Loi de comportement KICHENIN_NL combinant élastoplasticité et viscoélasticité non linéaire

Résumé :

Ce document décrit le modèle de comportement KICHENIN_NL , destiné à décrire la réponse mécanique du polyéthylène. Il combine une branche élastoplastique à écrouissage cinématique linéaire avec une branche viscoélastique de Maxwell non linéaire. Une modélisation des grandes déformations est accessible via la cinématique GDEF_LOG .

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

En préambule, précisons que cette documentation s'appuie sur la note [Lorentz, 2022]. Elle n'en retient que les éléments principaux concernant la formulation et l'intégration numérique du modèle. On renvoie le lecteur intéressé à cette note et ses références pour plus de détails le cas échéant.

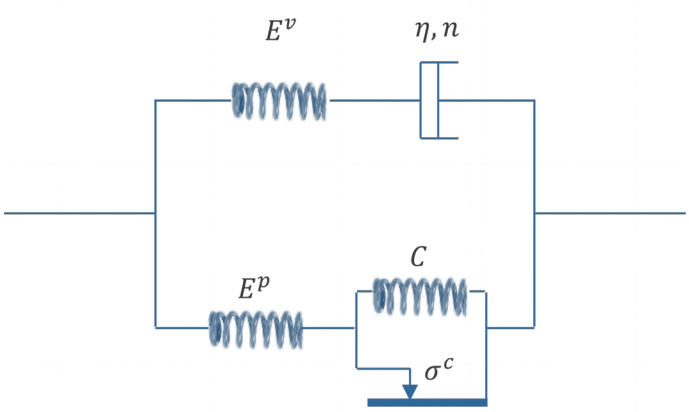
1 Domaine d'application

1.1 Finalité

La loi de comportement KICHENIN_NL combine en parallèle un modèle élastoplastique à écrouissage cinématique linéaire avec un modèle viscoélastique de Maxwell dont l'amortisseur est non linéaire de type Norton. Une illustration rhéologique en est donnée ci-dessous. Elle est dédiée à l'origine à la description du polyéthylène mais peut sans doute s'appliquer à d'autres matériaux.

Ce modèle de comportement est compatible avec une cinématique de petites perturbations (PETIT) ou de grandes déformations (GDEF_LOG) .

Enfin, ce modèle décrit la réponse en contrainte comme une fonction explicite de la déformation et des variables internes et non pas comme une loi d'évolution en contrainte incrémentale. La contrainte ne contribue pas à définir l'état mécanique du système, c'en est une conséquence (en particulier, la contrainte n'entre pas dans la définition d'un état initial du système).



1.2 Paramètres matériaux

La relation de comportement s'appuie sur neuf paramètres, caractéristiques du matériau considéré :

- le module de Young E^p et le coefficient de Poisson ν^p de la branche élastoplastique, définis sous le mot-clé facteur ELAS (E , NU) de la commande DEFI_MATERIAU ;
- La limite d'élasticité σ^c et la constante de Prager C (sans facteur correctif 2/3), définies sous le mot-clé facteur KICHENIN_NL (SIGC et PRAGER) de la commande DEFI_MATERIAU ;
- le module de Young E^v et le coefficient de Poisson ν^v de la branche viscoélastique, définis sous le mot-clé facteur KICHENIN_NL (E_VISC et NU_VISC) de la commande DEFI_MATERIAU ;
- le coefficient de viscosité η , le coefficient de Poisson ν^d et l'exposant de non linéarité $n \leq 1$ de l'amortisseur, définis sous le mot-clé facteur KICHENIN_NL (ETA_AMOR , NU_AMOR et N_AMOR) de la commande DEFI_MATERIAU .

Ces paramètres peuvent dépendre de la température (mots-clés facteur *_FO). La loi de comportement est exprimée en déformations mécaniques, c'est-à-dire qu'elle est compatible avec les termes de retrait usuels, notamment la déformation thermique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Il est important de remarquer que la rigidité définie sous le mot-clé facteur ELAS ne constitue pas toute la rigidité (instantanée) du matériau mais seulement celle relative à la branche élastoplastique.

