Notice de modélisation de l'amortissement mécanique

Résumé

Les analyses dynamiques linéaires et non-linéaires, pour l'étude de la réponse vibratoire avec une excitation en force ou en mouvement imposé ou pour l'analyse modale complexe, nécessitent d'ajouter des caractéristiques d'amortissement mécanique aux caractéristiques de rigidité et de masse.

On dispose de plusieurs modélisations classiques, applicables à tous les types d'éléments finis disponibles. Ces modélisations sont disponibles directement par les opérateurs.

- le modèle d'amortissement visqueux,
- le modèle d'amortissement hystérétique (dit aussi "amortissement structural") pour l'analyse harmonique et le calcul de mode.

Pour des calculs plus fins, il est également possible de modéliser des matériaux possédant un comportement viscoélastique réaliste, dont le comportement est décrit par un jeu de variables internes.

Pour les analyses utilisant une base modale de modes propres réels, il est possible d'introduire des coefficients d'amortissement modaux. Ces coefficients peuvent provenir aussi bien d'essais réalisés sur site que d'un calcul modal prenant en compte n'importe lequel des types d'amortissements proposés.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Table des Matières

1Modèle d'amortissement visqueux....3
1.1Amortissement visqueux proportionnel "global", ou de Rayleigh....3
1.2Amortissement visqueux proportionnel des éléments du modèle....4
1.2.1Caractéristiques d'amortissement....4
1.2.2Calcul des matrices d'amortissement....4
1.2.3Utilisation de la matrice d'amortissement visqueux....5
1.2.4Utilisation de l'amortissement modal visqueux....5
2Modèle d'amortissement hystérétique....6
2.1Amortissement hystérétique "global"....6
2.2Amortissement hystérétique des éléments du modèle....7
2.2.1Caractéristiques d'amortissement....7
2.2.2Calcul des matrices d'amortissement....7
2.2.3Utilisation de la matrice de rigidité complexe....8
3Modèle d'amortissement viscoélastique à variables internes....8

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Modèle d'amortissement visqueux

Le modèle d'amortissement visqueux est le plus couramment utilisé. Il correspond à la modélisation d'une énergie dissipée proportionnelle à la vitesse vibratoire :

$$E_d = \frac{1}{2} v^T C v = \frac{1}{2} u^T C u \qquad \text{éq 1-1}$$

où C est la matrice d'amortissement visqueux, à coefficients réels.

Il conduit aux équations classiques de la dynamique des structures :

$$Mu + Cu + Ku = f(t) \qquad \text{éq 1-2}$$

avec K matrice de rigidité et M matrice de masse.

1.1 Amortissement visqueux proportionnel "global", ou de Rayleigh

Cette modélisation, facile à mettre en œuvre, correspond à une combinaison linéaire des matrices de masse et de raideur :

$$C = \alpha K + \beta M \qquad \text{éq 1.1-1}$$

Elle est disponible actuellement, en utilisant les opérateur DEFI_MATERIAU [U4.43.01 §3.1] et ASSEMBLAGE(OPTION='AMOR_MECA') [U4.61.21]. On peut aussi employer COMB_MATR_ASSE [U4.72.01], après avoir assemblé les matrices de rigidité et de masse à coefficients réels. L'option SANS_CMP='LAGR' doit être utilisée lors de la combinaison des matrices afin de préserver les conditions aux limites du système (imposées par des relations de Lagrange dans la matrice de rigidité).

Cette approche permet la validation d'algorithmes de résolution,
Elle n'est pas réaliste pour les études industrielles, car elle ne permet pas de représenter l'hétérogénéité de la structure par rapport à l'amortissement (dissipation aux appuis ou aux assemblages). De plus l'identification globale des coefficients α et β n'est possible, en analyse modale expérimentale, que pour deux fréquences propres $[f_1, f_2]$ distinctes; elle donne, pour les fréquences propres $\omega \notin [\omega_1, \omega_2]$ avec $\omega = 2\pi f$, une loi d'évolution de l'amortissement réduit de la forme (voir [R5.05.04]) :

