Analyse simplifiée de nocivité de défaut par la méthode K-bêta

Résumé :

La méthode d'analyse présentée (méthode K-bêta) est appliquée à l'analyse de nocivité d'un défaut situé sous le revêtement des cuves des réacteurs à eau pressurisée, mise en œuvre par la commande POST_K_BETA.

La méthode K-bêta de référence est codifiée dans le RSE-M et a pour but d'évaluer, à partir d'une étude réalisée dans le cadre de l'élasticité linéaire et dans laquelle le défaut n'est pas explicitement maillé, le facteur d'intensité des contraintes élasto-plastique (également qualifié de « corrigé plastiquement » dans le contexte de la présente méthodologie) au niveau de chacune des différentes pointes du défaut, c'est-à-dire au niveau de la pointe du défaut située du côté du revêtement (nommée pointe A) et au niveau de la pointe du défaut situé dans le métal de base (nommée pointe B).

Pour ce faire, on calcule dans un premier temps le facteur d'intensité de contraintes élastique aux deux pointes du défaut, à l'aide des contraintes aux nœuds issues de la résolution mécanique et des contraintes résiduelles données par l'utilisateur. Puis, dans un second temps, on calcule le facteur d'intensité des contraintes corrigé plastiquement à partir de son équivalent élastique via la méthode dite de la «correction β ». A chaque instant de l'analyse et au niveau de chacune des pointes du défaut, le rapport obtenu de la ténacité critique sur le facteur d'intensité de contraintes corrigé plastiquement détermine le facteur de marge instantané et permet alors d'en déduire le facteur de marge minimum vis-à-vis de la rupture.

Les aspects théoriques de la méthode K-bêta et de sa mise en œuvre informatique font les objets des paragraphes suivants.

Cette méthode correspond à l'approche Rupt1D dans la nomenclature du projet EDF Epicure.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Table des matières

Table des Matières

1 Description générale de la méthode....3
1.1 Principe des calculs réalisés....3
1.2 Cadre de validité de la méthode....3
1.3 Traitement géométrique du décalage pour le défaut elliptique....4
2 Etape n°1 : calcul du facteur d'intensité des contraintes élastique du défaut elliptique....6
2.1 Facteur d'intensité des contraintes élastique d'un défaut bande dans une plaque infinie....6
2.2 Changement de repère....7
2.3 Détermination numérique du facteur d'intensité des contraintes élastique du défaut bande....10
2.4 Facteurs de correction géométrique pour un défaut sous revêtement elliptique....11
2.4.1 Correction par les facteurs de bord....11
2.4.2 Correction par les facteurs d'ellipticité....12
2.4.3 Facteurs d'intensité de contraintes élastiques d'un DSR elliptique....12
3 Etape n°1 : calcul du facteur d'intensité des contraintes élastique du défaut semi-elliptique....13
3.1 Définition du défaut....13
3.2 Calcul du facteur d'intensité de contraintes élastique....13
3.3 Détermination des coefficients d'influence....14
3.4 Changement de repère....14
4 Etape n°2 : calcul du facteur d'intensité des contraintes élasto-plastique par la méthode de la « correction β » 14
4.1 Facteur de correction plastique sur une phase de charge considérée isolément....14
4.2 Correction plastique au cours d'un transitoire....15
5 Validation....16
6 Références bibliographiques....17
7 Description des versions du document....17

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Description générale de la méthode

1.1 Principe des calculs réalisés

Que le défaut considéré soit de forme elliptique ou semi-elliptique, le principe général de la méthode reste exactement le même au niveau de chacune des pointes du défaut considérée.

Dans une première étape, à partir d'une part du dépouillement des contraintes issues de l'analyse numérique en élasticité linéaire sur le maillage sain (sans défaut maillé) et d'autre part, des contraintes résiduelles fournies par l'utilisateur, le facteur d'intensité des contraintes élastique est calculé en se basant sur une formule analytique. C'est essentiellement au niveau de cette première étape que se situe la différence de traitement entre le défaut elliptique et le défaut semi-elliptique dans la mesure où la formule analytique sur laquelle se base le dépouillement diffère selon que le défaut soit elliptique ou qu'il soit semi-elliptique. En effet, dans le premier cas, cette formule analytique correspond à celle pour un défaut bande dans un milieu infini moyennant quelques modifications appropriées pour qu'elle s'applique au cas d'un défaut elliptique. En revanche, dans le second cas, cette formule analytique correspond à la méthode des coefficients d'influence qui est codifiée dans le RSE-M.

Dans une seconde étape, l'application de la méthode dite de la « correction- β » sur le facteur d'intensité des contraintes élastique permet de déduire le facteur d'intensité des contraintes élasto-plastique (également qualifié par conséquent de « corrigé plastiquement »). Ainsi, au cours de cette seconde étape, la méthodologie de détermination du facteur d'intensité des contraintes corrigé plastiquement à partir du facteur d'intensité des contraintes élastique reste identique entre le cas du défaut elliptique et le cas du défaut elliptique.

1.2 Cadre de validité de la méthode K_β

La méthode proposée s'applique à un défaut sous revêtement situé en partie courante d'un réservoir en acier ferritique revêtu en paroi interne par de l'acier inoxydable austénitique soumis soit :

- à un transitoire thermique appliqué en surface interne éventuellement combiné à un chargement de pression limité
- à une chargement de pression seule.

La méthode dite de la correction « correction-β » est non seulement valide pour un défaut sous revêtement dont la pointe située du côté du revêtement se trouve strictement à l'interface entre le revêtement et le métal de base mais la méthode reste également valide lorsque cette dernière pointe se trouve légèrement décalée dans le revêtement ou dans le métal de base.