1.3 Variables internes

La loi de comportement s'appuie sur douze variables internes physiques : les composantes de la déformation plastique $\boldsymbol{\varepsilon}^{p}$ (au niveau du patin de la branche élastoplastique) et de la déformation visqueuse $\boldsymbol{\varepsilon}^{v}$ (au niveau de l'amortisseur de la branche viscoélastique). Elles sont complétées par la déformation plastique cumulée et la déformation visqueuse cumulée.

EPSPEQ	V1	Déformation plastique cumulée
EPSPXX - EPSPYZ	V2 - V7	Composantes de la déformation plastique
EPSVEQ	V8	Déformation visqueuse cumulée
EPVXX - EPVYZ	V9 - V14	Composantes de la déformation visqueuse

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Modèle continu

Conformément à la présentation rhéologique, la contrainte $\boldsymbol{\sigma}$ est la somme de deux contributions : celle issue de la branche élastoplastique $\boldsymbol{\sigma}^p$ et celle issue de la branche viscoélastique $\boldsymbol{\sigma}^v$:

$$\boldsymbol{\sigma}=\boldsymbol{\sigma}^p+\boldsymbol{\sigma}^v \tag{1}$$

2.1 Branche élastoplastique

Il s'agit d'un modèle de plasticité à seuil de von Mises et écrouissage cinématique linéaire classique. La déformation (mécanique) $\boldsymbol{\varepsilon}$ se décompose de manière additive en une partie plastique $\boldsymbol{\varepsilon}^p$ et une partie élastique $\boldsymbol{\varepsilon}-\boldsymbol{\varepsilon}^p$, cette dernière étant liée à la contrainte de la branche élastoplastique par la relation élastique suivante :

$$\boldsymbol{\sigma}^p=\boldsymbol{C}^p:(\boldsymbol{\varepsilon}-\boldsymbol{\varepsilon}^p)=3K^p\,sph(\boldsymbol{\varepsilon}-\boldsymbol{\varepsilon}^p)\boldsymbol{S}+2\mu^p\,dev(\boldsymbol{\varepsilon}-\boldsymbol{\varepsilon}^p)\quad ;\quad 3K^p=\frac{E^p}{1-2\nu^p}\quad 2\mu^p=\frac{E^p}{1+\nu^p} \tag{2}$$

où $sph()$ et $dev()$ désignent respectivement la partie sphérique normée et le déviateur d'un tenseur d'ordre deux, tandis que $\boldsymbol{S}$ est le tenseur identité ***normé*** d'ordre deux. Pour un tenseur $\boldsymbol{a}$ quelconque d'ordre deux, cela s'exprime par :

$$\boldsymbol{S}\equiv\frac{\boldsymbol{Id}}{\sqrt{3}}\quad ;\quad sph(\boldsymbol{a})\equiv\boldsymbol{S}:\boldsymbol{a}=\frac{tr(\boldsymbol{a})}{\sqrt{3}}\quad ;\quad dev(\boldsymbol{a})\equiv\boldsymbol{a}-(\boldsymbol{S}:\boldsymbol{a})\boldsymbol{S} \tag{3}$$

A noter que l'utilisation de $\boldsymbol{S}$ et $sph()$ plutôt que $\boldsymbol{Id}$ et $tr()$ permet d'éviter la présence des 3 et $1/3$ dans les différentes expressions grâce à leur caractère normé.

On introduit maintenant la fonction seuil, qui fait intervenir une contrainte de rappel $\boldsymbol{X}=C\,\boldsymbol{\varepsilon}^p$:

$$F(\boldsymbol{\sigma},\boldsymbol{\varepsilon}^p)=\left\|\boldsymbol{\sigma}-C\,\boldsymbol{\varepsilon}^p\right\|_{eq}-\sigma^c\quad ;\quad \|\boldsymbol{a}\|_{eq}\equiv\sqrt{\frac{3}{2}dev(\boldsymbol{a}):dev(\boldsymbol{a})} \tag{4}$$

