Modèle de Beremin

Résumé

On rappelle tout d'abord les fondements des modèles d'approche locale de la rupture permettant de modéliser la rupture fragile.
On décrit comment, avec le modèle de Beremin, la probabilité de rupture d'une structure est calculée à partir de la connaissance des champs mécaniques la sollicitant. En se plaçant dans le cas général d'un trajet de chargement thermomécanique non monotone et en supposant que certains paramètres des modèles ne dépendent pas de la température, on établit l'expression générale des probabilités de rupture cumulées. Le modèle de Beremin permet également d'inclure la prise en compte d'une correction de déformation plastique.
Enfin, des indications concernant l'implémentation du modèle de Beremin dans code_aster sont résumées.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Table des Matières

1 Introduction....3
1.1 Contexte industriel....3
1.2 Intérêt de l'approche locale....3
2 La rupture fragile....5
2.1 Mécanismes....5
2.2 Aspect statistique de la rupture fragile....6
3 Description du modèle de Beremin....7
3.1 Fondements....7
3.1.1 Hypothèses générales....7
3.2 Probabilité de rupture cumulée de la structure....8
3.3 Probabilité de rupture cumulée des sites....8
3.3.1 Cas où la contrainte critique de clivage est indépendante de la température....8
3.3.2 Cas où la contrainte critique de clivage est dépendante de la température....9
3.4 Correction de déformation plastique....10
4 Implantation dans code_ aster....11
4.1 Calcul de la probabilité de rupture....11
4.2 Paramètres du matériau....11
5 Approches alternatives....13
6 Bibliographie....14

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Introduction

L'intégrité des structures des centrales nucléaires pour tous les modes de chargement, normaux ou accidentels, doit être constamment assurée. En particulier, pour les structures les plus importantes comme la cuve ou le circuit primaire, on cherche à évaluer la résistance mécanique dès la conception vis-à-vis de la rupture fragile et ductile.
Du point de vue du maintien en service, on cherche également à justifier la résistance mécanique des structures en présence d'une fissure lorsque des défauts ont été détectés lors d'une inspection. Cette approche permet d'établir un calendrier de réparation ou de remplacement des composants. Par ailleurs, certains composants ne sont pas contrôlables, auquel cas il faut procéder à une démonstration de la tenue mécanique en présence d'hypothétiques défauts.
Dans ce cadre, la mécanique de la rupture fournit les outils nécessaires à l'analyse des composants fissurés. Son objectif est de caractériser le dommage (fissure, endommagement) afin de modéliser chaque type de rupture pour pouvoir établir des critères de rupture permettant de juger des marges de chargement en conditions de fonctionnement normales ou accidentelles [1].
D'un point de vue physique, on considère à une structure métallique sollicitée thermomécaniquement. On ne s'intéresse, dans ce document, qu'à la rupture fragile d'une structure, c'est-à-dire quand le matériau rompt brutalement par clivage.
On utilise le modèle de Beremin qui s'appuie sur la connaissance des champs mécaniques dans les zones les plus sollicitées pour obtenir un critère local de rupture représentatif des mécanismes physiques mis en jeu (instabilité des microfissures de clivage).

1.1 Contexte industriel

D'un point de vue ingénieur, la résistance d'un matériau à la propagation d'une fissure est mesurée à l'aide de la ténacité. En fonction de la température et de la vitesse de déformation, certains aciers (notamment les aciers ferritiques de cuve REP ou acier au carbone-manganèse pour la tuyauterie secondaire) présentent des caractéristiques, soit fragile soit ductile. Aux basses températures, ces aciers rompent de manière fragile par clivage en présentant parfois une décohésion intergranulaire, tandis qu'aux plus hautes températures, la déchirure ductile apparaît. La transition entre ces deux mécanismes est caractérisée par la température de transition fragile/ductile. Les mesures de résilience permettent d'établir des critères, telle que la température de transition, pour définir le domaine d'utilisation du matériau [2].
Dans le cas des aciers ferritiques de cuve REP dans les conditions normales d'exploitation, le matériau est sollicité dans le domaine ductile. Cependant au cours de son exploitation sous l'effet de l'irradiation neutronique la cuve va « vieillir » et risque de se fragiliser. De plus des conditions accidentelles très exceptionnelles telles que le choc thermique froid (Pressurized Thermal Shock, PTS) sous pression en cas de perte de réfrigérant primaire (APRP) pourraient provoquer une sollicitation du composant dans le domaine de transition ductile-fragile. C'est pourquoi il est important de déterminer le degré de fragilisation du matériau à l'aide de la courbe de transition ductile-fragile et de connaître précisément la ténacité du matériau dans le domaine de transition afin de prévenir tous les risques de rupture brutale [3].
En ce qui concerne les tuyauteries du circuit secondaire, les aciers au C-Mn qui sont utilisés dans les différents circuits de secours (ASG, Alimentation de Secours des Générateurs de vapeur, par exemple), sont sensibles au vieillissement sous déformation (statique) qui induit un décalage de leur transition ductile-fragile vers les hautes températures [4]. Afin de prévoir la rupture fragile de ces composants en présence de vieillissement statique, plusieurs études antérieures ont été menées permettant de modéliser le comportement mécanique du matériau en tenant compte du vieillissement sous déformation [5, 6, 7].
Ces travaux ont déjà montré que la probabilité de rupture par clivage peut être correctement décrite dans le palier fragile par une approche locale de la rupture telle que proposée par Beremin.

