite s'applique l'encastrement liée au blocage de l'interface. Cela constitue le 1er groupe de modes sur lesquels on va réduire le comportement de la sous-structure SD1. On fait de même sur la sous-structure SD2.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

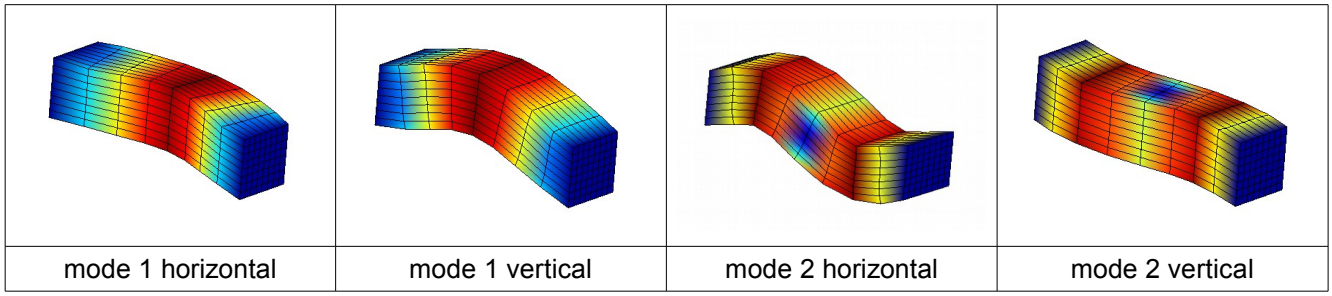


Figure 3.2-2: Modes à interface bloquée

Nous présentons en Figure 3.2-3 l'effet des modes d'interface choisis sur la sous-structure SD1. Ces modes ont été définis à l'avance et on voit qu'ils sont composés de :

- 3 déplacements unitaires suivants les axes X, Y et Z [1] ;
- 3 rotations unitaires suivants les axes X, Y et Z ;
- 1 gonflement dans le plan de l'interface.

La même construction est réalisée sur la sous-structure SD2.