L'évolution de la déformation plastique est gouvernée par l'équation d'écoulement. La direction d'écoulement est normale à la surface seuil (plasticité associée) :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p=\frac{3}{2}\dot{\kappa}\frac{\boldsymbol{N}}{\|\boldsymbol{N}\|_{eq}}\quad ;\quad \boldsymbol{N}=dev(\boldsymbol{\sigma}-C\,\boldsymbol{\varepsilon}^p) \tag{5}$$

Enfin, l'évolution du multiplicateur plastique $\dot{\kappa}$ est fixée par la condition de cohérence :

$$\dot{\kappa}\geq 0\quad ;\quad F(\boldsymbol{\sigma},\boldsymbol{\varepsilon}^p)\leq 0\quad ;\quad \dot{\kappa}\,F(\boldsymbol{\sigma},\boldsymbol{\varepsilon}^p)=0 \tag{6}$$

2.2 Branche viscoélastique

Il s'agit d'un modèle de Maxwell dont l'amortisseur est non linéaire de type Norton. La déformation (mécanique) $\boldsymbol{\varepsilon}$ se décompose de manière additive en une partie visqueuse $\boldsymbol{\varepsilon}^v$ et une partie élastique $\boldsymbol{\varepsilon}-\boldsymbol{\varepsilon}^v$, cette dernière étant liée à la contrainte de la branche viscoélastique par la relation élastique suivante :

$$\boldsymbol{\sigma}^v=\boldsymbol{C}^v:(\boldsymbol{\varepsilon}-\boldsymbol{\varepsilon}^v)=3K^v\,sph(\boldsymbol{\varepsilon}-\boldsymbol{\varepsilon}^v)\boldsymbol{S}+2\mu^v\,dev(\boldsymbol{\varepsilon}-\boldsymbol{\varepsilon}^v)\quad ;\quad 3K^v=\frac{E^v}{1-2\nu^v}\quad 2\mu^v=\frac{E^v}{1+\nu^v} \tag{7}$$

L'évolution de la déformation visqueuse est gouvernée par la loi d'évolution de Norton :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^v=\frac{1}{\eta^\gamma}\|\boldsymbol{\sigma}^v\|_v^{\gamma-1}\boldsymbol{V}:\boldsymbol{\sigma}^v\quad ;\quad \gamma\equiv\frac{1}{n}\quad ;\quad \|\boldsymbol{a}\|_V\equiv\sqrt{\boldsymbol{a}:\boldsymbol{V}:\boldsymbol{a}}\quad ;\quad \boldsymbol{V}:\boldsymbol{a}\equiv(1+\nu^d)dev(\boldsymbol{a})+(1-2\nu^d)sph(\boldsymbol{a})\boldsymbol{S} \tag{8}$$

où on a introduit γ l'exposant inverse de n pour alléger les notations et $\boldsymbol{V}$ un tenseur isotrope d'ordre 4, sans unité, qui permet de « désaligner » $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^v$ par rapport à $\boldsymbol{\sigma}^v$.

2.3 Variables en post-traitement

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Deux variables peuvent être combinées dans certains formulations en post-traitement pour prédire la ruine du matériau. Il s'agit de la déformation plastique cumulée et de la déformation visqueuse cumulée, définies respectivement comme suit :

$$\dot{\varepsilon}^{p}_{cum}=\sqrt{\frac{2}{3}\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\boldsymbol{p}}:\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\boldsymbol{p}}} \quad ; \quad \dot{\varepsilon}^{v}_{cum}=\sqrt{\frac{2}{3}\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\boldsymbol{v}}:\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\boldsymbol{v}}} \tag{9}$$

Pour des raisons pratiques, elles sont calculées à l'issue de la phase d'intégration du comportement et stockées parmi les variables internes.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Intégration numérique

3.1 Équations discrétisées

''intégration de la loi de comportement consiste à calculer les variables internes et la contrainte à histoire de déformation (mécanique) donnée. Compte tenu du caractère additif de la contrainte (1), on peut procéder indépendamment pour chaque branche. L'opérateur tangent du système sera lui aussi la somme des opérateurs tangents propre à chaque branche.