$$2\xi = \alpha\ \omega + \frac{\beta}{\omega}$$

Pour les éléments discrets, les paramètres d'amortissement de Rayleigh n'étant pas définissables dans l'opérateur AFFE_CARA_ELEM, si on souhaite tenir compte de la contribution de ces éléments à la matrice d'amortissement globale de Rayleigh, il faut obligatoirement en passer par la méthode d'assemblage de cette matrice avec l'opérateur COMB_MATR_ASSE. Sans procéder ainsi, la matrice d'amortissement globale ne tiendra compte que de la contribution des éléments volumiques, surfaciques ou de type poutre. Si on utilise l'opérateur DYNA_NON_LINE, l'amortissement de Rayleigh ne tient donc pas compte de la contribution des éléments discrets.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1.2 Amortissement visqueux proportionnel des éléments du modèle

1.2.1 Caractéristiques d'amortissement

Il est possible de construire une matrice d'amortissement à partir de chaque élément du modèle, comme pour la rigidité et la masse.

Deux fonctionnalités sont utilisables :

- l'affectation d'éléments discrets, sur des mailles POI1 ou SEG2, par l'opérateur AFFE_CARA_ELEM [U4.42.01]. Celui-ci permet de définir, avec plusieurs modes de description possibles, une matrice d'amortissement pour chaque degré de liberté.
- la définition d'une caractéristique d'amortissement pour tout matériau élastique par l'opérateur DEFI_MATERIAU [U4.43.01] par :

  AMOR_ALPH A = α [R]
  AMOR_BETA = β

  ce matériau étant ensuite affecté aux mailles concernées.

1.2.2 Calcul des matrices d'amortissement

Pour tous les types d'éléments finis (de milieux continus, structuraux ou discrets), il est possible de calculer les matrices élémentaires réelles correspondant à l'option de calcul 'AMOR_MECA', après avoir calculé les matrices élémentaires correspondant aux options de calcul 'RIGI_MECA' et 'MASS_MECA' ou 'MASS_MECA_DIAG'. Chaque matrice élémentaire est alors de la forme :

- quand le matériau i, de caractéristiques d'amortissement visqueux proportionnel (α_i, β_i), est affecté à l'élément elem

$$\mathbf{c}_{\text{elem}} = \alpha_i \, \mathbf{k}_{\text{elem}} + \beta_i \, \mathbf{m}_{\text{elem}}$$

- pour un élément discret

$$\mathbf{c}_{\text{elem}} = \mathbf{a}_{\text{discret}}$$

Cette opération est possible avec :

```
mel  [matr_elem_DEPL_R] = CALC_MATR_ELEM
    (  /  ♦  OPTION:    'AMOR_MECA'
          ♦  MODELE:       mo              [modele]
          ♦  CHAM_MATER:   chmat           [cham_mater]
          ◊  CARA_ELEM:    cara            [cara_elem]
     );
```

L'assemblage de toutes les matrices élémentaires d'amortissement est obtenu avec l'opérateur ASSE_MATRICE habituel [U4.61.22]. On notera que l'on doit utiliser les mêmes numérotations et le même mode de stockage que pour les matrices de rigidité et de masse (opérateur NUME_DDL [U4.61.11]). On peut aussi rappeler que l'usage de la macro-commande ASSEMBLAGE[U4.61.21] permet de rassembler avantageusemen ces étapes.

On remarque que la matrice d'amortissement obtenue peut être non proportionnelle :

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$$C \neq \alpha K + \beta M$$

1.2.3 Utilisation de la matrice d'amortissement visqueux

La matrice C est utilisable pour l'analyse dynamique lnéaire directe (mot-clé MATR_AMOR) avec les opérateurs de réponse dynamique linéaire :

- transitoire **DYNA_VIBRA** [U4.53.03]
- harmonique **DYNA_VIBRA** [U4.53.03]

Elle est indispensable pour l'analyse modale complexe avec l'opérateur de recherche des valeurs propres :

CALC_MODES [U4.52.02]

