Notice de modélisation de la gyroscopie

Résumé :

Les analyses modales ou dynamiques linéaires et non-linéaires des lignes d'arbres nécessitent d'intégrer notion d'amortissement gyroscopiques. L'analyse d'un transitoire de vitesse de rotation (montée en vitesse ou ralentissement) nécessite, quant à elle, d'intégrer la notion de raideur gyroscopique.

Les codes de machines tournantes dédiés utilisent un axe préférentiel pour la modélisation des rotors (Y pour ROTORINSA, Z pour CADYRO, etc.). Dans *Code_Aster*, il est possible, moyennant quelques précautions dans la mise en donnée, de modéliser un rotor avec n'importe quel axe de rotation. Une fois que l'axe de rotation est choisi, on définit le sens positif suivant cet axe comme étant le sens **trigonométrique** usuel de rotation.

Cette notice d'utilisation constitue une aide à l'utilisation des fonctionnalités amortissement et raideur gyroscopiques. Elle doit lui permettre de mener à bien un calcul de machines tournantes cohérent et correct et ce quel que soit l'axe de rotation de la ligne d'arbres.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Table des Matières

1 Amortissement et raideur gyroscopiques....3
1.1 Caractéristiques de la gyroscopie....3
1.2 Calcul des matrices gyroscopiques....3
1.3 Utilisation des matrices gyroscopiques....4
2 Exemple de calcul ligne d'arbres avec axe selon X....6
3 Exemple de calcul de ligne d'arbres avec axe quelconque....7
4 Références bibliographiques....9

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Amortissement et raideur gyroscopiques

1.1 Caractéristiques de la gyroscopie

Les modélisations actuellement disponibles dans Code_Aster pour les machines tournantes font intervenir les éléments structuraux de type poutre (pour les rotors) et les éléments discrets (pour les disques, les paliers, les supports, etc.).

Les calculs de l'énergie cinétique de l'élément poutre de Timoshenko (en considérant les déformations de flexion) ou de l'élément discret font apparaître les termes d'effet gyroscopique.
Pour un système tournant, l'équation classique de la dynamique des structures dépend des vitesses de rotation comme suit :

$$M\ddot{\delta}+C_{gyro}(\Omega)\dot{\delta}+\left(K+K_{gyro}(\dot{\Omega})\right)\delta=0$$

Où M et K sont les matrices classiques de raideur et de masse du système mécanique tournant. $C_{gyro}(\Omega)$ est une matrice non symétrique, fonction de la vitesse de rotation Ω, incluant les caractéristiques d'amortissement gyroscopique. Cette matrice d'amortissement gyroscopique est antisymétrique, et sa contribution est proportionnelle à la vitesse angulaire.
$K_{gyro}(\dot{\Omega})$ est une matrice non symétrique, fonction de l'accélération de rotation $(\dot{\Omega})$, incluant les caractéristiques de raideur gyroscopique. Cette matrice de raideur gyroscopique est pleine. Sa contribution est proportionnelle à l'accélération angulaire et est, donc, nulle en cas de vitesse de rotation constante. La matrice de raideur gyroscopique n'a de sens qu'en transitoire de vitesse.

L'amortissement et la raideur gyroscopiques sont actuellement disponibles dans Code_Aster pour les poutres droites (Éléments de Timoshenko `POU_D_T` et d'Euler `POU_D_E`) de section constante ou variable et de forme circulaire ainsi que pour les éléments discrets. Les hypothèses retenues pour les poutres sont :

- Hypothèse de Timoshenko : le cisaillement transverse et tous les termes d'inertie sont pris en compte. Cette hypothèse est à utiliser pour des élancements faibles (Éléments `POU_D_T`).
- Hypothèse d'Euler : le cisaillement transverse est négligé. Cette hypothèse est vérifiée pour de forts élancements (Éléments `POU_D_E`).

La vitesse de rotation propre (suivant l'axe de la poutre) peut être constante ou variable (cas d'un transitoire de vitesse de rotation : montée en vitesse ou ralentissement).