La discrétisation en temps des équations de comportement s'appuie sur un schéma d'Euler implicite (y compris pour la branche viscoélastique), c'est-à-dire que les différentes variables du problème sont exprimées à l'instant final du pas de temps considéré. On note Q_n la valeur d'une quantité Q au début du pas de temps, ΔQ son incrément pendant le pas de temps et (simplement) Q sa valeur en fin de pas de temps. L'état mécanique au début du pas de temps $(\boldsymbol{\varepsilon}_n, \boldsymbol{\varepsilon^p}_n, \boldsymbol{\varepsilon^v}_n)$ est supposé connu ainsi que l'incrément de déformation $\boldsymbol{\Delta\varepsilon}$ (et donc également la déformation $\boldsymbol{\varepsilon}$). Il s'agit alors de calculer les incréments de variables internes $\boldsymbol{\Delta\varepsilon^p}$ et $\boldsymbol{\Delta\varepsilon^v}$ ainsi que la contrainte à la fin du pas de temps $\boldsymbol{\sigma}$.

Remarque: la loi étant écrite par rapport aux vraies variables thermodynamiques, elle ne prend pas en compte un état initial en contraintes défini par le mot-clef facteur ETAT_INIT. Un état initial non-nul doit donc être défini par les variables internes de déformation.

3.2 Branche élastoplastique

La discrétisation de la relation contrainte – déformation (2) s'écrit comme suit :

$$\boldsymbol{\sigma^p}=3K^p\,sph(\boldsymbol{\varepsilon}-\boldsymbol{\varepsilon^p}_n-\boldsymbol{\Delta\varepsilon^p})\boldsymbol{S}+2\mu^p\,dev(\boldsymbol{\varepsilon}-\boldsymbol{\varepsilon^p}_n-\boldsymbol{\Delta\varepsilon^p}) \tag{10}$$

D'après l'équation d'écoulement (5), on constate que la trace de l'incrément de déformation plastique est nul, si bien qu'il en va de même pour la déformation plastique à tout instant (déformation plastique isochore). La relation (10) se simplifie et on peut y faire apparaître une contrainte élastique (ou contrainte d'essai élastique) notée $\boldsymbol{\sigma^e}$ et une direction d'écoulement (d'essai) élastique notée $\boldsymbol{N^e}$, qui sont connues :

$$\boldsymbol{\sigma^p}=\boldsymbol{\sigma^e}-2\mu^p\boldsymbol{\Delta\varepsilon^p}\quad;\quad\boldsymbol{\sigma^e}=3K^p\,sph(\boldsymbol{\varepsilon})\boldsymbol{S}+2\mu^p\,dev(\boldsymbol{\varepsilon}-\boldsymbol{\varepsilon^p}_n)\quad;\quad\boldsymbol{N^e}=dev(\boldsymbol{\sigma^e})-C\boldsymbol{\varepsilon^p}_n \tag{11}$$

Si l'essai élastique reste à l'intérieur du domaine d'élasticité, l'incrément de déformation plastique est nul (évolution élastique):

$$\left\|\boldsymbol{N^e}\right\|_{eq}\leq\sigma^c\quad\Rightarrow\quad\boldsymbol{\Delta\varepsilon^p}=0\quad\text{et}\quad\boldsymbol{\sigma^p}=\boldsymbol{\sigma^e} \tag{12}$$

Dans le cas contraire, il faut procéder à une correction plastique (évolution plastique). L'équation d'écoulement (5) et l'équation de cohérence (6) se discrétisent alors comme suit :

$$\boldsymbol{\Delta\varepsilon^p}=\frac{3}{2}\frac{\Delta\kappa}{\sigma^c}\left[\boldsymbol{N^e}-(2\mu^p+C)\boldsymbol{\Delta\varepsilon^p}\right]\quad;\quad\left\|\boldsymbol{N^e}-(2\mu^p+C)\boldsymbol{\Delta\varepsilon^p}\right\|_{eq}=\sigma^c \tag{13}$$

Après quelques manipulations algébriques, on en déduit :

$$\boldsymbol{N}=\sigma^c\frac{\boldsymbol{N^e}}{\left\|\boldsymbol{N^e}\right\|_{eq}}\quad;\quad\boldsymbol{\Delta\varepsilon^p}=\frac{\boldsymbol{N^e}-\boldsymbol{N}}{2\mu^p+C}\quad;\quad\boldsymbol{\sigma^p}=\boldsymbol{\sigma^e}-2\mu^p\boldsymbol{\Delta\varepsilon^p} \tag{14}$$