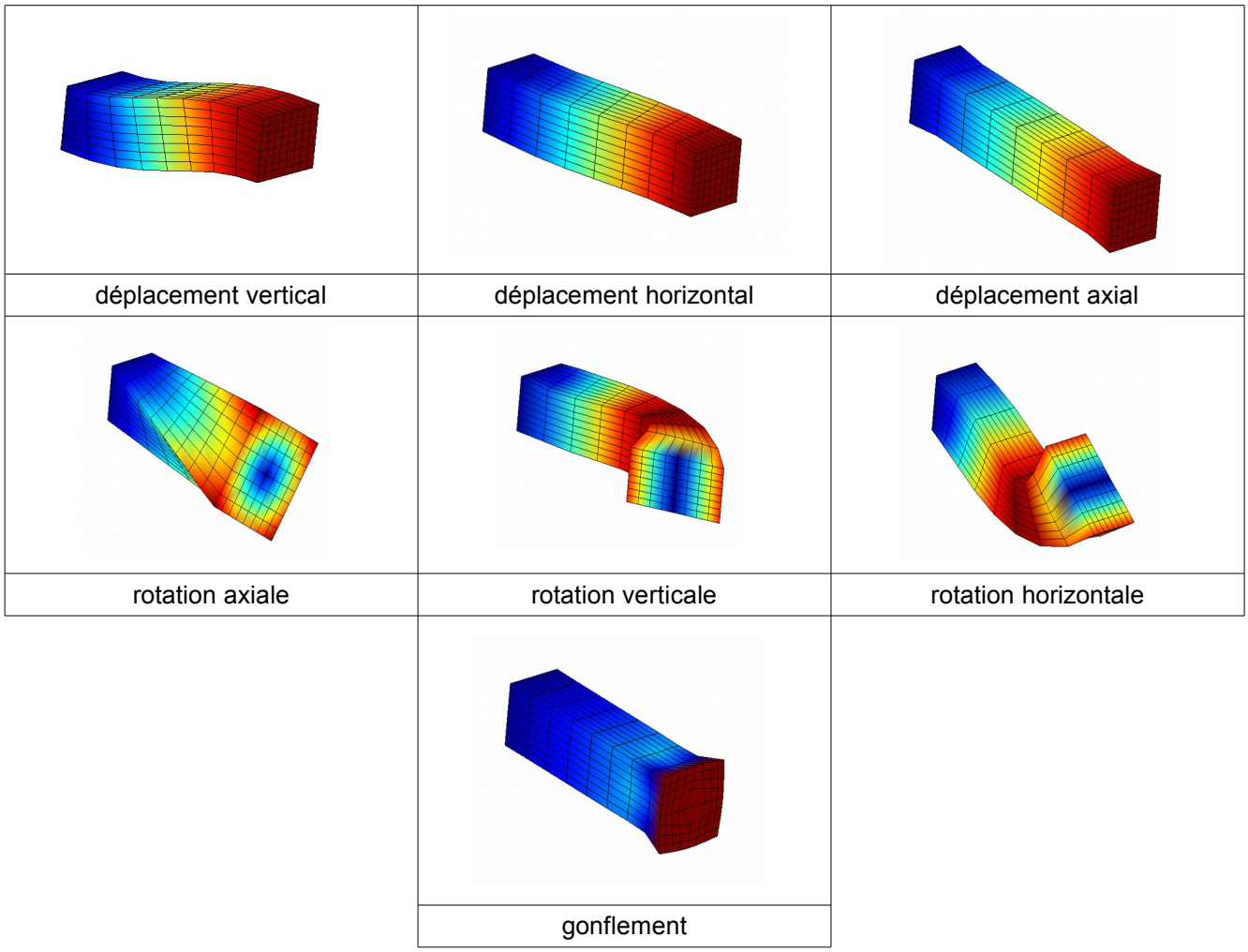


Figure 3.2-3: Effet des modes d'interface sur une sous-structure

C'est ensuite en mixant les modes locaux et les modes d'interface des 2 sous-structures que l'on va construire la réponse de la structure globale.

1 Il s'agit d'axes locaux à l'interface

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Il est important de souligner que le nombre de modes d'interface est fixé (en l'occurrence par le développeur de cette méthodologie) tandis le nombre de modes locaux est à la main de l'utilisateur. Nous proposons dans la suite des recommandations sur le nombre de modes locaux à retenir.

3.3 Extension au cas de l'IFS

L'exemple précédent illustre la méthodologie sur un cas purement structure. L'extension à la prise en compte de l'interaction avec un fluide est naturelle dans cette méthodologie. Elle passe essentiellement par le recours à la formulation U_P du problème et en la définition de modes d'interface supplémentaires. Ainsi, les étapes sont modifiées comme suit :

- les modes locaux deviennent des modes à interface bloquée en déplacement **et** en pression et ils comportent naturellement une partie structure et une partie fluide ;
- les modes d'interface se composent de modes de structure identiques à ceux présentés dans la section précédente auxquels s'ajoutent les modes de fluide : 1 mode à pression constante sur l'interface, 2 modes à variation de pression linéaire respectivement selon l'axe X et selon l'axe Y de l'interface.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Mise en œuvre pratique

4.1 Pré-requis en terme de modélisation et de maillage

Nous abordons la mise en œuvre dans code_aster d'un calcul modal par sous-structuration dynamique avec prise en compte de l'IFS. Pour ce faire, on définit le problème modèle d'une lyre présentée Figure 4.1-1 . Il s'agit d'un tuyau métallique où coule de l'eau. La lyre est encastrée à chacune de ses extrémités i.e. le déplacement de la structure ainsi que la pression du fluide sont fixés à 0. On cherche à déterminer les modes propres de cet organe.