Pour les analyses en base modale, on doit projeter cette matrice dans le sous-espace défini par un ensemble Φ de modes propres réels. Cette opération est possible avec l'opérateur **PROJ_MATR_BASE** [U4.63.12]. Notons que dans le cas général (C non proportionnelle), la matrice projetée n'est pas diagonale. Elle reste néanmoins utilisable (mot-clé AMOR_GENE) pour le calcul de la réponse dynamique en force ou en mouvement imposé dans l'espace modal, avec l'opérateur de réponse dynamique linéaire :

- transitoire **DYNA_VIBRA** [U4.53.21]

1.2.4 Utilisation de l'amortissement modal visqueux

Pour les analyses en base modale de modes propres réels, l'équation différentielle dynamique en coordonnées généralisées :

$$\ddot{q}_i + 2\ \xi_i\ \omega_i\ \dot{q}_i + \omega_i^2\ q_i = \frac{\Phi_i^T}{\mu_i} f(t) \qquad \text{éq 1.2.4-1}$$

fait apparaître un cœfficient d'amortissement modal ξ_i exprimé comme une fraction de l'amortissement critique et la masse généralisée du mode μ_i , qui dépend du mode de normalisation du mode propre.

Dans le cas d'une matrice d'amortissement C strictement proportionnelle, les cœfficients ξ_i se déduisent des termes diagonaux de la matrice d'amortissement généralisée $\Phi^T C\ \Phi$ par :

$$2\ \xi_i\ \omega_i = \frac{\Phi_i^T C\ \Phi_i}{\Phi_i^T M\ \Phi_i}$$

et, dans le cas de modes propres normés à la masse modale unitaire,

$$2\ \xi_i\ \omega_i = \Phi_i^T C\ \Phi_i$$

On peut utiliser cette relation dans le cas d'une matrice d'amortissement C non proportionnelle, en appliquant l'hypothèse de BASILE, qui est acceptable pour des amortissements faibles (notamment s'il n'y a pas d'amortissement localisé dominant) et des modes propres réels suffisamment découplés.

Les cœfficients d'amortissement modaux peuvent être fournis par commande (mot clé AMOR_REDUIT) à deux opérateurs pour :

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

- l'analyse transitoire dans l'espace modal **DYNA_VIBRA** [U4.53.03]
- l'analyse transitoire dans l'espace physique **DYNA_VIBRA** [U4.53.03]
- l'analyse sismique par spectre d'oscillateur **COMB_SISM_MODAL** [U4.84.01]

Notons qu'il n'existe aucun outil d'extraction automatique de ces coefficients, à partir de la matrice d'amortissement généralisée $\Phi^T C \Phi$, concept produit par l'opérateur **PROJ_MATR_BASE** [U4.63.12].

2 Modèle d'amortissement hystérétique

Le modèle d'amortissement hystérétique est utilisable pour traiter les réponses harmoniques de structures avec des matériaux visco-élastiques. Le cœfficient d'amortissement hystérétique η est déterminé à partir d'un essai sous chargement cyclique harmonique à la pulsation ω pour lequel on obtient une relation contrainte-déformation qui permet de définir :

- l'énergie dissipée par cycle sous la forme :

$$E_d = \int_{cycle} \sigma \, d\varepsilon$$

- le module d'Young complexe E^* à partir de la relation contraintes-déformations :

$\sigma = \sigma_0 e^{j\omega t}$ et $\varepsilon = \varepsilon_0 e^{j(\omega t - \varphi)}$ avec σ_0 et ε_0 les amplitudes, φ la phase

$$E^* = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \left(\frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}\right) e^{j\varphi} = \left(\frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}\right)(\cos\varphi + j \sin\varphi) \text{ où } E^* = E_1 + j E_2 = E_1(1 + j\eta)$$

avec $E_1 = \left(\frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}\right)(\cos\varphi)$ = partie réelle et $E_2 = \left(\frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}\right)(\sin\varphi)$ = partie imaginaire

$\eta = \frac{E_1}{E_2} = \tan\varphi$ = facteur de dissipation

Ceci conduit aux équations de la dynamique des structures :

$$M \ddot{u} + K*(1 + j\eta) u = f(\Omega) \qquad \text{éq 2-1}$$

avec K matrice de rigidité élastique réelle, M matrice de masse et η le coefficient d'amortissement hystérétique. Notons que l'on parle souvent de matrice de rigidité complexe.