On note maintenant $\boldsymbol{H^p}$ l'opérateur tangent de la branche élastoplastique, tel que $\delta\boldsymbol{\sigma^p}=\boldsymbol{H^p}:\delta\boldsymbol{\varepsilon}$. Dans le cas d'une évolution élastique, on a simplement d'après (12) :

$$\boldsymbol{H^p}=3K^p\boldsymbol{S}\otimes\boldsymbol{S}+2\mu^p\boldsymbol{P^{dev}}\quad;\quad\boldsymbol{P^{dev}}\equiv\boldsymbol{I_4}-\boldsymbol{S}\otimes\boldsymbol{S} \tag{15}$$

où on a introduit $\boldsymbol{I_4}$ le tenseur identité d'ordre 4 et $\boldsymbol{P^{dev}}$ le projecteur sur l'espace des déviateurs. Et dans le cas d'une évolution plastique, on procède par dérivation des équations dans (14). On obtient après quelques calculs :

$$\boldsymbol{H^p}=3K^p\boldsymbol{S}\otimes\boldsymbol{S}+\left(\frac{2\mu^p}{2\mu^p+C}\right)\left(\frac{\sigma^c}{\left\|\boldsymbol{N^e}\right\|_{eq}}2\mu^p+C\right)\boldsymbol{P^{dev}}-3\mu^p\left(\frac{2\mu^p}{2\mu^p+C}\right)\left(\frac{\sigma^c}{\left\|\boldsymbol{N^e}\right\|_{eq}}\right)\left(\frac{\boldsymbol{N^e}}{\left\|\boldsymbol{N^e}\right\|_{eq}}\otimes\frac{\boldsymbol{N^e}}{\left\|\boldsymbol{N^e}\right\|_{eq}}\right) \tag{16}$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

L'opérateur tangent n'est pas continu à la transition entre les régimes élastique et plastique. A priori, la connaissance du régime d'évolution et donc le choix de l'opérateur tangent dépendent de la réalisation ou non de l'inégalité $\| \boldsymbol{N}^e \| \leq \sigma^c$. Toutefois, en phase de prédiction et si le pas précédent correspondait à une évolution plastique, on peut se trouver dans le cas où $\| \boldsymbol{N}^e \| \approx \sigma^c$, à la précision de résolution près tandis qu'on s'attend à un nouveau pas de temps en régime plastique. C'est pourquoi on choisit « d'élargir » un peu le régime plastique pour le choix de l'opérateur tangent en prédiction : si $\| \boldsymbol{N}^e \| > \sigma^c (1-\mathrm{prec})$, avec prec fixé à 10^{-6}, alors on choisit l'opérateur tangent plastique.

3.3 Branche viscoélastique

La discrétisation temporelle des équations de comportement (7) et (8) conduit respectivement à :

$$\boldsymbol{\sigma}^v = \boldsymbol{C}^v : (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^v) = 3K^v \, sph(\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^v) \boldsymbol{S} + 2\mu^v \, dev(\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^v) \quad ; \quad 3K^v = \frac{E^v}{1-2\nu^v} \quad 2\mu^v = \frac{E^v}{1+\nu^v} \tag{17}$$

$$\frac{\Delta \boldsymbol{\varepsilon}^v}{\Delta t} = \frac{1}{\eta^\gamma} \| \boldsymbol{\sigma}^v \|_v^{\gamma-1} \boldsymbol{V} : \boldsymbol{\sigma}^v \tag{18}$$

On introduit la contrainte instantanée $\boldsymbol{\sigma}^i$ qui est une quantité connue :

$$\boldsymbol{\sigma}^i = \boldsymbol{C}^v : (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_n^v) \quad ; \quad \boldsymbol{\sigma}^v = \boldsymbol{\sigma}^i - \boldsymbol{C}^v : \Delta \boldsymbol{\varepsilon}^v \tag{19}$$