1.2 Intérêt de l'approche locale

Pour justifier la tenue mécanique des composants de centrales nucléaires, l'approche globale est souvent utilisée. L'approche globale vise à décrire les conditions de chargement d'un composant fissuré conduisant à la rupture à l'aide d'un seul paramètre qui dépend de la géométrie et du chargement. Le paramètre le plus couramment employé dans le domaine de la rupture par clivage (cas élastique linéaire) est le facteur d'intensité des contraintes en mode I, K_I. La ruine de la structure sera obtenue lorsque ce paramètre atteindra d'une valeur critique, la ténacité K_{Ic}. L'analyse de sûreté compare le facteur d'intensité des

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

contraintes avec des valeurs minimales de la ténacité de l'acier qui sont établies par de nombreux essais mécaniques et rassemblées sous la forme d'une courbe de référence RCC-M annexe Z.G. Pendant toute la durée de fonctionnement de la cuve, il est vérifié que les propriétés de ténacité, déduites de l'exploitation du programme de surveillance, sont supérieures à celles fournies par la courbe de référence, indexée sur une température de transition conventionnelle RT_{NDT} (Reference Temperature for Nil Ductility Transition) [3].
L'approche globale est bien validée et acceptée par l'Autorité de Sûreté, mais elle reste simple et conservative. Elle peut donc être trop enveloppe dans certains cas particuliers comme par exemple dans le cas « d'effet petit défaut », « d'effet de triaxialité », «d'effet de préchargement à chaud», ou dans le cas de chargement non proportionnel. C'est pourquoi en support des dossiers de justification de la tenue mécanique, on peut utiliser une approche locale plus fine qui permet d'établir un lien entre la ténacité d'un matériau et la contrainte à rupture locale pour un matériau macroscopiquement homogène.
Une raison supplémentaire d'utiliser la méthode de l'approche locale type Beremin s'explique par les valeurs de ténacité qui présentent une forte dispersion dans le domaine de la transition ductile-fragile. En introduisant un modèle statistique, cette approche permet d'expliquer et de quantifier la dispersion inhérente à ces essais, via la connaissance de paramètres métallurgiques locaux [2].

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 La rupture fragile

2.1 Mécanismes

La rupture fragile est un mode de rupture brutale. Elle est généralement associée au phénomène de clivage. Le clivage est la décohésion complète d'un cristal selon l'un de ses plans cristallographiques. La contrainte locale théorique nécessaire à cette séparation du réseau cristallin K_{Ic} est très élevée, et s'exprime en fonction de la distance inter-réticulaire et de l'énergie de surface :

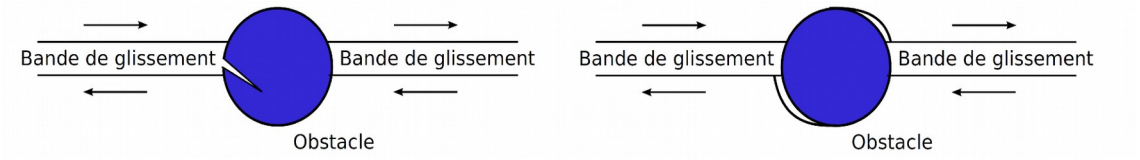
$$\sigma_c = \sqrt{\frac{E\gamma_s}{d_{hkl}}} \quad (1)$$

où E est le module Young, γ_s est l'énergie qui correspond à la création de nouvelles surfaces et d_{hkl} est la distance inter-réticulaire.
Toutefois, la contrainte théorique de séparation des plans atomiques n'est jamais globalement atteinte, mais elle peut le devenir localement grâce à des structures jouant un rôle d'amplificateurs de contraintes. Dans le cas des aciers, ce sont les nombreux défauts qui jouent ce rôle, qu'ils soient dûs à la plasticité en pointe de fissure (dislocations) ou à la composition de l'acier (inclusions, fissures) [8].
La rupture des aciers par clivage distingue généralement trois phases successives : (1) la germination, (2) la propagation et (3) le franchissement des barrières micro-structurales (joints des grains, joints des paquets bainitiques). La germination correspond au développement d'une microfissure à l'intérieur du métal sain ; il est généralement admis que cette étape nécessite une assez faible déformation plastique préalable, qui engendre un empilement de dislocations et une singularité des contraintes, et l'atteinte d'une contrainte limite de rupture σ_c (seuil critique). Le phénomène de germination d'une micro-fissure peut être expliqué par les divers mécanismes de la plasticité (Zener-Stroh, Cottrell, Smith, maclage) répertoriés dans [9].
Une fois le stade de la germination passé, une fissure peut se propager sous une contrainte normale décroissante à condition de satisfaire un critère énergétique de type Griffith [10] :