Ce modèle est une version simplifiée du modèle visco élastique standard, et présente plusieurs inconvénients :

- Le modèle obtenu ne peut être transposé dans le domaine temporel, puisque ce modèle ne serait pas causal,
- Ce modèle ne présente pas de dépendance de l'amortissement à la fréquence, comme le modèle viscoélastique standard

Il constitue cependant une bonne approximation pour le calcul de réponses harmoniques dans une bande de fréquence raisonnablement étroite, et présente également l'avantage d'être simple à mettre en œuvre.

2.1 Amortissement hystérétique "global"

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Cette modélisation, facile à mettre en œuvre, correspond à :

$$\left(-M\omega^2+j\eta K+K\right)u=f\left(\Omega\right) \qquad \text{éq 2.1-1}$$

Elle est disponible actuellement, en utilisant l'opérateur COMB_MATR_ASSE [U4.72.01], après avoir assemblé la matrice de rigidité à coefficients réels, mais elle est d'une utilité faible :

- validation d'algorithmes de résolution,
- inutile pour les études industrielles, car elle ne permet pas de représenter l'hétérogénéité de la structure par rapport à l'amortissement (dissipation localisée dans des zones particulières de la structure traitées avec des matériaux viscoélastiques).

2.2 Amortissement hystérétique des éléments du modèle

2.2.1 Caractéristiques d'amortissement

Il est possible de construire une matrice de rigidité complexe à partir de chaque élément du modèle, comme pour la rigidité réelle et la masse.

Deux fonctionnalités sont utilisables :

- l'affectation d'éléments discrets, sur des mailles POI1 ou SEG2, par l'opérateur AFFE_CARA_ELEM [U4.42.01]. Celui-ci permet de définir, avec plusieurs modes de description possibles, une **matrice de rigidité réelle** pour chaque degré de liberté **et** un cœfficient d'amortissement hystérétique à appliquer à cette matrice.

```
AMOR_HYST =   éta              [R]
```

- la définition d'une caractéristique d'amortissement pour tout matériau élastique par l'opérateur DEFI_MATERIAU [U4.43.01] par le mot clé :

```
AMOR_HYST =   éta              [R]
```

ce matériau étant ensuite affecté aux mailles concernées.

Dans le cas où certains matériaux ne seraient pas considérés comme affectés par de l'amortissement hystérétique, il est nécessaire de leur affecter un amortissement hystérétique nul.

2.2.2 Calcul des matrices d'amortissement

Pour tous les types d'éléments finis (de milieux continus, structuraux ou discrets), il est possible de calculer les matrices élémentaires complexes correspondant à l'option de calcul 'RIGI_MECA_HYST', après avoir calculé les matrices élémentaires correspondant aux options de calcul 'RIGI_MECA'. Chaque matrice élémentaire est alors de la forme :

- quand le matériau i, de caractéristiques d'amortissement hystérétique η_i, est affecté à l'élément elem

$$k^*_{elem}=k_{elem}(1+j\eta_i)$$

- pour un élément discret défini par une matrice de rigidité $\mathbf{k}_{\text{discret}}$ et un coefficient d'amortissement hystérétique η

$$k^*_{elem}=k_{discret}(1+j\eta_i)$$

Cette opération est possible avec :

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

```
mel  [matr_elem_DEPL_C] = CALC_MATR_ELEM
    (  /  ♦  OPTION:    'RIGI_MECA_HYST'
          ♦  MODELE:       mo                [modele]
          ♦  CHAM_MATER:   chmat             [cham_mater]
          ◊   CARA_ELEM:   cara              [cara_elem]
           ♦   RIGI_MECA:  rigi              [matr_elem_*]
          ♦  CHARGE    :   l_char           [l_char_meca]
     );
```

L'assemblage de la matrice de rigidité complexe $K*$, à partir des matrices élémentaires est obtenu avec l'opérateur ASSE_MATRICE habituel [U4.61.22]. On notera que l'on doit utiliser la même numérotation et le même mode de stockage que pour la matrice de masse (opérateur NUME_DDL [U4.61.11]).
Le chargement utilisé pour le calcul de la matrice de rigidité réelle (OPTION 'RIGI_MECA') doit être renseigné par le mot clé 'CHARGE' pour le calcul de la matrice de rigidité élémentaire complexe.