Les disques sont des cylindres de révolution dont l'axe est confondu avec l'axe de la poutre. Ces disques sont supposés indéformable et sont modélisés par des éléments discrets. Le matériau est homogène et isotrope.

Enfin et pour plus de détails, le lecteur pourra se référer à la documentation de référence de l'amortissement et la raideur gyroscopiques dans Code_Aster [R5.05.07].

1.2 Calcul des matrices gyroscopiques

Il est possible de construire les matrices d'amortissement et de raideur gyroscopiques à partir de chaque élément du modèle comme pour la rigidité et la masse. Pour les éléments finis structuraux de type poutre ou les éléments discrets, il est possible de calculer les matrices élémentaires réelles correspondant aux options de calcul `'MECA_GYRO'` et `'RIGI_GYRO'`. L'appel à ces opérations se fait comme suit :

```
AMGYELEM [ matr_elem_DEPL_R ] = CALC_MATR_ELEM
     ( / ♦ OPTION: 'MECA_GYRO'
         ♦ MODELE: mo [modele]
         ♦ CHAM_MATER: chmat [cham_mater]
         ◊ CARA_ELEM: cara [cara_elem]
```


Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

```
      )
RIGYELEM [ matr_elem_DEPL_R ] = CALC_MATR_ELEM
     ( / ♦ OPTION: 'RIGI_GYRO'
         ♦ MODELE: mo [modele]
         ♦ CHAM_MATER: chmat [cham_mater]
         ◊ CARA_ELEM: cara [cara_elem]
      )
```

L'assemblage des matrices gyroscopiques élémentaires est obtenu avec l'opérateur ASSE_MATRICE habituel [U4.61.22].

```
AMGYASS=ASSE_MATRICE(MATR_ELEM=AMGYELEM,
                     NUME_DDL=NUMEDDL,)
RIGYASS=ASSE_MATRICE(MATR_ELEM=RIGYELEM,
                     NUME_DDL=NUMEDDL,)
```

On notera que l'on doit utiliser les mêmes numérotations et le même mode de stockage que pour les matrices de rigidité et de masse (opérateur NUME_DDL [U4.61.11]).

On peut aussi mener cette opération en même que temps que la construction des autres matrices (masse, raideur, amortissement, ...) grâce à la macro-commande ASSEMBLAGE

```
ASSEMBLAGE(     MODELE=MODELE,
                CHAM_MATER=CHMAT,
                CARA_ELEM=CARELEM,
                CHARGE=BLOQUAGE,
                NUME_DDL=CO('NUMEDDL'),
                MATR_ASSE=(_F(MATRICE=CO('RIGIDITE'),
                              OPTION='RIGI_MECA',),
                           _F(MATRICE=CO('MASSE'),
                              OPTION='MASS_MECA',),
                           _F(MATRICE=CO('AMOR'),
                              OPTION='AMOR_MECA',),
                           _F(MATRICE=CO('AMGY'),
                              OPTION='MECA_GYRO',),
                           _F(MATRICE=CO('RIGY'),
                              OPTION='RIGI_GYRO',),),)
```

1.3 Utilisation des matrices gyroscopiques

Les matrices calculées d'amortissement et de raideur gyroscopiques C_{gyro} et K_{gyro} sont unitaires et doivent donc être multipliées par la vitesse et l'accélération angulaires respectivement pour obtenir l'effet gyroscopique d'une vitesse donnée de rotation.
La matrice d'amortissement gyroscopique est généralement combinée après assemblage à la matrice d'amortissement classique par l'opérateur **COMB_MATR_ASSE** comme suit :

```
OM=124.14*pi/30. # Vitesse de rotation en tours/min transformée en rad/s
GYOM=COMB_MATR_ASSE(COMB_R=(_F(MATR_ASSE=AMGY, COEF_R=OM,),
                            _F(MATR_ASSE=AMOR, COEF_R=1.,),))
```

où AMGY et AMOR sont les matrices assemblées d'amortissement gyroscopique et visqueux.
Les matrices gyroscopiques sont utilisables pour l'analyse dynamique linéaire directe avec les opérateurs de réponse dynamique linéaire :