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{EW}{r}} \quad (2)$$

avec W qui représente l'énergie de rupture, et r le rayon d'une fissure de forme circulaire.
On obtient une propagation des fissures de clivage instable, de vitesse élevée qui peut parfois être freinée par un mécanisme de relaxation par glissement des dislocations (émoussement du clivage par émission de dislocations) [11].
Pour pouvoir se propager dans un polycristal sans être arrêtée par émoussement, la fissure doit franchir certaines barrières micro-structurales (joints de grains, interphases …) pour conduire à la ruine de la structure. Au niveau microscopique l'entité microstructurale qui contrôle la rupture n'est pas unique et dépend fortement du type de matériau.
Les trois étapes contribuent toutes à la description de la rupture fragile. Cependant, en fonction de la température d'essais et de la géométrie de l'éprouvette (entaillée ou fissurée), l'une de ces étapes est prépondérante et contrôle le déclenchement de la rupture fragile. Par conséquent, dans le cadre d'une prise en compte des mécanismes de clivage dans un modèle de rupture, seule une de ces trois étapes est utilisée pour définir un critère de rupture [12].
Dans le cas des aciers faiblement alliés à très basse température ($T<-160\,°C$) la rupture est contrôlée par la phase d'amorçage, i.e. la germination des micro-fissures. A température plus élevée ($T>-160\,°C$) la rupture est contrôlée par la phase de propagation des micro-fissures amorcées sur des particules fragiles de seconde phase (carbures, sulfures de manganèse, nitrures de titane) [13, 14]. L'amplification des contraintes résulte des incompatibilités de déformations entre ces particules et la matrice. Cette amplification des contraintes en tête d'empilement des dislocations peut provoquer : la rupture de la particule fragile de seconde phase (figure 1(a)) ou dans le cas d'une interface particule/matrice faible, la décohésion de l'interface (figure 1(b)).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)



(a) **(b)**

Figure 1: (a) amorçage d'une micro-fissure sur une particule fragile de seconde phase, (b) la décohésion de l'interface [2]

Les études sur les aciers ferritiques des cuves (16MND5) montrent qu'aux basses températures (températures négatives), c'est bien l'étape de propagation des micro-défauts (créés lors de la phase d'amorçage) dans la matrice ferritique environnante qui constitue l'étape critique pour propager le clivage [15, 16, 17]. Par contre l'origine du clivage ne peut pas être attribuée uniquement à un seul élément microstructural (une espèce chimique). L'influence de la microstructure des aciers des cuves est complexe puisqu'elle peut faire intervenir de nombreux paramètres dont la variation induit plusieurs conséquences [8]. Parmi ces paramètres on pense notamment à la taille de grains, aux tailles d'inclusions et à la distribution de tailles de défauts. On peut donc conclure qu'il existe un aspect statistique en termes de population de défauts conduisant à la rupture fragile.
Pour plus de détails sur l'influence de la microstructure sur la rupture fragile dans les aciers faiblement alliés de type 16MND5 on pourra se référer aux travaux [2, 3, 4].

2.2 Aspect statistique de la rupture fragile

Le clivage est un mode de rupture de nature probabiliste car la contrainte de clivage dépend de la distribution de taille des défauts et les champs mécaniques locaux dépendent de la microstructure locale. La rupture s'amorce sur le défaut pour lequel la contrainte critique est atteinte en premier. Cependant, Ritchie, Knott et Rice [18] (modèle RKR) postulent que la rupture n'intervient que si la contrainte critique en pointe de fissure est atteinte sur une distance caractéristique qui représente environ la taille de deux grains. Ainsi la rupture par clivage est conditionnée par une distance caractéristique et une taille de défaut critique. Le modèle de RKR représente la première tentative pour relier la résistance à la rupture fragile, exprimée par la ténacité, à un critère local de rupture basé sur les mécanismes de germination [8]. Ce modèle a ouvert la voie vers les modèles probabilistes.
Par la suite, les travaux de Curry et Knott [19] ont démontré que la distance caractéristique du modèle RKR ne doit pas être corrélée à la taille des grains mais à la distribution des carbures ainsi qu'à leurs tailles. Ainsi pour une taille de grain fixée, à une température d'essai donnée, la ténacité du matériau augmente quand la distance inter-particule diminue. Ces travaux ont permis l'introduction de la notion de statistique dans les modèles de rupture fragile [2]. Cependant, dans les deux modèles l'effet d'échelle et la dispersion des mesures expérimentales associée au mode de rupture fragile ne sont pas prise en compte.
Afin de décrire l'effet d'échelle et la dispersion des mesures de ténacité, des modèles statistiques ont été développés à partir des années 1980. Parmi ces modèles, les plus couramment utilisés sont ceux de Beremin [20] et de Wallin [21]. Ces modèles reposent sur la théorie du maillon le plus faible et une statistique de Weibull [22, 23].
Le modèle de Beremin a une forte reconnaissance au plan international. L'approche de Beremin bénéficie d'un retour d'expérience important du fait à la fois de sa maturité et du nombre de chercheurs et d'ingénieurs qui l'ont testée et modifiée. Le modèle permet de prendre en compte de nombreux effets (petit défaut, triaxialité, pré-chargement à chaud) dans des situations de chargement complexes. De nombreuses applications ont été considérées aussi bien sur éprouvettes que sur structures.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Description du modèle de Beremin