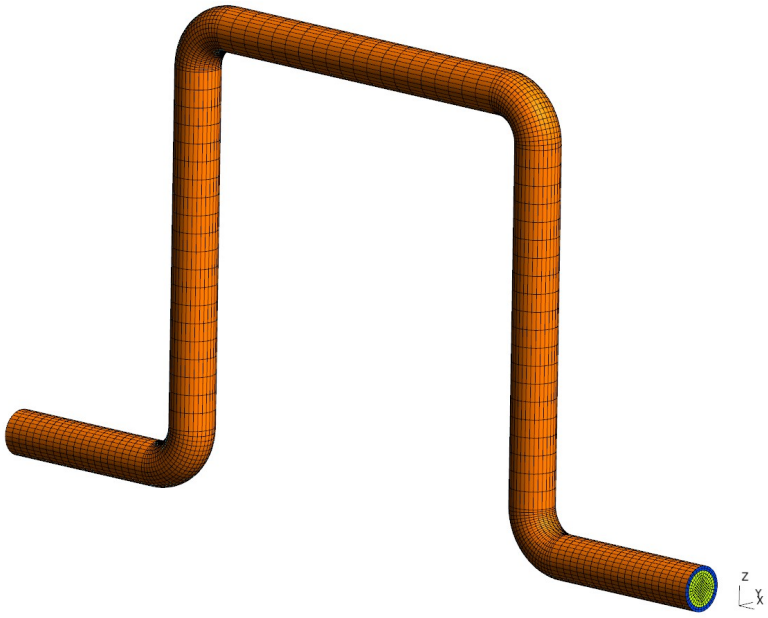


Figure 4.1-1: Problème modèle d'une lyre

Sur la Figure 4.1-2 est présentée une section de la lyre : on y voit en jaune les éléments de structure et en bleu, les éléments fluide. On rappelle sur la figure les composantes des degrés de liberté de chacune des parties du modèle. On constate que les nœuds partagés par la structure et par le fluide portent des degrés de liberté de déplacement et de pression. On rappelle que le maillage doit être composé d'éléments finis 3D et qu'une modélisation fluide-structure `U_P` doit lui être affectée.

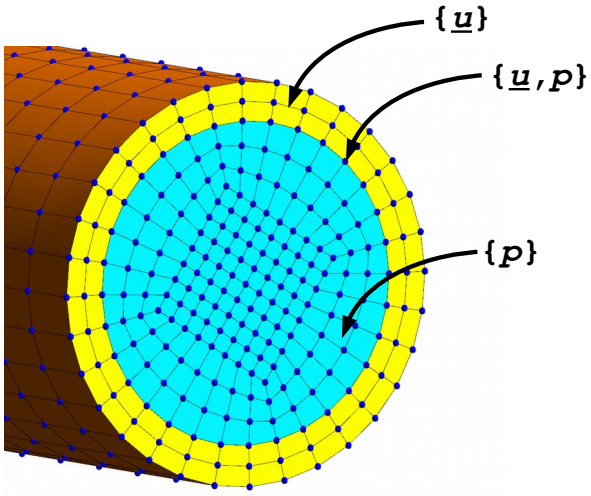


Figure 4.1-2: Section de la lyre

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Nous allons utiliser la sous-structuration dynamique pour mener à terme cette simulation. Pour ce faire, il faut commencer par découper la structure globale en 2 sous-structures. Il nous faut donc produire 2 maillages, présentés sur la Figure 4.1-3. L'écart entre les 2 sous-structures est purement artificiel dans cette visualisation et n'a pour but que de rendre visible la séparation en 2 parties. Pour que la simulation puisse être réalisée, il est **obligatoire** qu'une surface d'interface soit crée. C'est à dire que, sur la découpe entre les 2 sous-structures, une surface doit être crée et elle doit **porter le même nom pour chacune**. C'est là un moyen d'identifier les interfaces dans le cas où on dispose de plus de 2 sous-structures.
Par contre, il est intéressant de noter que **les maillages de 2 surfaces d'interface n'ont pas besoin d'être conformes** i.e. leurs nœuds n'ont pas besoin d'être coïncidents.