- transitoire linéaire sur base physique **DYNA_LINE_TRAN** [U4.53.02] (cf. modélisation A dans [V2.02.126])
- transitoire linéaire sur base modale **DYNA_TRAN_MODAL** [U4.53.21] (cf. modélisation B dans [V2.02.126])

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

- harmonique **DYNA_LINE_HARM** [U4.53.11] (cf. modélisation C dans [V2,02,126])
- **DYNA_VIBRA** [U4.53.03] (cf. modélisation C dans [V2,02,126])

Dans le cas d'un transitoire de vitesse de rotation traité sur base modale, les deux matrices gyroscopiques assemblées sont combinées aux matrices classiques d'amortissement et de rigidité de façon complètement transparente à l'utilisateur. Pour cela, il suffit de renseigner dans **DYNA_TRAN_MODAL** ou **DYNA_VIBRA** les paramètres définissant ce transitoire de vitesse (lois de vitesse et d'accélération angulaires imposées et matrices gyroscopiques assemblées, cf. [U4.53.21] et [U2.06.32]).

Ces matrices sont indispensables pour l'analyse modale complexe d'un système tournant avec l'opérateur de recherche des valeurs propres :

- **CALC_MODES** [U4.52.02]

Pour les systèmes avec un nombre réduit de degrés de liberté, un calcul modal direct peut être réalisé avec l'opérateur cité ci-dessus et avec l'un ou l'autre des algorithmes de résolution (ici algorithme `'SORENSEN'` par exemple) :

```
MODEG=CALC_MODES(MATR_RIGI=RIGIDITE,
                 MATR_MASS=MASSE,
                 MATR_AMOR=GYOM,
                 OPTION='CENTRE',
                 CALC_FREQ=_F(FREQ=1.,
                              NMAX_FREQ=16),
                 SOLVEUR_MODAL=_F(METHODE='SORENSEN'),
                 VERI_MODE=_F(SEUIL=1.E-3),
                )
```

Pour un calcul modal quadratique (calcul de modes amortis) robuste, on peut utiliser une stratégie en deux étapes.

La méthode QZ est une méthode fiable pour un calcul modal quadratique. Cependant elle est coûteuse. Elle est donc à restreindre à des systèmes à petit nombre de degrés de liberté (quelques milliers de degrés de liberté) ou à des problèmes réduits par troncature modale. Il faut procéder à un calcul en deux étages :

- 1a - calculer une base modale non amortie réduite :

```
MODES=CALC_MODES(MATR_RIGI=RIGIDITE,
                 MATR_MASS=MASSE,
                 OPTION='BANDE',
                 CALC_FREQ=_F(FREQ=(3.,3000.))
                );
```

- 1b - projeter les matrices de masse, de raideur et d'amortissement total `GYOM` sur cette base (troncature modale) :

```
PROJ_BASE(BASE=MODES,
          PROFIL='PLEIN',
          MATR_ASSE_GENE=(_F(MATRICE=CO('MAGE'),
                             MATR_ASSE=MASSE,),
                          _F(MATRICE=CO('RIGE'),
                             MATR_ASSE=RIGIDITE,),
                          _F(MATRICE=CO('OMGE'),
                             MATR_ASSE=GYOM,),),
         );
```

- 2 - faire un calcul modal sur les matrices généralisés obtenues par projection :

```
MOD2ETAG= CALC_MODES (MATR_RIGI=RIGE,
                      MATR_MASS=MAGE,
                      MATR_AMOR=OMGE,
                      OPTION='TOUT',
                      SOLVEUR_MODAL=_F(METHODE='QZ'),
```


Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

```
                                    );
```

On est donc amené à projeter les matrices antisymétrique et non symétrique C_{gyro} et K_{gyro} dans le sous-espace défini par un ensemble de modes propres réels. Cette opération est possible avec l'opérateur **PROJ_MATR_BASE** [U4.63.12]. Notons que dans le cas général, les matrices projetées ne sont pas symétriques. Elles restent néanmoins utilisables pour le calcul de la réponse dynamique en force ou en mouvement imposé dans l'espace modal, avec l'opérateur de réponse dynamique linéaire :