Dans cette section, les fondements du modèle de Beremin sont tout d'abord rappelés. Les hypothèses liées à la définition des sites potentiels de clivage sont explicitées. Le mécanisme considéré comme critique est la propagation d'une fissure de clivage dans le grain adjacent, elle-même considérée comme amorcée par les mécanismes de la plasticité. La probabilité de rupture de ces sites qui conduit à la probabilité de rupture de la structure s'en déduit. La formulation classique du modèle de Beremin est étendue à des chargements plus généraux en incluant une variante de correction plastique souvent utilisée dans ce modèle [24].
Le modèle de Beremin s'appuie sur la connaissance des champs mécaniques locaux sollicitant la structure considérée. On considère une structure soumise à une histoire de sollicitations thermomécaniques à partir de l'instant $t=0$ fixé arbitrairement. On cherche à déterminer la probabilité de rupture cumulée de cette structure à tout instant.
Par hypothèse, cette structure est constituée (au moins en partie) d'un acier, susceptible de rompre par clivage à basse température, présentant une loi de comportement élastoviscoplastique et dont l'une des variables internes correspond à la déformation plastique équivalente cumulée : un exemple de liste de lois compatibles est fournie au paragraphe § 4.

3.1 Fondements

3.1.1 Hypothèses générales

Le modèle considère un volume élémentaire représentatif Ω du matériau et repose sur plusieurs hypothèses fondamentales récapitulées dans [25] :

1. On suppose que l'amorçage de microfissures sur les sites d'endommagement ne peut se faire que lorsque la **plasticité est active** (le taux de déformation plastique cumulée $\dot{p}(u)$ à l'instant u doit être positif $\dot{p}(u)>0$) et leur nombre n'augmente plus au cours de l'histoire des sollicitations.

Nota :

Soulignons que cette condition de plasticité active qui sera celle considérée dans toute la suite du document est différente de la condition classiquement adoptée ($p>0$). Ces deux conditions sont équivalentes dans le cas d'un trajet de chargement monotone.
Pour des trajets de chargement plus généraux, cette condition de plasticité active $\dot{p}>0$ conduit en revanche à de biens meilleurs résultats [26].

2. On note que seule **la contrainte principale maximale** σ_I intervient dans la propagation du défaut, les défauts étant alors considérés comme orientés perpendiculairement à la direction principale.

3. La propagation de micro-fissures est contrôlée par un **critère de type Griffith** .

4. La rupture va s'initier à partir des **défauts les plus importants** en termes de taille, seule la connaissance de la distribution de ces derniers est nécessaire.

5. La structure sollicitée peut être considérée comme la juxtaposition de plusieurs éléments de volume V_0 parfaitement **indépendants** du point de vue de la rupture. V_0 doit être le plus petit possible pour vérifier l'indépendance statistique, mais assez grand pour que la probabilité d'y retrouver un défaut de taille suffisante soit raisonnable (en pratique V_0 inclut quelques grains).

6. **La théorie du maillon le plus faible** est utilisée d'après laquelle la rupture d'un des volumes élémentaires δV entraîne la rupture de l'ensemble de la structure.

7. On postule une forme de distribution des défauts g pour les contraintes positives $g(\sigma)=\alpha' \sigma^{m-1}$ et $g(\sigma)=0 \text{ si } \sigma<0$. Pour chacun de ces sites, on note $g(\sigma)d\sigma$ la probabilité d'avoir une contrainte critique de clivage comprise dans $[\sigma;\sigma+d\sigma]$. La probabilité que l'un des sites d'endommagement possède une contrainte de clivage inférieure à une contrainte appliquée σ_{Ic} est donc :

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$$\int_0^{\sigma_{Ic}} g(u)\,du \tag{3}$$

3.2 Probabilité de rupture cumulée de la structure

On suppose ici connaître la probabilité de rupture cumulée (fonction de répartition) de chaque site d'endommagement de volume V_0, notée $p_r(\text{site})$ et considérée comme identique pour tous les sites. La probabilité de survie vaut, elle, $1-p_r(\text{site})$. On peut alors écrire la probabilité de rupture cumulée d'un volume élémentaire δV dont la dimension caractéristique est inférieure aux fluctuations macroscopiques des champs mécaniques ($\delta V > V_0$) et dont le champ de contrainte est supposé homogène :

$$1-p_r(\delta V)=\prod_{\text{site}\in\delta V}(1-p_r(\text{site})) \tag{4}$$

Soit :

$$p_r(\delta V)=1-\left(1-p_r(\text{site})\right)^{\frac{\delta V}{V_0}} \tag{5}$$

La probabilité de survie de la structure (volume Ω) à la fin du chargement est égale au produit des probabilités de survie de chacun des volumes élémentaires δV (indépendance statistique). La probabilité de survie de la structure s'élève alors à :

$$1-P_r=\prod_{\delta V\in\Omega}(1-p_r(\delta V))=\prod_{\delta V\in\Omega}(1-p_r(\text{site}))^{\frac{\delta V}{V_0}}=\prod_{\delta V\in\Omega}\exp\left(\ln\left(1-p_r(\text{site})\right)\frac{\delta V}{V_0}\right) \tag{6}$$

Sachant que $p_r(\text{site})$ reste petit devant l'unité, l'expression précédente peut se simplifier pour donner finalement :

$$P_r\approx 1-\prod_{\delta V\in\Omega}\exp\left(-p_r(\text{site})\frac{\delta V}{V_0}\right)=1-\exp\left(-\int_\Omega p_r(\text{site})\frac{\delta V}{V_0}\right) \tag{7}$$

Soit :

$$P_r=1-\exp(-x) \quad \text{avec} \quad x=\int_\Omega p_r(\text{site})\frac{\delta V}{V_0} \tag{8}$$

3.3 Probabilité de rupture cumulée des sites

On considère ici le cas du **trajet de chargement radial et non nécessairement monotone**, l'évolution des champs mécaniques dans chaque élément δV est caractérisée en tout point par une histoire de contrainte principale maximale $\sigma_I(u)_{0\le u\le t}$.