En notant $pdef$ la profondeur du défaut dans le sens radial et ep_{rev} (respectivement ep_{mdb}) l'épaisseur du revêtement (respectivement l'épaisseur du métal de base), le RSE-M précise les conditions suivantes de validité de la méthode:

- $\frac{|deca|}{ep_{rev}} \leq 0,2$ et $\frac{pdef}{ep_{rev}} \leq 3$ et $\frac{pdef}{(ep_{rev}+ep_{mdb})} \leq \frac{1}{10}$

L'ensemble de ces paramètres est illustré sur la figure 1.2-a

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

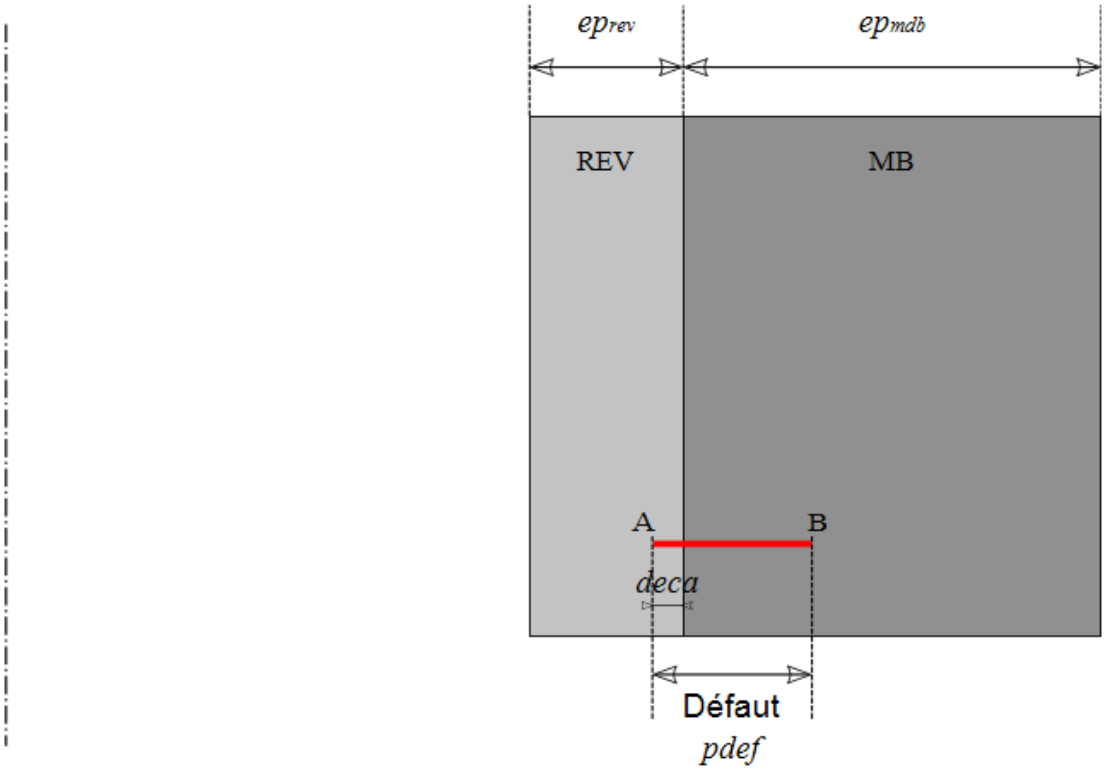


Figure 1.2-a: Schéma du défaut sous-revêtement

Pour le cas du défaut elliptique, les trois positions suivantes par rapport à l'interface entre le revêtement et le métal de base sont ainsi envisageables :

- léger décalage du défaut dans le revêtement (décalage compté négativement, $deca<0$)
- défaut situé rigoureusement sous le revêtement (décalage nul, $deca=0$)
- léger décalage du défaut dans le métal de base (décalage compté positivement, $deca>0$)

En revanche, pour le cas du défaut semi-elliptique, par nature, seul le cas du défaut situé rigoureusement sous le revêtement (décalage nul, $deca=0$) est considéré.

1.3 Traitement géométrique du décalage pour le défaut elliptique

Le traitement du décalage du défaut elliptique diffère selon que ce décalage soit dans le revêtement ou dans le métal de base. En effet, dans le cas d'un décalage dans le revêtement, le décalage correspond en réalité à un prolongement du défaut d'une distance $|deca|$ dans le revêtement tandis que dans le cas d'un décalage dans le métal de base, ce décalage correspond effectivement à une translation du défaut d'une distance $|deca|$ dans le métal de base.

Ainsi, dans le premier cas ($deca<0$), la profondeur effective du défaut dans le sens radial n'est pas $pdef$ mais $pdef+|deca|$. La pointe B se situe dans le métal de base à une distance $pdef$ de l'interface entre le revêtement et le métal de base. La pointe A se situe dans le revêtement à une distance $|deca|$ de l'interface entre le revêtement et le métal de base. Ce premier cas est illustré dans la Figure 1.3-a .

En revanche, dans le second cas ($deca>0$), la profondeur effective du défaut dans le sens radial est bien $pdef$. La pointe B se situe dans le métal de base à une distance $pdef+deca$ de l'interface entre le revêtement et le métal de base. La pointe A se situe dans le métal de base à une

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

distance $deca$ de l'interface entre le revêtement et le métal de base . Ce second cas est illustré dans la Figure 1.3-b .