2.2.3 Utilisation de la matrice de rigidité complexe

La matrice de rigidité complexe $K*$ est utilisable pour l'analyse dynamique linéaire directe (mot-clé MATR_RIGI) avec l'opérateur de réponse dynamique linéaire :

- réponse harmonique **DYNA_VIBRA** [U4.53.03]

Dans le cas où le modèle à prendre en compte pour le calcul harmonique est de taille importante, il peut être intéressant de recourir aux méthodes de réduction de modèles. Une approche efficace pour les modèles fortement dissipatifs est disponible dans la documentation [U2.06.04].

La recherche de valeurs propres ne peut se faire qu'avec certains paramétrages de l'opérateur de recherche de valeurs propres :

CALC_MODES [U4.52.02]

La documentation de référence [R5.01.02] précise les types de problèmes qu'on peut traiter et les paramétrages possibles.

Cette recherche conduit à des modes propres complexes, qui ne pourront donc pas être utilisés pour des calculs dans le domaine temporel.

Néanmoins, dans les cas où l'amortissement introduit reste faible, il est possible de calculer les modes réels associés au modèle non dissipatif associé, et de leur attribuer les taux d'amortissements calculés par le calcul de modes complexes pour construire un modèle réduit sur base modale. Ce système peut ensuite être utilisé pour réaliser un calcul transitoire :

- analyse transitoire dans l'espace modal **DYNA_VIBRA** [U4.53.03]

3 Modèle d'amortissement viscoélastique à variables internes

Le modèle d'amortissement viscoélastique à variable interne est utilisable pour traiter les réponses harmoniques et transitoires de structures avec des matériaux viscoélastiques. Ce modèle repose sur l'existence d'une loi de comportement permettant de déterminer l'état de contrainte en fonction de l'historique des déformations :

$$\sigma = E_\infty \varepsilon(t) - \int_0^t E_v(t-\tau) \frac{\partial \varepsilon(\tau)}{\partial \xi} d\tau$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

où E_∞ représente le module d'Young haute fréquence, et E_v le module de relaxation. Ce module peut être représenté dans le domaine temporel par une série de Prony

$$E_v(t)=E_r+\sum_{k=1}^{N} E_k \exp(-t/\tau_k) ,$$

ou par une somme de fractions rationnelles du premier ordre dans le domaine fréquentiel.

$$E_v(s)=E_r+\sum_{k=1}^{N} \frac{\omega_k E_k}{s+\omega_k} .$$

Pour prendre en compte ces lois de comportement, on introduit des variables internes qui permettent de construire un modèle linéaire équivalent d'ordre deux, compatible avec *Code_Aster*. Ces variables font le lien entre les degrés de libertés physiques impactés par la présence d'un matériau viscoélastique et les grandeurs définissant le comportement. Ainsi, on introduit autant de vecteurs q_{vk} que de paramètres interne. Ces variables sont gouvernées par les équations d'évolution temporelles

$$\tau_k \dot{q}_{vk}+q_{vk}-q=0$$

soit, en fréquentiel

$$s\, q_{vk}+\omega_k(q_{vk}-q)=0$$

On peut illustrer les relations décrivant ce comportement en considérant un système masse « ressort » pour lequel le ressort possède un comportement qui peut être représenté par N variables internes :