3.3.1 Cas où la contrainte critique de clivage est indépendante de la température

Le chargement étant radial, la direction de contrainte principale maximale est supposée constante. On ne considère que les temps passés u pour lesquels la plasticité est active ($\dot{p}(u)>0$), puisque la rupture n'est possible qu'à ces instants là (hypothèse 1). On note $\{u<t,\ \dot{p}(u)>0\}$ l'ensemble de ces instants pour l'élément δV considéré.

D'après l'hypothèse (2), seule **la contrainte principale maximale** σ_I intervient dans la propagation du défaut. Pour que le volume δV soit **cassé** à l'instant t , il faut que:

$$\sigma_{Ic}\le \max_{\{u<t,\ \dot{p}(u)>0\}}\sigma_I(u) \tag{9}$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Compte tenu de l'hypothèse (7), la probabilité de rupture de cette volume δV peut donc s'écrire :

$$p_r(\text{site}) = \int_0^{\max_{[u<t,\,\dot{p}(u)>0]} \sigma_I(u)} g(\sigma)\, d\sigma = \left(\frac{\max_{[u<t,\,\dot{p}(u)>0]} \sigma_I(u)}{\sigma_u} \right)^m \tag{10}$$

En définissant $\sigma_u = \left(\frac{m}{\alpha'}\right)^{\frac{1}{m}}$ comme la contrainte de clivage (c'est-à-dire la contrainte pour laquelle la probabilité de rupture cumulée des sites potentiels de clivage vaut 1) , l a probabilité de rupture de la structure peut s'écrire à partir de (8) comme :

$$P_r = 1 - \exp\left(-\left(\frac{\sigma_W}{\sigma_u} \right)^m \right) \tag{11}$$

avec σ_W étant la contrainte de Weibull [23] à l'instant t définie par :

$$\sigma_W(t) = \left[\int_\Omega \sigma_I^m \frac{\delta V}{V_0} \right]^{\frac{1}{m}} \text{ avec } \sigma_I = \max_{[u<t,\,\dot{p}(u)>0]} \sigma_I(u) \tag{12}$$

Dans cette expression, le module de Weibull m , donne une idée de la dispersion de la taille de défauts susceptibles d'amorcer la rupture fragile. σ_u représente une contrainte de rupture moyenne d'un échantillon de volume V_0 .

Dans le cas, où, à tout instant, l'évolution des champs mécanique dans chaque élément δV est supposée **radiale et monotone croissante ($\dot{p}>0$),** l'expression précédente de la contrainte de Weibull se réduit à :

$$\sigma_W = \left[\int_\Omega \sigma_I^m \frac{\delta V}{V_0} \right]^{\frac{1}{m}} \tag{13}$$

3.3.2 Cas où la contrainte critique de clivage est dépendante de la température

Jusqu'à présent on a considéré les paramètres du modèle de clivage indépendants de la température. L'application de l'approche locale à des transitoires d'étude réels (par exemple, les simulations des essais de préchargement à chaud sur l'acier 16MND5 avec le modèle de Beremin) nécessite la modification de la formulation initiale pour pouvoir prendre en compte des trajets de chargement comportant des décharges mécaniques et thermiques [24, 26, 27] et aussi de pouvoir tenir compte de la dépendance de la contrainte de clivage de la température.

Pour ça, on suppose que l'évolution des champs mécaniques dans chaque élément δV est radiale et non monotone. Cette évolution est caractérisée par une histoire de contrainte principale maximale $\sigma_I(u)_{0\le u\le t}$ ainsi que par une histoire de température $\theta(u)_{0\le u\le t}$.

Pour tout instant u , nous supposons qu'au voisinage de chaque site d'endommagement, la contrainte normale « microscopique » vérifie :

$$\sigma_{I(micro)}(u) = f\, \sigma_I(u) \tag{14}$$

f étant un paramètre de localisation ne dépendant que de la température moyenne $\theta(u)$ dans δV . Pour que le site d'endommagement **n'ait pas cassé**, il faut donc que :

$$\sigma_{Ic} \ge \sigma_{I(micro)}(u) \text{ tel que } \dot{p}(u)>0 \tag{15}$$

Soit :

$$\sigma_{Ic} \ge f\, \sigma_I(u) \text{ tel que } \dot{p}(u)>0 \tag{16}$$

De sorte que la probabilité de rupture cumulée d'un site (10) s'élève à :

$$p_r(\text{site}) = \left[\max_{[u<t,\,\dot{p}(u)>0]} \left\{ \frac{\sigma_I(u).\, f(\theta(u))}{\sigma_u} \right\} \right]^m \tag{17}$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Ou encore :

$$p_r(\text{site}) = \left[\max_{[u<t,\ \dot{p}(u)>0]} \left\{ \frac{\sigma_I(u)}{\sigma_u(\theta(u))} \right\} \right]^m \tag{18}$$