En substituant (18) dans (19), on obtient une équation portant sur $\boldsymbol{\sigma}^v$:

$$\left(\boldsymbol{I}_4 + \frac{\Delta t}{\eta^\gamma} \| \boldsymbol{\sigma}^v \|_v^{\gamma-1} \boldsymbol{C}^v : \boldsymbol{V} \right) : \boldsymbol{\sigma}^v = \boldsymbol{\sigma}^i \tag{20}$$

La méthode de résolution de cette équation tensorielle s'appuie sur le caractère isotrope des tenseurs d'ordre 4 qui y apparaissent. On commence par introduire l'inconnue $x \geq 0$ telle que :

$$\| \boldsymbol{\sigma}^v \|_v = x \| \boldsymbol{\sigma}^i \|_v \tag{21}$$

En séparant les parties sphérique et déviatorique de (20), on obtient alors respectivement :

$$sph(\boldsymbol{\sigma}^v) = \frac{sph(\boldsymbol{\sigma}^i)}{1 + b_1 x^{\gamma-1}} \quad ; \quad dev(\boldsymbol{\sigma}^v) = \frac{dev(\boldsymbol{\sigma}^i)}{1 + b_2 x^{\gamma-1}} \tag{22}$$

où on a introduit les coefficients :

$$b_0 = \frac{\Delta t}{\eta^\gamma} \| \boldsymbol{\sigma}^i \|_v^{\gamma-1} \quad ; \quad b_1 = 3K^v (1-2\nu^d) b_0 \quad ; \quad b_2 = 2\mu^v (1+\nu^d) b_0 \tag{23}$$

La connaissance de l'inconnue x permet ainsi de calculer tout le tenseur de contrainte $\boldsymbol{\sigma}^v$. En substituant ce dernier par son expression en fonction de x dans (21), il vient :

$$\sum_{k=1}^{2} \frac{a_k}{(1 + b_k x^{\gamma-1})^2} = x^2 \quad ; \quad a_1 = (1-2\nu^d) \left(\frac{sph(\boldsymbol{\sigma}^i)}{\| \boldsymbol{\sigma}^i \|_v} \right)^2 \quad ; \quad a_2 = (1+\nu^d) \left(\frac{dev(\boldsymbol{\sigma}^i)}{\| \boldsymbol{\sigma}^i \|_v} \right)^2 \tag{24}$$

Il s'agit là d'une équation scalaire en x qui admet une solution unique. Elle est résolue par une méthode de Newton. Comme $n \leq 1$ et donc $\gamma \geq 1$, on peut déterminer des bornes :

$$\sqrt{\sum_{k=1}^{2} \frac{a_k}{(1+b_k)^2}} \leq x \leq 1 \tag{25}$$

On procède aux itérations de la méthode de Newton jusqu'à obtenir un encadrement de la solution $x_m \leq x \leq x_p$ tel que :

$$x_p - x_m \leq \mathrm{RESI_INTE_RELA} \tag{26}$$

On contrôle ainsi la qualité de la solution $\boldsymbol{\sigma}^v$ en relatif par rapport à $\| \boldsymbol{\sigma}^i \|$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

L'opérateur tangent $\boldsymbol{H}^{v}$ tel que $\delta\boldsymbol{\sigma}^{v}=\boldsymbol{H}^{v}:\delta\boldsymbol{\varepsilon}$ est obtenu en différentiant successivement les équations précédentes. On en donne directement l'expression :

$$\boldsymbol{H}^{v}=\frac{3K^{v}}{1+b_1 x^{\gamma-1}}\boldsymbol{S}\otimes\boldsymbol{S}+\frac{2\mu^{v}}{1+b_2 x^{\gamma-1}}\boldsymbol{P}^{\boldsymbol{dev}}-x^{\gamma-1}\boldsymbol{h}\otimes\boldsymbol{B_0}-(\gamma-1)x^{\gamma-1}b_0\boldsymbol{h}\otimes\boldsymbol{X} \tag{27}$$

où on a introduit les différentes quantités intermédiaires suivantes :