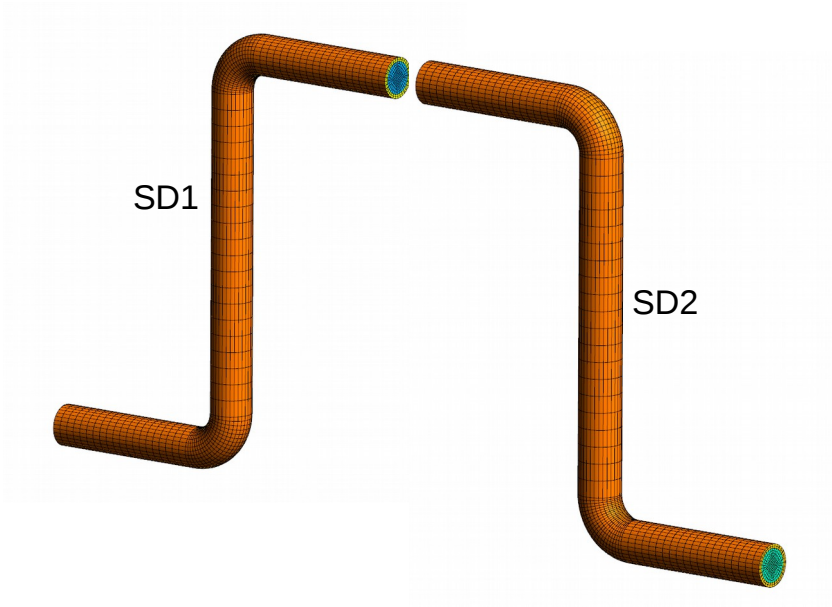


Figure 4.1-3: Découpe en 2 sous-structures

4.2 Déroulement de l'étude

Au début du fichier de commandes, importer les objets nécessaires depuis le module `dynamic_substructuring` :

```
from code_aster.Applications.dynamic_substructuring import
SubStructure, Structure, Interface
```

Une fois les maillages lus dans code_aster et les modèles affectés, les étapes de résolution sont les suivantes.
Pour chaque sous-structure : détermination des modes à interface bloquée

- S'assurer que les déplacements et la pression sont bloqués à 0 sur l'interface (`AFFE_CHAR_MECA` – ne **pas** utiliser `AFFE_CHAR_CINE`)
- Calcul et assemblage des matrices de masse, de rigidité de la sous-structure (`ASSEMBLAGE`) : par exemple `MASS1`, `MASS2`, `RAID1`, `RAID2`
- Calcul des modes à interface bloquée (`CALC_MODES`) : par exemple `MODES1`, `MODES2`

Ensuite la définition des sous-structures, de l'interface entre elles et le calcul de la réponse globale se fait comme suit, à l'aide de commandes Python :

```
# définition des sous-structures
subS1 = SubStructure(RAID1, MASS1, MODES1)
subS2 = SubStructure(RAID2, MASS2, MODES2)

# définition de l'interface d'après son nom (ici 'Interface')
```


Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

```
interface = Interface(subS1, subS2, 'Interface')

 # calcul des valeurs des degrés de liberté à l'interface
interface.computeInterfaceDofs('IFS')

# calcul des modes d'interface
ResuS_Tuyau1 = subS1.computeInterfaceModes()
ResuS_Tuyau2 = subS2.computeInterfaceModes()

# construction de la structure globale
myStructure = Structure([subS1, subS2],[interface])

# calcul des modes globaux (ici 6)
omega, resuSub = myStructure.computeGlobalModes(nmodes=6)
```

En sortie de l'appel à la méthode `computeGlobalModes` de l'objet `myStructure`, l'utilisateur obtient 2 sorties :

- `omega` : c'est une liste qui contient les fréquences propres de la structure globale
- `resuSub` : c'est une liste de structures de données résultat code_aster de type `MODE_MECA`. Il s'agit des modes de la structure globale projetés respectivement sur la première et la deuxième sous-structure (dans l'ordre de la définition de structure globale, ici `[subS1, subS2]`).

4.3 Conseils pratiques

- Il est conseillé de placer l'interface entre 2 sous-structures dans des zones à déformations modérées. Dans le cas d'une tuyauterie, il s'agit donc de s'éloigner des coudes qui sont les zones où les déformations vont être les plus importantes et les moins régulières.

- Il est conseillé de calculer les modes à interfaces bloqués jusqu'à une fréquence a minima de 2 à 3 fois la fréquence recherchée sur la structure globale.