Avec $\sigma_u(\theta)$ une fonction de la température telle que :

$$\sigma_u(\theta) = \frac{\sigma_u}{f(\theta)} \tag{19}$$

L'introduction du paramètre de localisation f conduit donc à une dépendance apparente de la contrainte de clivage. De façon générale, la probabilité de rupture cumulée de la structure s'exprime à partir de (8) par :

$$P_r = 1 - \exp\left(-\int_\Omega \left[\max_{[u<t,\ \dot{p}(u)>0]} \left\{ \frac{\sigma_I(u)}{\sigma_u(\theta(u))} \right\} \right]^m \frac{\delta V}{V_0} \right) \tag{20}$$

C'est cette dernière formulation implémentée dans code_aster qui est utilisée pour simuler les essais de préchargement à chaud et de manière plus générale les trajets de chargement avec décharge. En notant σ_u^o une valeur choisie arbitrairement, on peut écrire :

$$P_r = 1 - \exp\left(-\left(\frac{\sigma_W^o}{\sigma_u^o} \right)^m \right) \tag{21}$$

La contrainte de Weibull σ_w^o devient alors :

$$\sigma_W^o = \left[\int_\Omega \left(\tilde{\sigma}_I^o \right)^m \frac{\delta V}{V_0} \right]^{\frac{1}{m}} \text{ avec } \tilde{\sigma}_I^o = \max_{[u<t,\ \dot{p}(u)>0]} \left\{ \frac{\sigma_u^o \sigma_I(u)}{\sigma_u(\theta(u))} \right\} \tag{22}$$

3.4 Correction de déformation plastique

Plusieurs travaux sur la rupture par clivage montrent l'effet bénéfique de la déformation plastique sur la résistance au clivage. Plusieurs raisons sont évoquées par les auteurs et notamment la réduction apparente des microdéfauts dans le sens perpendiculaire à la traction avec les fortes déformations. Il est également probable qu'une pré-déformation aux températures plus élevées que celle du clivage puissent entraîner un émoussement des micro-défauts déjà présents dans le matériau.
Une correction de la plus grande contrainte principale σ_I qui intervient dans le calcul de la contrainte de Weibull a été proposée dans le modèle de Beremin. La contrainte principale est corrigée par un facteur dépendant de la déformation plastique selon la direction principale ε_I^p :

$$\sigma_I^* = \sigma_I \exp\left(-\frac{\varepsilon_I^p}{k} \right) \text{ avec } 2 \leqslant k \leqslant 4 \tag{23}$$

La nouvelle expression de la contrainte de Weibull est :

$$\sigma_W = \left[\int_\Omega \left(\sigma_I \right)^m \exp\left(-\frac{\varepsilon_I^p m}{k} \right) \frac{\delta V}{V_0} \right]^{\frac{1}{m}} \tag{24}$$

La probabilité de rupture d'un site à un instant u donné s'écrit à présent :

$$p_r(\text{site}) = \max_{[u<t,\ \dot{p}(u)>0]} \left\{ \frac{\sigma_I(u)}{\sigma_u(\theta(u))} . \exp\left(-\frac{1}{2} \varepsilon_I^p(u) \right) \right\}^m \tag{25}$$

Pour un trajet de chargement monotone (température constante et uniforme), la relation précédente conduit à l'expression classique [24] :

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$$p_r(\text{site}) = \left[\frac{\sigma_I}{\sigma_u}\right]^m \exp\left(-\frac{m}{2}\varepsilon_I^p\right) \quad (26)$$

4 Implantation dans code_ aster

4.1 Calcul de la probabilité de rupture

Des conseils d'utilisation de ce modèle sont donnés dans la documentation [U2.05.08] avec un rappel sur la sensibilité du modèle au raffinement du maillage en pointe de fissure.

Considérons un domaine Ω_c de la structure étudiée qui peut être l'ensemble du maillage étudié, un groupe de mailles ou une maille. Suite à un calcul thermomécanique élastoplastique, on connaît l'évolution des champs de contrainte, de déformation et de déformation plastique cumulée dans ce domaine. A l'aide d'un critère d'endommagement à partir du champ de contrainte à la pointe de la fissure (ou de l'entaille) on cherche à déterminer la probabilité de rupture cumulée par clivage de la structure. L'utilisation du modèle se fait en post-processeur à l'aide du mot-clé WEIBULL de la commande POST_ELEM [U4.81.22] ou POST_BEREMIN [U4.81.31].

Soulignons que pour le calcul avec correction de déformation plastique (option CORR_PLAST='OUI' disponible avec POST_ELEM), un calcul préalable du champ de déformation de Green-Lagrange sur la zone de la structure étudiée (via la commande CALC_CHAMP) est nécessaire. Dans le cas contraire, le post-traitement s'arrête.