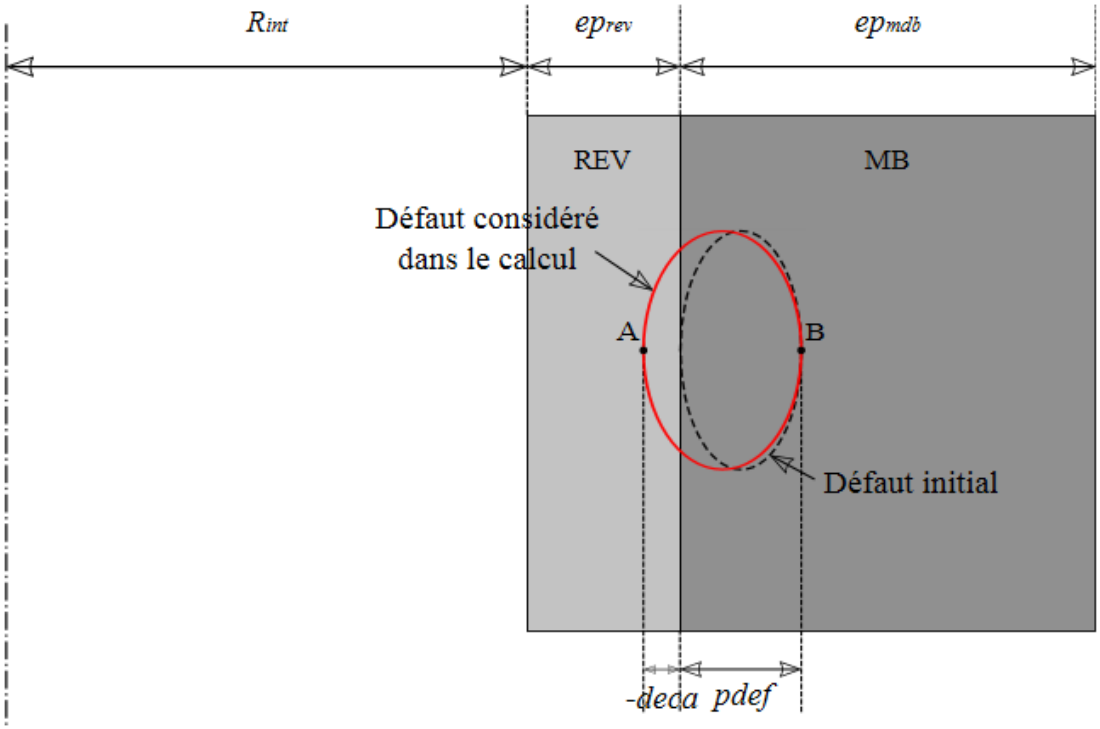


Figure 1.3-a : Défaut elliptique décalé dans le revêtement

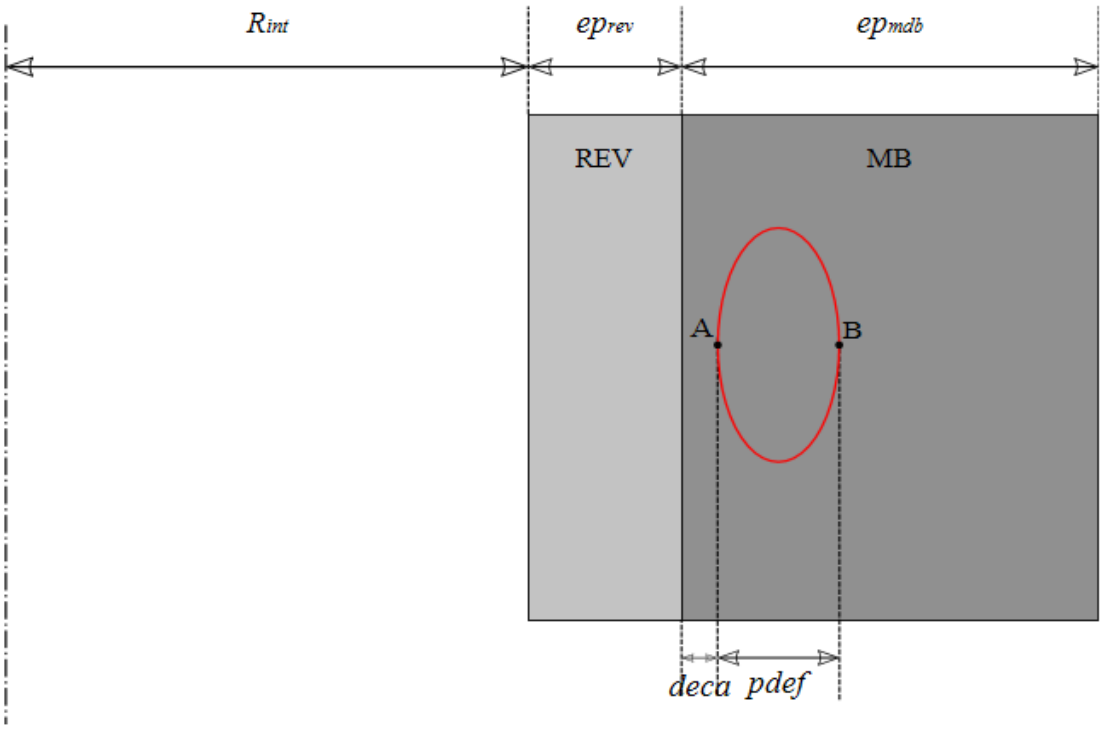


Figure 1.3-b : Défaut elliptique décalé dans le métal de base

A noter que, par défaut, c'est la valeur $deca = -2.10^{-4}$ qui est choisie dans POST_K_BETA pour le défaut elliptique. Autrement dit, par défaut dans POST_K_BETA, le défaut elliptique est considéré comme très légèrement décalé dans le revêtement.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Etape n°1 : calcul du facteur d'intensité des contraintes élastique du défaut elliptique

L'évaluation du facteur d'intensité des contraintes élastique aux niveaux des pointes du défaut elliptique s'effectue en plusieurs étapes dont le principe même est une conséquence naturelle du type de problème physique qui a été étudié pour obtenir la formule associée à cette évaluation. En effet, elle repose à l'origine sur l'étude d'un défaut bande dans une plaque de dimensions infinies qui a conduit à l'établissement d'une formule analytique permettant de déterminer le facteur d'intensité des contraintes d'un défaut bande dans une plaque de dimensions infinies, noté $K_{IA\infty}$ pour le front côté revêtement et noté $K_{IB\infty}$ pour le front côté métal de base, à partir du dépouillement, le long de la profondeur radiale de ce défaut bande, des contraintes normales à son plan auxquelles sont éventuellement ajoutées les contraintes résiduelles fournies par l'utilisateur. Ces facteurs d'intensité des contraintes élastiques du défaut bande sont par la suite corrigés pour tenir compte d'une part des dimensions finies du milieu et d'autre part, de la forme elliptique du défaut.

2.1 Facteur d'intensité des contraintes élastique d'un défaut bande dans une plaque infinie

Le facteur d'intensité des contraintes **élastique** au niveau de la pointe d'un défaut **bande** situé dans une plaque de **dimensions infinies** est donné par la relation suivante :

$$K\beta 01 \ : \begin{cases} K_{IA\infty} = \int_{-a}^{+a} \frac{\sigma(x)}{\sqrt{\pi a}} \sqrt{\frac{a-x}{a+x}}\, dx \\ K_{IB\infty} = \int_{-a}^{+a} \frac{\sigma(x)}{\sqrt{\pi a}} \sqrt{\frac{a+x}{a-x}}\, dx \end{cases}$$

où x représente la distance algébrique par rapport au centre du défaut dans le sens de sa profondeur radiale, où $2a$ est la largeur de bande (profondeur radiale du défaut) et où A et B en sont les deux extrémités situées respectivement en $-a$ et $+a$. La contrainte $\sigma(x)$ est la contrainte (contrainte élastique ajoutée de la contrainte résiduelle) normale au plan de la fissure, c'est-à-dire la contrainte d'ouverture du défaut.

A noter que la nécessité d'effectuer une distinction entre le front du défaut côté revêtement et celui côté métal de base provient du fait que le chargement peut ne pas être symétrique par rapport à l'axe de symétrie du défaut bande dans le sens de sa hauteur. On peut d'ailleurs remarquer que dans le cas où les contraintes seraient symétriques par rapport à l'axe médian du défaut bande dans le sens de sa hauteur, c'est-à-dire si $\sigma(x)=\sigma(-x)$, le changement de variable x en $-x$ dans l'expression de $K_{IB\infty}$ montre que le deux facteurs d'intensité des contraintes sont alors bien égaux.