- Si on souhaite modéliser 3 sous-structures `SD1`, `SD2`, et `SD3` séparées respectivement par les interfaces `Int12` et `Int23` comme sur la Figure 4.3-1, la structure globale sera définie comme suit :

```
# construction de la structure globale
myStructure = Structure([SD1, SD2, SD3],[Int12, Int23])
```

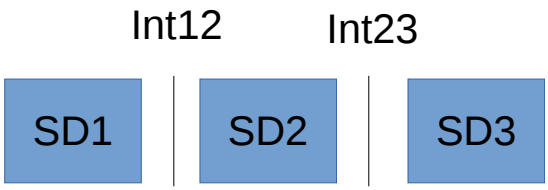


Figure 4.3-1: Cas de 3 sous-structures et 2 interfaces

- Si on souhaite modéliser 3 sous-structures `SD1`, `SD2`, et `SD3` séparées respectivement par les interfaces `Int12`, `Int23` et `Int31` comme sur la Figure 4.3-2, la structure globale sera définie comme suit :

```
# construction de la structure globale
myStructure = Structure([SD1, SD2, SD3],[Int12, Int23, Int31])
```


Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

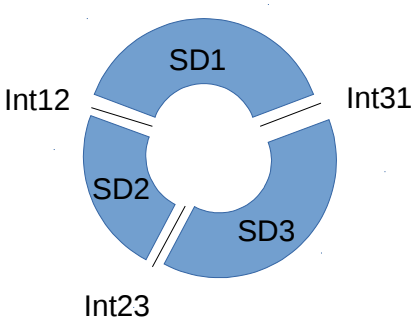


Figure 4.3-2: Cas de 3 sous-structures et 3 interfaces

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Éléments théoriques

On présente dans cette section les fondements théoriques de l'approche.

5.1 Préliminaire

5.1.1 Expression générale du problème

On commence par rappeler la formulation d'un problème de dynamique linéaire sous la forme de la minimisation de l'Hamiltonien :

$$\min_x \int_{t_1}^{t_2} \left(x^T K x - \dot{x}^T M \dot{x} \right) dt \tag{1}$$

Avec quelques manipulations algébriques, on peut obtenir l'expression du calcul modal qui nous importe :

$$Kx - \omega^2 Mx = 0 \tag{2}$$

5.1.2 Modes et inconnues généralisées

On rappelle également que l'on note comme suit la matrice rectangulaire des n_m modes :

$$\Phi = \left[\Phi_1 \quad ... \quad \Phi_{n_m} \right] \tag{3}$$

Chaque vecteur Φ_i étant de longueur n_{eq}, la matrice Φ est de dimension $n_{eq} \times n_m$. On rappelle enfin la relation entre un vecteur d'inconnues dans l'espace physique x et un vecteur d'inconnues généralisées η :

$$x = \Phi \eta = \eta_1 \Phi_1 + \eta_2 \Phi_2 + ... + \eta_{n_m} \Phi_{n_m} \tag{4}$$

5.1.3 Problème sous contraintes

Le dernier point présenté concerne la résolution d'un problème de dynamique sous contraintes. Cette dernière s'exprime sous la forme générale :

$$Bx = 0 \tag{5}$$

Dans le cas présent, la matrice B est une matrice rectangulaire dont le nombre de lignes est égal aux nombre de contraintes appliquées aux inconnues. Le problème sous contraintes s'exprime comme suit :

$$\min_{Bx=0} \int_{t_1}^{t_2} \left(x^T K x - \dot{x}^T M \dot{x} \right) dt \tag{6}$$

On suppose que l'on sait construire une base de dimension n_{ker} du noyau de la matrice des contraintes. On la note :

$$\Psi = \left[\Psi_1 ... \Psi_{n_{ker}} \right] \tag{7}$$

Comme les solutions recherchées vérifient les contraintes $Bx = 0$, elles appartiennent bien au noyau de B. On peut donc les écrire sur cette base :

$$x = \Psi \eta \tag{8}$$

En injectant cette expression dans le problème de minimisation, on constate que l'on peut alors relaxer la contrainte et écrire le problème sous la forme :

$$\min_\eta \int_{t_1}^{t_2} \left(\eta^T \left[\Psi^T K \Psi \right] \eta - \dot{\eta}^T \left[\Psi^T M \Psi \right] \dot{\eta} \right) dt \tag{9}$$

Le problème est donc soluble à l'aide des techniques classiques (minimisation sans contraintes).