De plus, la loi de comportement du matériau doit comporter une variable interne correspondant à la déformation plastique équivalente cumulée p. Il s'agit en particulier des lois (liste non exhaustive) : VMIS_ISOT_*, VMIS_ECMI_*, VMIS_*_CHAB, ROUSS_*, LEMAITRE, MONOCRISTAL. Dans le cas contraire, le post-traitement s'arrête.

L'intégration numérique correspondante dans code_aster s'effectue en deux temps :

- on calcule en chaque point de Gauss σ_I si le taux de déformation plastique cumulée en ce point est strictement positif,
- par quadrature sur chaque maille puis simple sommation sur le domaine Ω_c visé, on en déduit la contrainte de Weibull ainsi que la probabilité de rupture associée. La sommation est pondérée par un coefficient multiplicatif qui tient compte des symétries éventuelles et du type de modélisation retenue (axi, 2D, 3D..). On veillera bien à définir ce coefficient (COEF_MULT) conformément aux indications données dans le document [U4.81.22].

La première étape permet d'introduire une variante (mot-clé SIGM_ELMOY au lieu de SIGM_ELGA) conduisant à des résultats sensiblement différents dans le cas d'une structure fissurée (présence de gradient) : dans chaque maille, σ_I est déterminée à partir de la moyenne pondérée par les poids de Gauss (pour POST_ELEM) et à partir de la simple moyenne arithmétique des contraintes (pour POST_BEREMIN) sur cette maille du champ de contrainte (et, éventuellement, du champ de déformation de Green-Lagrange). Elle est non nulle si le taux de déformation plastique cumulée à l'instant considéré est strictement positif en un point de Gauss au moins.

4.2 Paramètres du matériau

Le modèle de Beremin nécessite la connaissance de trois paramètres: les deux paramètres caractéristiques du matériau considéré dans la loi de Weibull, m et σ_u , ainsi que le volume élémentaire de la zone plastique élémentaire V_0. Le volume élémentaire V_0 doit être suffisamment grand afin de respecter l'hypothèse (5) . Dans la loi de Weibull, les paramètres V_0 et σ_u ne sont pas indépendants. En fait c'est le produit $V_0\sigma_u^m$ qui intervient. A ces trois paramètres, il est possible d'ajouter un seuil de la déformation plastique permettant de définir la zone plastique sur laquelle l'intégration est réalisée. Dans la plupart des cas, dans le but de simplifier, on suppose que le seuil est nul, ce qui nous donne une loi à deux paramètres m et $V_0\sigma_u^m$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

L'identification de ces paramètres n'est pas unique, mais dépend fortement des champs de contrainte calculés. code_aster dispose d'un opérateur spécifique dédié à l'identification du modèle à partir des données expérimentales: RECA_WEIBULL (U4.82.06). Un exemple d'utilisation de la commande est disponible via le cas test ssna103 (V6.01.103). Le cas test est réalisé à partir d'un essai de traction sur une éprouvette cylindrique lisse.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Approches alternatives

Parmi les modèles locaux introduits dans code_aster ([R7.02.06] et [U2.05.08]) qui permettent de décrire la rupture fragile par clivage il existe le modèle de Bordet (voir [16] et [R7.02.06]). Ce modèle représente une extension du modèle de Beremin où on suppose que les microfissures créées au moment de l'atteinte du seuil de plasticité restent potentiellement actives tout au long du chargement qui s'en suit. Toutefois, dans les aciers, la rupture globale est principalement liée à des microfissures nouvellement créées. Il convient donc de prendre en compte le niveau de déformation plastique atteint à chaque instant. Cette option est possible dans le modèle de Beremin *via* l'option de correction plastique décrit dans le paragraphe §3.4. L'effet de la plasticité sur les microdéfauts est pris en compte dans le modèle de Bordet en considérant que le probabilité de clivage s'exprime comme le produit de la probabilité de nucléation et de propagation au même instant.
Parmi les autres approches alternatives il y a l'approche Gp, qui permet de définir un critère d'amorçage d'une fissure déjà existante à travers le calcul de taux de restitution d'énergie élastique. Cette approche est valide en élasticité linéaire ainsi qu'en élasticité non-linéaire.
Le modèle Gp est une approche énergétique déterministe. Cette approche pour l'instant interne à EDF, elle n'a pas la maturité de l'approche de Beremin, mais elle a toutefois l'avantage de se rapprocher, dans son utilisation, de l'approche en J, ce qui en fait également un candidat crédible pour une utilisation dans les dossiers de l'ingénierie [29]. Pour plus de détails sur cette approche, on pourra se rapporter à [R7.02.16].

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Bibliographie

1) Le Corre, V. : Étude de la compétition déchirure ductile/rupture fragile: Application à la ténue mécanique des tubes en acier C-Mn et de leurs joints soudés. Thèse de l'Ecole Centrale de Lille, 2006.

2) Andrieu, A. : Mécanismes et modélisation multi-échelle de la rupture fragile trans-et inter-granulaire des aciers pour Réacteur à Eau sous Pression, en lien avec le vieillissement thermique. Thèse de doctorat de l'École nationale supérieure des Mines de Paris, 2013.

3) Renevey, S. : Approches globale et locale de la rupture dans le domaine de transition fragile-ductile d'un acier faiblement allié. Thèse de CEA, Saclay, 1998.