Les configurations "défaut d'orientation circonférentielle" et "défaut d'orientation longitudinale" sont définies par les deux croquis ci-après.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

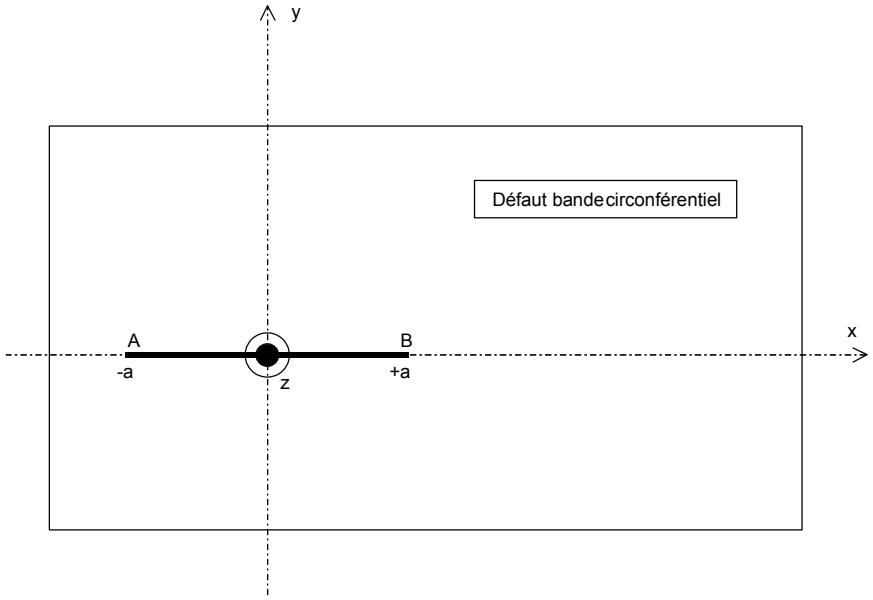


Figure 2.1-a : Défaut bande circonférentiel

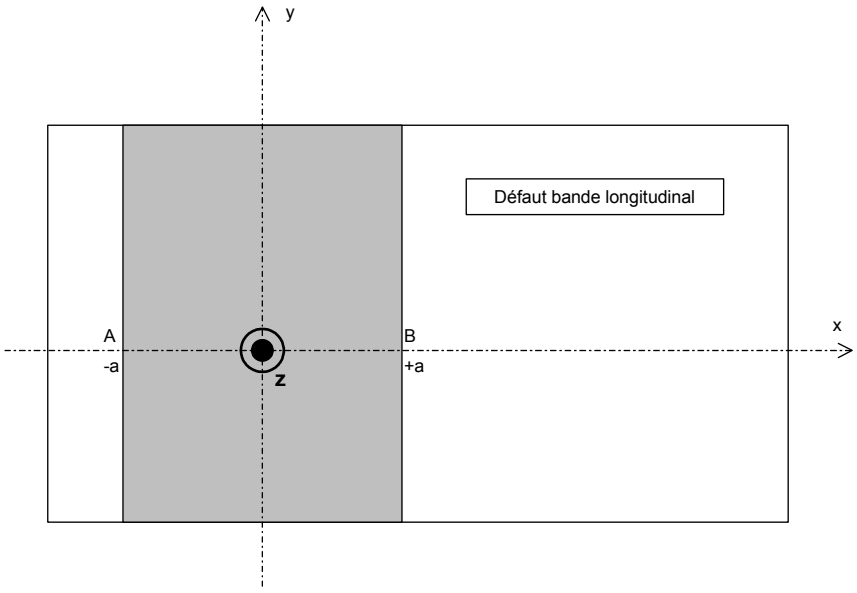


Figure 2.1-b : Défaut bande longitudinal

Pour le défaut bande d'orientation circonférentielle , on prend $\sigma(x)=\sigma_{yy}(x)$

Pour le défaut bande d'orientation longitudinale, on prend $\sigma(x)=\sigma_{zz}(x)$

2.2 Changement de repère

Dans l'étude élastique linéaire, le repérage considéré pour la cuve est la base cartésienne globale. Or, en vue de l'identification de la contrainte normale au plan de fissure, compte tenu de la géométrie cylindrique de la cuve et des deux types d'orientation de défaut étudiés, il est pratique et adapté de pouvoir se placer dans la base cylindrique centrée sur le milieu du défaut.

Ainsi, un changement de repère est effectué dans POST_K_BETA avant l'application de la formule analytique décrite dans le §2.1.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1) Changement de base

- **Cas 1 :** passage de la base cartésienne locale (dans le plan de coupe du modèle axisymétrique) à la base cylindrique

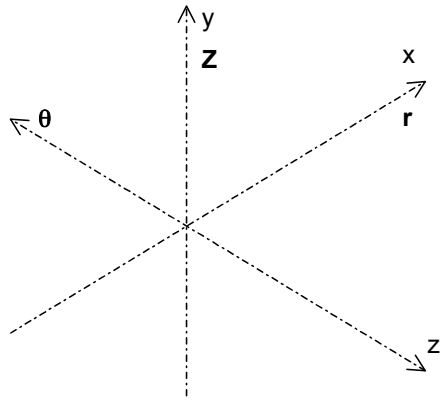


Figure 2.2-a : Base cylindrique

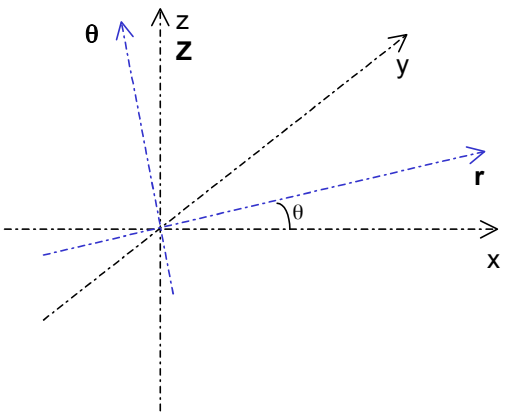
On a : $e_x = e_r \quad e_y = e_Z \quad e_z = -e_\theta$

Le changement de base pour le tenseur des contraintes s'écrit :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{rr} & \sigma_{r\theta} & \sigma_{rZ} \\ \sigma_{r\theta} & \sigma_{\theta\theta} & \sigma_{\theta Z} \\ \sigma_{rZ} & \sigma_{\theta Z} & \sigma_{ZZ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

On obtient finalement : $\begin{cases} \sigma_{rr} = \sigma_{xx} \\ \sigma_{\theta\theta} = \sigma_{zz} \\ \sigma_{ZZ} = \sigma_{yy} \end{cases}$ et $\begin{cases} \sigma_{r\theta} = -\sigma_{xz} \\ \sigma_{rZ} = \sigma_{xy} \\ \sigma_{\theta Z} = -\sigma_{yz} \end{cases}$