- transitoire linéaire sur base modale **DYNA_TRAN_MODAL** [U4.53.21] (cf. modélisation B dans [V2,02,126])

2 Exemple de calcul ligne d'arbres avec axe selon X

Dans cette section, nous donnons un exemple concret d'une ligne d'arbres modélisée de deux façons différentes (axes de rotation X d'une part et quelconque d'autre part). Nous nous basons ici sur l'exemple, documenté dans [V6.02.126], d'un modèle simple de rotor. Il est guidé par 2 paliers (respectivement premier et dernier nœud du rotor), et supporte 3 disques (cf. figure ci-dessous).

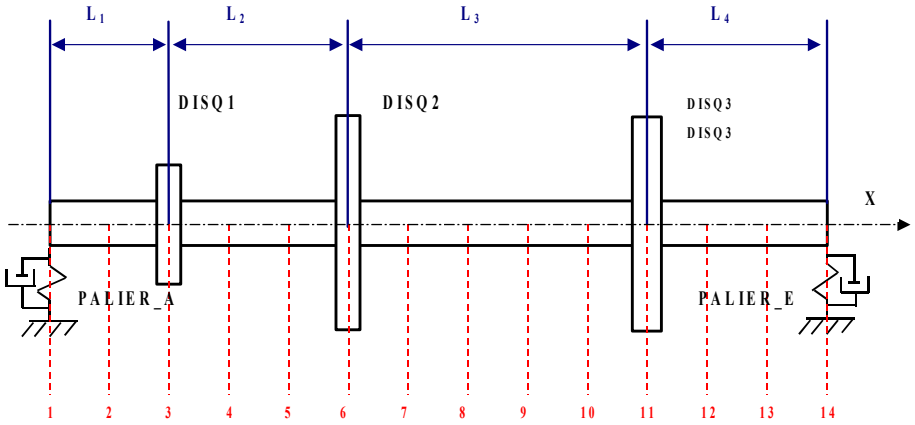


Figure 2-a : Modèle de rotor avec 3 disques et 2 paliers issu de [bib1]

Nous considérons deux modélisations pour ce cas-test. Dans la première, l'axe de rotation est selon X, dans la deuxième, il est selon un axe quelconque défini par ses angles nautiques (α, β, γ). Les étapes de lecture de maillage et d'affectation de modèles et de matériau étant identiques pour les deux modélisations (mise à part le maillage des arbres selon l'axe de rotation souhaité), nous nous focalisons sur l'étape qui les différencie, à savoir l'affectation des caractéristiques élémentaires par la commande **AFFE_CARA_ELEM**.

La mise en donnée des éléments discrets est faite de façon à renseigner les caractéristiques en rigidité et amortissement (pour les paliers) et la masse et inerties (pour les disques) directement dans le repère global (mot-clé `REPERE` , par défaut `REPERE = 'GLOBAL'`).

```
CARELEM=AFFE_CARA_ELEM(MODELE=MODELE,
         POUTRE= _F(GROUP_MA='ROTOR',
                    SECTION='CERCLE',
                    CARA='R',
                    VALE=.05,),
         DISCRET=(_F(CARA='K_TR_D_N',
                     GROUP_MA='PALIER_A',
                     REPERE='GLOBAL',
                     VALE=(0.,5.E7,7.E7,0.,0.,0.,),),
                  _F(CARA='K_TR_D_N',
```


Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

```
                        GROUP_MA='PALIER_E',
                        REPERE='GLOBAL',
                        VALE=(0.,5.E7,7.E7,0.,0.,0.,),),
                     _F(CARA='A_TR_D_N',
                        GROUP_MA='PALIER_A',
                        REPERE='GLOBAL',
                        VALE=(0.,5000.,7000.,0.,0.,0.,),),
                     _F(CARA='A_TR_D_N',
                        GROUP_MA='PALIER_E',
                        REPERE='GLOBAL',
                        VALE=(0.,5000.,7000.,0.,0.,0.,),),
                     _F(CARA='M_TR_D_N',
                        GROUP_MA='DISQ1',
                        REPERE='GLOBAL',
                        VALE=(14.58,0.1232,0.0646,0.0646,0.,0.,0.,0.,0.,0.,),),
                     _F(CARA='M_TR_D_N',
                        GROUP_MA='DISQ2',
                        REPERE='GLOBAL',
                        VALE=(45.94,0.9763,0.4977,0.4977,0.,0.,0.,0.,0.,0.,),),
                     _F(CARA='M_TR_D_N',
                        GROUP_MA='DISQ3',
                        REPERE='GLOBAL',
                        VALE=(55.13,1.1716,0.6023,0.6023,0.,0.,0.,0.,0.,0.,),),
),);
```