4) Marais, A. : Influence du vieillissement statique sur la transition ductile-fragile des aciers au C-Mn. Thèse de doctorat de l'École nationale supérieure des Mines de Paris, 2012.

5) Graff, S. : Viscoplastic behavior of zirconium alloys in the temperatures range 20°C–400°C : characterization and modeling of strain ageing phenomena. . Thèse de doctorat de l'École nationale supérieure des Mines de Paris, 2006.

6) Belotteau, J. : Comportement et rupture d'un acier au C-Mn en présence de vieillissement sous déformation. Thèse de doctorat de l'École Centrale Paris, 2009.

7) Wang, H. : Comportement mécanique et rupture des aciers au C-Mn en présence de vieillissement dynamique sous déformation. Thèse de doctorat de l'École Centrale Paris, 2011.

8) Mathieu, J-P. : Analyse et modélisation micromécanique du comportement et de la rupture fragile de l'acier 16MND5 : prise en compte des hétérogénéités microstructurales. Thèse de doctorat de l'ENSAM, 2007.

9) Thompson, A.W., Knott J.F. : Micromechanisms of brittle fracture. Metallurgical Transactions A, 24(3) :523–534, 1993.

10) Griffith, A.: The phenomena of rupture and flow in solids. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, vol. 221, pp. 163–198, 1921.

11) François, D., Pineau, A., Zaoui, A. : Comportement mécanique des matériaux. Hermès, Paris, pp.139-141, 1993.

12) McMahon, C., Cohen, M.: Initiation of cleavage in polycrystalline iron. Acta Metallurgica, vol. 13, no. 6, pp. 591–604, 1965.

13) Bouchet, C., Tanguy, B., Besson, J., Bugat, S. : Prediction of the effects of neutron irradiation on the charpy ductile to brittle transition curve of an A508 pressure vessel steel. Computational materials science, vol. 32, no. 3, p. 294-300, 2005.

14) Pineau, A., Tanguy, B. : Advances in cleavage fracture modelling in steels : Micromechanical, numerical and multiscale aspects, in Comptes Rendus Physique, Academie des Sciences, 2010.

15) Kroon, M., Faleskog, J. : Micromechanics of cleavage fracture initiation in ferritic steels by carbide cracking. J. Mech. Phys. Solids, vol. 53, pp 171–196, 2005.

16) Bordet, S.R., Karstensen, A.D., Knowles, D.M., Wiesner, C.S. : «A new statistical local criterion for cleavage fracture in steel. Part I: model presentation », Eng. Frac. Mech., Vol. 72, pp.435-452, 2005.

17) Odette, G.R., Yamamoto, T., Rathburn, H.J. : Cleavage fracture and irradiation embrittlement of fusion reactor alloys: mechanisms, multiscale models, toughness measurements and implications to structural integrity assessment. J. of Nucl. Mat., vol. 323, pp 313–340, 2003.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

18) Ritchie, R.O., Knott, J.F. and Rice, J.R.: On the relationship between critical tensile stress and fracture toughness in mild steel. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 21(6) :395–410, 1973.

19) Curry, D.A. and Knott, J.F.: The relationship between fracture toughness and microstructure in the cleavage fracture of mild steel. Metal Science, 10(1) :1–6, 1976.

20) Beremin, F.: «A local criterion for cleavage fracture of a nuclear pressure vessel steel », Metall. Trans. 14A, pp 2277-2287, 1981.

21) Wallin, K., Saario, T., Torronen, K.: Statistical model for carbide induced brittle fracture in steel', Metal Science, 18, 1, pp 13-16, 1984.

22) Weibull, W. : A statistical theory of the strength of materials. Proc. Roy. Swedish Int Eng. Res., 151 : 1–53, 1939.

23) Weibull, W. : A statistical distribution function of wide applicability. Journal of Applied Mechanics, 18 : 293–297, 1951.

24) Masson, R. et al. : « Définition de l'approche locale (en fragile) dans le cas d'un trajet de chargement quelconque », Note EDF HT-26/00/021.

25) Tanguy, B. : Modélisation de l'essai Charpy par l'approche locale de la rupture. Application au cas de l'acier 16MND5 dans le domaine de transition. Thèse de doctorat de l'École des Mines de Paris, 2001.

26) Lefevre, W., Masson, R., Barbier, R.: « Simulations numériques à l'aide du modèle amélioré de Beremin d'essais de préchargement à chaud réalisés avec l'acier 18MND5». Note EDF HT-26/00/028.

27) Lefevre, W., Barbier, G., Masson, R., Rousselier, G. : A modified Beremin model to simulate the warm pre-stress effect," Nuclear Engineering and Design, vol. 216, no. 1–3, pp. 27 – 42, 2002.

28) Tanguy, B., Bouchet, C., Bordet, S.R., Besson, J., Pineau, A.:«Toward a better understanding of the cleavage in RPV steels: Local mechanical conditions and evaluation of a nucleation enriched Weibull model and of the Beremin model over a large temperature range », 9 th European Mechanics of Materials Conference, Local approach to fracture, pp 129-134, Moret sur Loing, 2006.

29) Wadier, Y., Lien entre les approches globale et locale en mécanique de la rupture élastoplastique. Note technique H-T64-2007-00213-FR, EDF R&D, 2007.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)