- **Cas 2 :** passage de la base cartésienne globale (modèle 3D) à la base cylindrique (en supposant que les axes z et Z sont colinéaires)



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Figure 2.2-a : Base cylindrique

On a : $\begin{cases} e_r = \cos\theta\, e_X + \sin\theta\, e_Y \\ e_\theta = -\sin\theta\, e_X + \cos\theta\, e_Y \\ e_Z = e_Z \end{cases}$ d'où $\begin{cases} e_X = \cos\theta\, e_r - \sin\theta\, e_\theta \\ e_Y = \sin\theta\, e_r + \cos\theta\, e_\theta \\ e_Z = e_Z \end{cases}$

Le changement de base pour le tenseur des contraintes s'écrit :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{rr} & \sigma_{r\theta} & \sigma_{rZ} \\ \sigma_{r\theta} & \sigma_{\theta\theta} & \sigma_{\theta Z} \\ \sigma_{rZ} & \sigma_{\theta Z} & \sigma_{ZZ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{XX} & \sigma_{XY} & \sigma_{XZ} \\ \sigma_{XY} & \sigma_{YY} & \sigma_{YZ} \\ \sigma_{XZ} & \sigma_{YZ} & \sigma_{ZZ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

On obtient finalement :

$$\begin{cases} \sigma_{rr} = \cos^2\theta\,\sigma_{XX} + 2\sin\theta\cos\theta\,\sigma_{XY} + \sin^2\theta\,\sigma_{YY} \\ \sigma_{r\theta} = -\sin\theta\cos\theta\,\sigma_{XX} + \left(\cos^2\theta - \sin^2\theta\right)\sigma_{XY} + \sin\theta\cos\theta\,\sigma_{YY} \\ \sigma_{rZ} = \cos\theta\,\sigma_{XZ} + \sin\theta\,\sigma_{YZ} \\ \sigma_{\theta\theta} = \sin^2\theta\,\sigma_{XX} - 2\sin\theta\cos\theta\,\sigma_{XY} + \cos^2\theta\,\sigma_{YY} \\ \sigma_{\theta Z} = -\sin\theta\,\sigma_{XZ} + \cos\theta\,\sigma_{YZ} \\ \sigma_{ZZ} = \sigma_{ZZ} \end{cases}$$

- **Synthèse :** composantes utilisées pour le calcul des facteurs d'intensité de contraintes

  Défaut circonférentiel : σ_{zz} dans la base cylindrique soit

  σ_{yy} avec un modèle axisymétrique

  σ_{zz} avec un modèle 3D

  Défaut longitudinal : $\sigma_{\theta\theta}$ dans la base cylindrique soit

  σ_{zz} avec un modèle axisymétrique

  $\sin^2\theta\ \sigma_{xx} - 2\ \sin\theta\ \cos\theta\ \sigma_{xy} + \cos^2\theta\ \sigma_{yy}$ avec un modèle 3D

2) Translation de l'origine

L'origine du repère doit être translatée radialement pour coïncider avec le point milieu de la bande :

$r \Leftrightarrow r - r_0$ avec $r_0 = (R_{\text{int}} + ep_{rev} + deca) + a$

Avec : $\boldsymbol{R_{\text{int}}}$: rayon interne de la cuve

$\boldsymbol{ep_{rev}}$: épaisseur du revêtement

deca : pénétration du défaut dans le revêtement

a : demi longueur du défaut considéré pour le calcul

Toutes ces grandeurs sont schématisées sur les Figures 1.2-a et 2.1-a

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2.3 Détermination numérique du facteur d'intensité des contraintes élastique du défaut bande

Les intégrales donnant $K_{IA\infty}$ et $K_{IB\infty}$ sont calculées par morceaux : la décomposition provient d'une subdivision de l'intervalle $[-a;+a]$ en N sous-intervalles élémentaires sur lesquels la contrainte utile $\sigma(x)$ est linéarisée :

$$\sigma(x)=\alpha_i x+\beta_i \text{ pour } x\in I_i=[a_i;a_{i+1}]$$

La réunion des N sous-intervalles I_i pour $1\leq i\leq N$ reconstitue la bande $[-a;+a]$.
Les contributions du sous-intervalle $I_i=[a_i;a_{i+1}]$ au calcul des FIC sont données par :

$$K\beta 02 : \begin{cases} K^i_{IA\infty}=\int_{a_i}^{a_{i+1}} \frac{\alpha_i x+\beta_i}{\sqrt{pia}}\sqrt{\frac{a-x}{a+x}}dx \\ K^i_{IB\infty}=\int_{a_i}^{a_{i+1}} \frac{\alpha_i x+\beta_i}{\sqrt{pia}}\sqrt{\frac{a+x}{a-x}}dx \end{cases}$$

Ces intégrales peuvent être calculées analytiquement. On obtient finalement les relations $K\beta 03-a$:

$$\begin{cases} K_{IA\infty}=\sqrt{\frac{a}{\pi}}\times\sum_{i=1}^{N}\left[\alpha_i\left(-\frac{a}{2}Arc\sin\left(\frac{x}{a}\right)+\left(\frac{x}{2}-a\right)\sqrt{1-\left(\frac{x}{a}\right)^2}\right)+\beta_i\left(Arc\sin\left(\frac{x}{a}\right)+\sqrt{1-\left(\frac{x}{a}\right)^2}\right)\right]_{a_i}^{a_{i+1}} \\ K_{IB\infty}=\sqrt{\frac{a}{\pi}}\times\sum_{i=1}^{N}\left[\alpha_i\left(\frac{a}{2}Arc\sin\left(\frac{x}{a}\right)-\left(\frac{x}{2}+a\right)\sqrt{1-\left(\frac{x}{a}\right)^2}\right)+\beta_i\left(Arc\sin\left(\frac{x}{a}\right)-\sqrt{1-\left(\frac{x}{a}\right)^2}\right)\right]_{a_i}^{a_{i+1}} \end{cases}$$

N.B. Il existe des formules équivalentes aux relations ci-dessus, établies après les changements de variables.

$$\begin{cases} \gamma_i=Arc\sin\left(\frac{a_i}{a}\right) \\ \gamma_{i+1}=Arc\sin\left(\frac{a_{i+1}}{a}\right) \end{cases}$$