$$\boldsymbol{A_1}=2(1-2\nu^{d})\left[\left(\frac{3K^{v}\,sph(\boldsymbol{\sigma}^{i})}{\|\boldsymbol{\sigma}^{i}\|_{v}}\boldsymbol{S}\right)-\left(\frac{sph(\boldsymbol{\sigma}^{i})}{\|\boldsymbol{\sigma}^{i}\|_{v}}\right)^{2}\left(\frac{\boldsymbol{C}^{v}:\boldsymbol{V}:\boldsymbol{\sigma}^{i}}{\|\boldsymbol{\sigma}^{i}\|_{v}}\right)\right] \tag{28}$$

$$\boldsymbol{A_2}=2(1+\nu^{d})\left[\left(\frac{2\mu^{v}\,dev(\boldsymbol{\sigma}^{i})}{\|\boldsymbol{\sigma}^{i}\|_{v}}\right)-\left(\frac{dev(\boldsymbol{\sigma}^{i})}{\|\boldsymbol{\sigma}^{i}\|_{v}}\right)^{2}\left(\frac{\boldsymbol{C}^{v}:\boldsymbol{V}:\boldsymbol{\sigma}^{i}}{\|\boldsymbol{\sigma}^{i}\|_{v}}\right)\right] \tag{29}$$

$$\boldsymbol{B_0}=\frac{(\gamma-1)\Delta t}{\eta^{\gamma}}\|\boldsymbol{\sigma}^{i}\|_{v}^{\gamma-1}\left(\frac{\boldsymbol{C}^{v}:\boldsymbol{V}:\boldsymbol{\sigma}^{i}}{\|\boldsymbol{\sigma}^{i}\|_{v}}\right)\quad;\quad\boldsymbol{B_1}=3K^{v}(1-2\nu^{d})\boldsymbol{B_0}\quad;\quad\boldsymbol{B_2}=2\mu^{v}(1+\nu^{d})\boldsymbol{B_0} \tag{30}$$

$$\boldsymbol{X}=\left[\sum_{k=1}^{2}\frac{2a_k(1+b_k\gamma x^{\gamma-1})}{(1+b_k x^{\gamma-1})^{3}}\right]^{-1}\left[\sum_{k=1}^{2}\frac{(1+b_k x^{\gamma-1})\boldsymbol{A_k}-2a_k x^{\gamma-1}\boldsymbol{B_k}}{(1+b_k x^{\gamma-1})^{3}}\right] \tag{31}$$

$$\boldsymbol{h}=\frac{3K^{v}(1-2\nu^{d})}{(1+b_1 x^{\gamma-1})^{2}}\left(\frac{sph(\boldsymbol{\sigma}^{i})}{\|\boldsymbol{\sigma}^{i}\|_{v}}\boldsymbol{S}\right)+\frac{2\mu^{v}(1+\nu^{d})}{(1+b_2 x^{\gamma-1})^{2}}\left(\frac{dev(\boldsymbol{\sigma}^{i})}{\|\boldsymbol{\sigma}^{i}\|_{v}}\right) \tag{32}$$

3.4 Variables en post-traitement

Comme mentionné précédemment, la déformation plastique cumulée et la déformation visqueuse cumulée sont calculées à l'issue de la phase d'intégration du comportement. Après discrétisation en temps, l'équation (9) conduit ainsi à :

$$\Delta\varepsilon_{cum}^{p}=\sqrt{\frac{2}{3}\Delta\boldsymbol{\varepsilon}^{p}:\Delta\boldsymbol{\varepsilon}^{p}}\quad;\quad\Delta\varepsilon_{cum}^{v}=\sqrt{\frac{2}{3}\Delta\boldsymbol{\varepsilon}^{v}:\Delta\boldsymbol{\varepsilon}^{v}} \tag{33}$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Bibliographie

- Lorentz E. (2022) TUYAUTERIE 3 – Relation de comportement robuste dédiée aux calculs de structures en polyéthylène. Note interne EDF R&D 6125-1723-2022-00150.
- Kichenin J. (1992) Comportement thermomécanique du polyéthylène. Application aux structures gazières. Rapport de thèse, Ecole Polytechnique.
- J. Kichenin, K. Dang Van, K. Boytard (1996) Finite-element simulation of a new two-dissipative mechanism model for bulk medium-density polyethylene. Journal of Materials Science 31, 1653-1661.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)