5.2 Mise en œuvre

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

On considère une structure découpée en 2 sous-structures. Pour chacune, ont été déterminés :

- les matrices de masse M_1 M_2 et de rigidité K_1 K_2, de dimensions respectives $n_{eq_1} \times n_{eq_1}$ et $n_{eq_2} \times n_{eq_2}$
- les matrices des modes à interface bloquée Φ_1 et Φ_2 de dimensions respectives $n_{eq_1} \times n_{m_1}$ et $n_{eq_2} \times n_{m_2}$. Elles sont reliées respectivement aux inconnues généralisées η_1 et η_2.
- les matrices des modes d'interface $\bar{\Phi}_1$ et $\bar{\Phi}_2$ de dimensions respectives $n_{eq_1} \times n_i$ et $n_{eq_2} \times n_i$. Elles sont reliées respectivement aux inconnues généralisées $\bar{\eta}_1$ et $\bar{\eta}_2$.

Sur la base de ces définition, on peut écrire le lien entre les degrés de liberté physique et généralisés de chacune des sous-structures :

$$x_1 = \left[\Phi_1 \bar{\Phi}_1\right] \begin{Bmatrix} \eta_1 \\ \bar{\eta}_1 \end{Bmatrix} \quad \text{et} \quad x_2 = \left[\Phi_2 \bar{\Phi}_2\right] \begin{Bmatrix} \eta_2 \\ \bar{\eta}_2 \end{Bmatrix} \tag{10}$$

En notant $\tilde{\Phi}_i = \left[\Phi_i \bar{\Phi}_i\right]$ et $\tilde{\eta}_i = \begin{Bmatrix} \eta_i \\ \bar{\eta}_i \end{Bmatrix}$, on peut écrire la relation précédente sous la forme :

$$x_1 = \tilde{\Phi}_1 \tilde{\eta}_1 \quad \text{et} \quad x_2 = \tilde{\Phi}_2 \tilde{\eta}_2 \tag{11}$$

Pour chaque sous-structure, on peut calculer alors les matrices de masse et de rigidité projetées sur les modes à interface bloquée et les modes d'interface :

$$\tilde{K}_1 = \tilde{\Phi}_1^T K_1 \tilde{\Phi}_1 \;\; ; \;\; \tilde{M}_1 = \tilde{\Phi}_1^T M_1 \tilde{\Phi}_1 \;\; ; \;\; \tilde{K}_2 = \tilde{\Phi}_2^T K_2 \tilde{\Phi}_2 \;\; ; \;\; \tilde{M}_2 = \tilde{\Phi}_2^T M_2 \tilde{\Phi}_2 \tag{12}$$

On construit ensuite les matrices globales qui portent sur les 2 sous-structures :

$$K_g = \begin{bmatrix} \tilde{K}_1 & 0 \\ 0 & \tilde{K}_2 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad M_g = \begin{bmatrix} \tilde{M}_1 & 0 \\ 0 & \tilde{M}_2 \end{bmatrix} \tag{13}$$

Les degrés de libertés généralisés sont construits de la même manière :

$$\eta_g = \begin{Bmatrix} \tilde{\eta}_1 \\ \tilde{\eta}_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \eta_1 \\ \bar{\eta}_1 \end{Bmatrix} \\ \begin{Bmatrix} \eta_2 \\ \bar{\eta}_2 \end{Bmatrix} \end{Bmatrix} \tag{14}$$

On rappelle que les η_i sont les inconnues généralisées associées aux modes à interface bloquée et les $\bar{\eta}_i$ celles associées aux modes d'interface. Donc pour assurer la continuité des déplacements dans l'espace physique à la traversée de l'interface, on doit imposer :

$$\bar{\eta}_1 = \bar{\eta}_2 \tag{15}$$

Cela peut s'exprimer simplement à l'aide d'une matrice de contraintes sous la forme :

$$B \eta_g = 0 \tag{16}$$

avec :

$$B = \underset{n_{m_1}}{\left[0\right.} \overset{n_i}{\overleftrightarrow{Id}} \underset{n_{m_2}}{\left. 0\right.} \overset{n_i}{\overleftrightarrow{-Id}} \left.\right] \updownarrow n_i \tag{17}$$

Le problème global peut alors s'exprimer sous la forme :

$$\underset{B\eta_g = 0}{min} \int_{t_1}^{t_2} \left(\eta_g^T K_g \eta_g - \dot{\eta}_g^T M_g \dot{\eta}_g \right) dt \tag{18}$$

En calculant le noyau de B, le problème ci-dessus est soluble comme présenté dans la section 5.1.3.

On trouvera des exemples de mise en œuvre dans les tests sdlv102 et sdlv103.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)