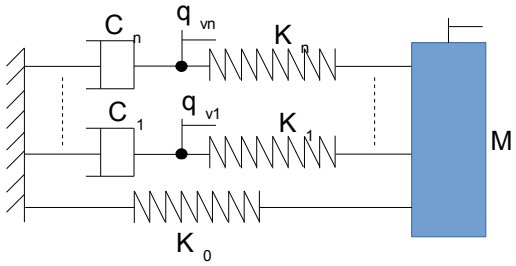


Figure 1: Représentation d'un système « 1 DDL » à états internes

Les équations d'équilibre pour ce système s'écrivent

$$\begin{cases} M\ddot{q}+K_0 q+\sum_{k=1}^{N} K_k(q-q_{vk})=0 \\ C_k \dot{q}_{vk}+K_k(q_{vk}-q)=0 \qquad \forall k\in[1,N] \end{cases}$$

Le système dynamique pour cet oscillateur peut donc se mettre sous la forme classique d'un modèle d'ordre 2

$$\begin{bmatrix} M & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & 0 & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q} \\ q_{v1} \\ q_{vk} \\ q_{vN} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & C_1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & C_k & 0 \\ 0 & \dots & 0 & C_N \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q} \\ q_{v1} \\ q_{vk} \\ q_{vN} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_0+\sum_{k=1}^{N} K_k & -K_1 & -K_k & -K_N \\ -K_1 & K_1 & 0 & 0 \\ -K_k & 0 & K_k & 0 \\ -K_N & 0 & 0 & K_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q \\ q_{v1} \\ q_{vk} \\ q_{vN} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

En l'état, *Code_Aster* ne permet pas de prendre en compte de telles lois de comportement pour les analyses dynamiques linéaires. La solution adoptée pour résoudre ce problème consiste à construire une base de réduction adaptée pour le problème.

Cette base de réduction est construite autour de modes propres et des réponses statiques de la structure aux efforts viscoélastiques engendrés par les modes. Dans ces conditions, on a

$$[T]=\begin{bmatrix} \Phi_l & \Phi_e & T_p \\ \Phi_{lv1} & 0 & T_{v1} \\ \Phi_{lvk} & 0 & T_{kv} \\ \Phi_{lvN} & 0 & T_{vN} \end{bmatrix}$$

Les sous matrices T sont construites à partir du problème statique

$$\begin{bmatrix} K_0+\sum_{k=1}^{N} K_k & -K_1 & -K_k & -K_N \\ -K_1 & K_1 & 0 & 0 \\ -K_k & 0 & K_k & 0 \\ -K_N & 0 & 0 & K_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T_p \\ T_{v1} \\ T_{vk} \\ T_{vN} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ F_{v1} \\ F_{vk} \\ F_{vN} \end{Bmatrix}$$

avec le chargement défini par

$$\begin{Bmatrix} 0 \\ F_{v1} \\ F_{vk} \\ F_{vN} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & C_1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & C_k & 0 \\ 0 & \dots & 0 & C_N \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\Phi} \\ \dot{\Phi}_{v1} \\ \dot{\Phi}_{vk} \\ \dot{\Phi}_{vN} \end{Bmatrix}$$

On peut alors résoudre le problème projeté sur la base T, problème qui prend en compte le comportement viscoélastique global défini pour les matériaux.

Les détails pour la mise en œuvre de ces techniques dans *Code_Aster* sont détaillés dans la documentation sur la construction des modèles réduits pour la dynamique U2.06.04.

Cette approche est pour l'instant réservée aux utilisateurs expérimentés, puisque la réduction de modèle en présence d'états internes peut conduire à des comportements singuliers. D'autre part, la méthode proposée pour la réduction n'est pas nécessairement suffisante, et il faut parfois enrichir la base ainsi construire pour construire un modèle raisonnable.

La recherche de valeurs propres ne peut se faire qu'avec certains paramétrages de l'opérateur de recherche de valeurs propres :

CALC_MODES [U4.52.02]

La documentation de référence [R5.01.02] précise les types de problèmes qu'on peut traiter et les paramétrages possibles.
Cependant, pour le calcul des modes propres du modèle réduit, il est recommandé d'utiliser le solveur plein (`METHODE= 'QZ'`) en recherchant toutes les valeurs propres (`OPTION='TOUT'`), puisque sinon, il n'est pas possible d'accéder aux valeurs propres réelles, représentant la relaxation, qui sont des composantes importantes du comportement de ce type de matériaux.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)