Les FIC sont alors donnés par les nouvelles expressions $K\beta 03-b$:

$$\begin{cases} K_{IA\infty}=\sqrt{\frac{a}{\pi}}\times\sum_{i=1}^{N}\left[\left(\beta_i-\frac{a\alpha_i}{2}\right)(\gamma_{i+1}-\gamma_i)+(\beta_i-a\alpha_i)(\cos\gamma_{i+1}-\cos\gamma_i)+\frac{a\alpha_i}{4}(\sin 2\gamma_{i+1}-\sin 2\gamma_i)\right] \\ K_{IB\infty}=\sqrt{\frac{a}{\pi}}\times\sum_{i=1}^{N}\left[\left(\beta_i+\frac{a\alpha_i}{2}\right)(\gamma_{i+1}-\gamma_i)-(\beta_i+a\alpha_i)(\cos\gamma_{i+1}-\cos\gamma_i)-\frac{a\alpha_i}{4}(\sin 2\gamma_{i+1}-\sin 2\gamma_i)\right] \end{cases}$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Remarque :

En pratique, le calcul de $K_{IA\infty}$ et $K_{IB\infty}$ s'effectue sur le segment d'appui du défaut postulé. Sur ce segment, les pointes A (côté revêtement) et B (côté métal de base ou joint soudé) de la fissure ne coïncident pas nécessairement avec des nœuds du maillage.
Une première étape consiste donc à positionner A et B sur le chemin d'appui radial partant de la peau externe et se terminant en peau externe. Ce positionnement tient compte du décalage du défaut par rapport à la localisation de référence d'un DSR, et aussi de la profondeur du défaut.
Un translation de l'origine est ensuite effectuée, la nouvelle origine étant située au milieu du segment $[A, B]$ (cf. paragraphe précédent concernant le changement de repère).
Les N sous-intervalles sur lesquels est décomposé le calcul des FIC sont définis par la succession $[A, NO_1], [NO_1, NO_2], \ldots, [NO_{N-2}, NO_{N-1}], [NO_{N-1}, B]$. Les nœuds du maillage en déterminent les bornes. Les interpolations linéaires de la contrainte utile $\sigma(x)$ sont donc réalisées sur ces sous-intervalles ; pour le premier et le dernier, on utilise respectivement les interpolations sur $[NO_0, NO_1]$ et $[NO_{N-1}, NO_N]$, qui ne serviront donc au calcul des FIC que sur une partie de leur domaine de définition (NO_0 est le prédécesseur immédiat de A sur le chemin radial, NO_N est le successeur immédiat de B).
Les formules $K\beta 03-a$ ou $K\beta 03-b$ sont ensuite appliquées pour le calcul de $K_{IA\infty}$ et $K_{IB\infty}$.
*Il est important de noter que ce calcul utilise **les contraintes aux nœuds du maillage** , à partir desquelles les interpolations linéaires par morceaux sont déterminées.*

2.4 Facteurs de correction géométrique pour un défaut sous revêtement elliptique

Les facteurs d'intensité des contraintes élastique $K_{IA\infty}$ et $K_{IB\infty}$ déterminés précédemment concernent un défaut bande dans une plaque de dimensions infinies. Le défaut postulé étant en revanche un Défaut Sous Revêtement de forme elliptique, il est nécessaire de corriger $K_{IA\infty}$ et $K_{IB\infty}$ pour tenir compte d'une part des dimensions finies du milieu et d'autre part, de la forme elliptique du défaut. Ainsi, les facteurs d'intensité de contraintes élastiques du défaut elliptique sont obtenus par application de deux corrections géométriques successives sur $K_{IA\infty}$ et $K_{IB\infty}$.

Certaines conventions sont fixées pour la définition de la géométrie du DSR considéré pour le calcul :

- la profondeur $2a$ d'un DSR longitudinal ou circonférentiel correspond à sa dimension radiale, soit suivant la direction portée par e_r.
- la longueur $2b$ d'un DSR longitudinal correspond à sa dimension axiale, soit suivant la direction portée par e_z.

La présence de DSR d'orientation longitudinale est le plus souvent postulée dans le métal de base. La Figure 1.3-a et la Figure 1.3-b représentent donc précisément cette configuration de défaut.

- La longueur $2b$ d'un DSR circonférentiel correspond à sa dimension orthoradiale, soit suivant la direction portée par e_θ.

La présence de DSR d'orientation circonférentielle est le plus souvent postulée dans le joint soudé. Par rapport à la Figure 1.3-a et la Figure 1.3-b, cette configuration de défaut serait obtenue en effectuant une rotation de $90°$ du front de fissure autour du petit axe de l'ellipse.

2.4.1 Correction par les facteurs de bord

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Cette première correction tient compte du fait que le défaut est situé dans un milieu non infini. La localisation du DSR définie par la Figure 1.3-a et la Figure 1.3-b implique des corrections en pointes de fissure côté revêtement et côté métal de base.

On définit préalablement la variable d'espace réduite :

$$z=\frac{a}{\left(a+\left(ep_{rev}+\delta\right)\right)}$$

où :

- ep_{rev} est l'épaisseur du revêtement
- δ vaut :
  - $|deca|$ dans le cas du décalage négatif ce qui correspond a la pénétration du DSR dans le revêtement (voir Figure 1.3-a)
  - 0 dans le cas du décalage positif.

Pointe A côté revêtement : formule $K\beta 04$

$$F_{bA}=0,998742+0,142801\ z-1,133379\ z^2+5,491256\ z^3-8,981896\ z^4+5,765252\ z^5$$

Pointe B côté métal de base (ou joint soudé) : formules $K\beta 05$

$$F_{bB}=\begin{cases}1-0,012328\ z+0,395205\ z^2-0,527964\ z^3+0,432714\ z^4 & \text{si}\quad 0\le z\le 0,92\\ -414,20286+1336,75998\ z-1436,11970\ z^2+515,14949\ z^3 & \text{si}\quad 0,92<z\le 1\end{cases}$$

2.4.2 Correction par les facteurs d'ellipticité

Cette seconde correction tient compte du fait que le défaut présente une forme elliptique. Elle doit être appliquée aux estimations déterminées pour un défaut bande.

Deux cas sont distingués, suivant la prépondérance de l'une ou l'autre des deux dimensions de la forme elliptique.