3 Exemple de calcul de ligne d'arbres avec axe quelconque

Ci-dessous un exemple de mise en donnée de la même ligne d'arbres orientée selon un axe de rotation quelconque défini par ses angles nautiques[1] (α,β,γ). Le maillage du rotor est construit selon cet axe et l'affectation des caractéristiques élémentaires des éléments de type poutre correspondant se fait directement dans le repère global. Comme par défaut les valeurs des matrices des éléments discrets sont exprimées dans le repère global, on précise explique `REPERE = 'LOCAL'` dans l'affectation et on définit le repère local par rapport au repère global par le mot clé `ORIENTATION` [U4,42,01].

```
CARELEM=AFFE_CARA_ELEM(MODELE=MODELE,
         POUTRE= _F(GROUP_MA='ROTOR',
                        SECTION='CERCLE',
                        CARA='R',
                        VALE=.05,),
         DISCRET=(_F(CARA='K_TR_D_N',
                     GROUP_MA='PALIER_A',
                     REPERE='LOCAL',
                     VALE=(0.,5.E7,7.E7,0.,0.,0.,),),
                  _F(CARA='K_TR_D_N',
                     GROUP_MA='PALIER_E',
                     REPERE='LOCAL',
                     VALE=(0.,5.E7,7.E7,0.,0.,0.,),),
                  _F(CARA='A_TR_D_N',
                     GROUP_MA='PALIER_A',
                     REPERE='LOCAL',
```

1 Ce sont les angles permettant de passer du repère global de définition des coordonnées des nœuds au repère local. Par exemple :

- les angles nautiques permettant le passage de l'axe de rotation X à l'axe de rotation Z sont $(\alpha=0,\beta=-\pi/2,\gamma=0)$;
- les angles nautiques permettant le passage de l'axe de rotation X à l'axe de rotation Y sont $(\alpha=\pi/2,\beta=0,\gamma=0)$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

```
                VALE=(0.,5000.,7000.,0.,0.,0.,),),
             _F(CARA='A_TR_D_N',
                GROUP_MA='PALIER_E',
                REPERE='LOCAL',
                VALE=(0.,5000.,7000.,0.,0.,0.,),),
             _F(CARA='M_TR_D_N',
                GROUP_MA='DISQ1',
                REPERE='LOCAL',
                VALE=(14.58,0.1232,0.0646,0.0646,0.,0.,0.,0.,0.,0.,),),
             _F(CARA='M_TR_D_N',
                GROUP_MA='DISQ2',
                REPERE='LOCAL',
                VALE=(45.94,0.9763,0.4977,0.4977,0.,0.,0.,0.,0.,0.,),),
             _F(CARA='M_TR_D_N',
                GROUP_MA='DISQ3',
                REPERE='LOCAL',
                VALE=(55.13,1.1716,0.6023,0.6023,0.,0.,0.,0.,0.,0.,),),
             ),
ORIENTATION=_F(GROUP_MA=('DISQ1','DISQ2','DISQ3','PALIER_A','PALIER_E'),
               CARA='ANGL_NAUT',
               VALE=(α,β,γ),),);
```


Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Références bibliographiques

- M. LALANNE, G. FERRARIS, " Rotordynamics Prediction in Engineering ", Second Edition, Wiley, 2001.
- ROTORINSA, logiciel éléments finis destiné à prévoir le comportement dynamique de rotors en flexion, LaMCoS UMR5259, INSA-Lyon.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)