Premier cas : $a\le b$ Profondeur radiale du défaut $\le$ Longueur du défaut

$K\beta 06$:
$$f_A=f_B=\frac{1}{\sqrt{1+1,464\left(\frac{a}{b}\right)^{1,65}}}$$

Second cas : $b\le a$ Longueur du défaut $\le$ Profondeur radiale du défaut

$K\beta 07$:
$$f_A=f_B=\frac{b}{a}\times\frac{1}{\sqrt{1+1,464\left(\frac{b}{a}\right)^{1,65}}}$$

2.4.3 Facteurs d'intensité de contraintes élastiques d'un DSR elliptique

Les facteurs d'intensité de contraintes d'un Défaut Sous Revêtement elliptique, obtenus par correction des FIC d'un défaut bande dans une plaque de dimensions infinies, sont donnés par les relations :

Pointe A côté revêtement :

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$K\beta 08-a$: $K_{IA}=f_A\times F_{bA}\times K_{IA\infty}$

Pointe B côté métal de base (ou joint soudé) :

$K\beta 08-b$: $K_{IB}=f_B\times F_{bB}\times K_{IB\infty}$

3 Etape n°1 : calcul du facteur d'intensité des contraintes élastique du défaut semi-elliptique

3.1 Définition du défaut

Le défaut sous revêtement de forme semi-elliptique est caractérisé par sa profondeur radiale (demi-axe de l'ellipse), notée a, et par sa largeur, notée $2b$. Contrairement au cas du défaut elliptique où un léger décalage du défaut dans le revêtement ou dans le métal de base est envisageable, seul le cas d'un décalage rigoureusement nul est envisagé pour le défaut semi-elliptique. L'ensemble des caractéristiques du défaut est illustré sur la figure 3.1-a.

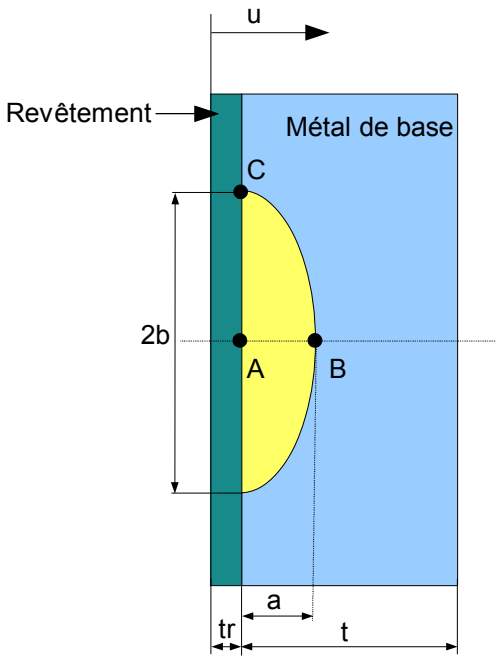


Figure 3.1-a : Défaut semi-elliptique

3.2 Calcul du facteur d'intensité de contraintes élastique

Le facteur d'intensité de contrainte élastique est calculé à partir de la formule suivante :

$$K_I=\sqrt{(\pi a)}\left[\sum_{j=0}^{4}\sigma_j i_j\left(\frac{a+t_r}{t+t_r}\right)^j\right]$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Les valeurs i_0, i_1, i_2, i_3, i_4 sont données dans le RSE-M au paragraphe VII.5.3.2. Par homogénéité avec les notations du RSE-M, on note cette fois $t_r = ep_{rev}$ et $t = ep_{mdb}$.

Les contraintes élastiques $\sigma_0, \ldots, \sigma_4$ utilisées pour le calcul sont les coefficients de la représentation polynomiale de la contrainte nominale normale au plan du défaut, calculée le long du segment d'appui dans le métal de base sans défaut en fonction de la variable u valant 0 au niveau de la paroi externe du revêtement, et $t + t_r$ au niveau de la paroi opposée :

$$\sigma\left(\frac{u}{L}\right) = \sum_{j=0}^{4} \sigma_j \left(\frac{u}{t + t_r}\right)^j$$

Les valeurs des contraintes $\sigma_0, \ldots, \sigma_4$ sont obtenues par un calcul élastique aux éléments finis sans défaut soumise au chargement appliqué.

3.3 Détermination des coefficients d'influence

Les valeurs des coefficients d'influence i_0, i_1, i_2, i_3, i_4 pour les trois points du défaut A , B et C sont donnés dans les tableaux VII.5.3.2a et b (RSE-M) dans le cas où le revêtement et la plaque ont le même module d'Young.

Le tableau VII.5.3.2c (RSE-M) fournit les valeurs de ces coefficients d'influence aux points A et C dans le cas où le module d'Young du revêtement E_r vaut $0,7\,E$ où E est le module d'Young du métal de base.

Si les paramètres géométriques du défaut diffèrent de ceux pour lesquels sont établis les tableaux, les valeurs des coefficients d'influence sont i_0, i_1, i_2, i_3, i_4 déterminés avec une interpolation «barycentrique » sur les variables $x = \frac{a}{b}$, $y = \frac{a}{t_r}$ et $z = \frac{E_r}{E}$.

3.4 Changement de repère

Similairement au cas du défaut elliptique, comme l'étude élastique linéaire est réalisée dans le repère global cartésien de la cuve, un changement de repère vers la base cylindrique est effectué avant d'appliquer la formule de détermination du facteur d'intensité des contraintes élastique afin de pouvoir dépouiller de manière plus adaptée la contrainte normale au plan du défaut. Ce changement de repère est identique à celui décrit au §2.2 .

4 Etape n°2 : calcul du facteur d'intensité des contraintes élasto-plastique par la méthode de la « correction β »

4.1 Facteur de correction plastique sur une phase de charge considérée isolément

L'expression du facteur d'intensité des contraintes présentée dans le §2 (respectivement au §3) correspond à celle d'un défaut sous revêtement elliptique (respectivement semi-elliptique) en faisant l'hypothèse d'un comportement élastique linéaire du revêtement et du métal de base .

La méthode dite de la "correction β" est spécifique aux défauts sous revêtement qu'ils soient collés à l'interface ou bien légèrement décalés dans le revêtement ou dans le métal de base et s'applique uniquement dans le cadre d'une phase de charge croissante considérée isolément.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Elle consiste à appliquer un facteur correctif, noté β_A pour la pointe côté revêtement (respectivement β_B pour la pointe côté métal de base), au facteur d'intensité des contraintes élastique K_{IA} (respectivement K_{IB}) pour tenir compte de l'influence sur le défaut du phénomène de plastification se produisant au niveau de la pointe côté revêtement et de la pointe côté métal de base.

Ce facteur de correction plastique a pour expression :

- pour un défaut d'orientation longitudinale :

$$K\beta 09 \ : \begin{cases} \beta_A = 1 + 0{,}165 \times \ln(prof_{déf}) \times \tanh\left(\dfrac{36\, r_{yA}}{ep_{rev}}\right) \\ \beta_B = 1 + 0{,}465 \times (1 + prof_{déf}/100) \times \tanh\left(\dfrac{36\, r_{yA}}{ep_{rev}}\right) \end{cases} \quad \text{où} \quad r_{yA} = \frac{1}{6\pi}\left(\frac{K_{IA}}{\sigma_{yA}}\right)^2$$

- pour un défaut d'orientation circonférentielle :

$$K\beta 09 \ : \begin{cases} \beta_A = 1 + 0.5 \times \tanh\left(\dfrac{36\, r_{yA}}{ep_{rev}}\right) \\ \beta_B = 1 + 0.5 \times \tanh\left(\dfrac{36\, r_{yA}}{ep_{rev}}\right) \end{cases} \quad \text{où} \quad r_{yA} = \frac{1}{6\pi}\left(\frac{K_{IA}}{\sigma_{yA}}\right)^2$$

où l'unité des dimensions est le millimètre, ep_{rev} est l'épaisseur du revêtement, σ_{yA} est la limite élastique du revêtement prise à la température de la pointe A .

Le facteur d'intensité des contraintes corrigé plastiquement en pointe côté revêtement (respectivement en pointe côté métal de base), noté $K_{\beta A}$ (respectivement $K_{\beta B}$), s'écrit alors :

$$K\beta 10 \ : \begin{cases} K_{\beta A} = \beta_A \times K_{IA} \\ K_{\beta B} = \beta_B \times K_{IB} \end{cases}$$

Il est important de noter que les formules ci-dessus pour les coefficients β_A et β_B ne sont pas strictement identiques à celles du RSE-M. En effet, à la lecture du RSE-M, on constate une différence sur le coefficient intervenant devant la tangente hyperbolique avec la présente "correction β".

4.2 Correction plastique au cours d'un transitoire

Au cours d'un transitoire, la cuve passe généralement par une succession de phases de charge croissante et de phases de décharge. Par conséquent, un transitoire sort du cadre d'application théorique de la méthode dite de la "correction β" exposée dans le §4.1. Toutefois, la notion de correction plastique a été étendue au cas d'un transitoire réel en retenant à un instant donné la correction plastique maximale obtenue sur toutes les phases de charge croissante précédentes. Le principe de cette extension est le même que l'on considère la pointe côté revêtement ou la pointe côté métal de base. Par souci de simplicité, il est choisit donc d'omettre la mention de la pointe considérée dans les notations utilisées dans la suite de cette section.

Plus précisément, à chaque nouvelle phase de charge croissante, on réévalue une correction plastique, notée ΔK , comme suit :

$$K\beta 11 : \Delta K = K_\beta - K_I = (\beta - 1) \times K_I$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

où K_{I} représente le facteur d'intensité des contraintes élastique déterminé au §2 (respectivement au §3) pour un défaut sous revêtement elliptique (respectivement semi-elliptique) et β représente le facteur de correction plastique décrit au §4.1. Si cette nouvelle correction plastique est supérieure à la correction plastique maximale $\Delta K_{\max}$ obtenue jusqu'alors, $\Delta K_{\max}$ est mise à jour. La correction plastique finalement appliquée, notée K_{cp} , s'écrit :

$$\boldsymbol{K\beta 12}: K_{\mathrm{CP}}=K_I+\Delta K_{\max}$$

Dans le cas d'une phase de décharge, la correction plastique appliquée consiste à ajouter le $\Delta K_{\max}$ obtenu sur toutes les phases de charge croissante précédentes au facteur d'intensité des contraintes élastique KI . En effet, l'absence de plastification en phase de décharge entraîne le fait que la correction plastique corresponde alors au résidu plastifié des phases de charge précédentes.

Algorithmique

On initialise $K_{max}=0$

On initialise $K_{\mathrm{I_last}}$ à une valeur arbitraire élevée

- au premier instant on sera en phase de décharge par comparaison à $K_{\mathrm{I_last}}$
- pas de plastification au premier instant

Boucle sur les instants de l'histoire du chargement

Si $K_I(t_n)\leq K_{\mathrm{I_last}}$ alors (phase de décharge)

$$K_{\mathrm{CP}}(t_n)=K_I(t_n)+\Delta K_{\max}$$

Sinon (phase de charge)

Si $\beta(t_n)\times K_I(t_n)>K_I(t_n)+\Delta K_{\max}$ alors

$$K_{\mathrm{CP}}(t_n)=\beta(t_n)\times K_I(t_n)$$
$$\Delta K_{\max}=K_{\mathrm{CP}}(t_n)-K_I(t_n)$$

Sinon

$$K_{\mathrm{CP}}(t_n)=K_I(t_n)+\Delta K_{\max}$$

Fin Si

Fin Si

$$K_{\mathrm{I_last}}=K_I(t_n)$$

Fin Boucle

La même algorithmique décrite ci-dessus est mise en œuvre pour les corrections plastiques des facteurs d'intensité des contraintes aux deux pointes A et B de la fissure au fur et à mesure de l'histoire du chargement.

5 Validation

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

La commande POST_K_BETA est validée par les tests EPICU01, EPICU02 et EPICU03, par comparaison au résultat de CUVE1D :

- EPICU01 valide la cas d'un défaut elliptique longitudinal avec pointe A dans le revêtement en AXIS et en 3D ;
- EPICU02 valide la cas d'un défaut elliptique longitudinal avec pointe A dans le métal de base en AXIS ;
- EPICU03 valide la cas d'un défaut semi-elliptique longitudinal puis circonférentiel en AXIS

6 Références bibliographiques

1 «CUVE1D Version 2 - Note de validation » H-T26-2007-00833-FR

2 «CUVE1D Version 2 - Note de référence» H-T26-2007-00803-FR.

3 «Méthodes analytiques de calcul des facteurs d'intensité de contrainte et de l'intégrale J » RSE-M -Edition 2010

4 [U4.82.07] Opérateur POST_K_BETA

5 [V7.14.100] EPICU01 - Validation de la commande POST_K_BETA

6 [V7.14.102] EPICU02 - Validation de la commande POST_K_BETA dans le cas d'un défaut elliptique avec un décalage positif

7 [V7.14.103] EPICU03 - Validation de la commande POST_K_BETA dans le cas d'un défaut semi-elliptique

7 Description des versions du document

Version Aster	Auteur(s) Organisme(s)	Description des modifications
6	*A. DAHL, S. BUGAT, R. FERNANDES (EDF-R&D/MMC,* R&D/AMA)	Texte initial
7.4	*A. DAHL, S. BUGAT, R. FERNANDES (EDF-R&D/MMC, R&D/AMA)*	
11.2	*C. DURAND (R&D/AMA)*	Ajout du paragraphe de références bibliographiques.
12.1	*A. PARROT*	Ajout du paragraphe Calcul des facteurs d'intensité de contraintes par la méthode des coefficients d'influence

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)