Loi de comportement viscoélastique REGU_VISC_ELAS

Résumé :

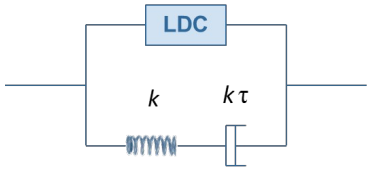
Pour régulariser certaines formes d'instabilités quasi-statiques, une technique de régularisation accessible dans STAT_NON_LINE via le mot-clé REGU_VISC s'appuie sur la superposition des contraintes de comportement avec des contraintes viscoélastiques, ces dernières pouvant conférer au système la stabilisation escomptée. La loi de comportement REGU_VISC_ELAS gouverne l'évolution de ces contraintes de régularisation via un modèle de Maxwell. Elle n'est accessible qu'à travers cette fonctionnalité de régularisation.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Domaine d'application

1.1 Finalité

Pour régulariser certaines formes d'instabilités quasi-statiques, une technique de régularisation accessible dans STAT_NON_LINE via le mot-clé REGU_VISC s'appuie sur la superposition des contraintes de comportement avec des contraintes viscoélastiques, ces dernières pouvant conférer au système la stabilisation escomptée, voir [Lorentz, Drouet, Hamon, 2020]. Sous réserve d'apporter une rigidité suffisante, l 'évolution de la solution devient alors continue par rapport au temps et le découpage du pas de temps constitue alors à nouveau une réponse à d'éventuelles difficultés de convergence. Une telle superposition est décrite sur la figure ci-dessous, où LDC représente la « vraie » loi de comportement du matériau et le système de Maxwell de la branche inférieure correspond à la rigidité visqueuse. La loi de comportement REGU_VISC_ELAS décrit le comportement de cette branche viscoélastique.



Ce modèle de comportement est compatible :

- avec une cinématique de petites perturbations (HPP) ou de grandes déformations (GDEF_LOG) ;
- avec une loi de comportement locale ou à gradient de variable interne dans laquelle intervient le gradient d'une variable interne, voir [Lorentz & Andrieux, 1999] ou [R5.04.01].

1.2 Paramètres matériaux

Le modèle viscoélastique s'appuie sur deux paramètres : la rigidité du ressort notée k et la viscosité de l'amortisseur. Plutôt que de renseigner cette dernière, on préfère introduire le temps caractéristique de la branche viscoélastique, noté τ. Ces paramètres sont renseignés sous le mot-clé facteur VISC_ELAS de la commande DEFI_MATERIAU (mots-clés K et TAU).

1.3 Mesures de déformation

Le modèle de comportement s'alimente de la déformation mécanique (i.e. sans les termes de retrait thermique et autres) si tel est le cas de la loi de comportement principale. Dans le cas contraire, il s'agit de la déformation totale (le gradient du déplacement). Les cinématiques PETIT et GDEF_LOG sont toutes deux supportées. On notera ci-dessous la déformation $\boldsymbol{\varepsilon}$, sans perte de généralité.

1.4 Variables internes

La loi de comportement introduit huit variables internes. Il s'agit, d'une part, des six composantes de la contrainte dans la branche viscoélastique, qui rend compte de l'effet d'histoire du modèle. Et d'autre part, deux variables supplémentaires sont calculées à des fins de post-traitement essentiellement, pour mesurer l'ampleur des effets visqueux liés à la régularisation : il s'agit de l'énergie élastique volumique stockée dans le ressort et l'énergie volumique dissipée par viscosité par l'amortisseur(cumulée au cours du temps).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Les variables internes sont regroupées dans le tableau suivant. Les indices correspondants ne correspondent pas au numéro de variable interne ; en effet, elles sont stockées après les variables internes de la loi de comportement principale (si cette dernière s'appuie par exemple sur cinq variables internes, celles liées à la régularisation viscoélastique seront disponibles sous V6 à V13).

SIVXX - SIVYZ	1 - 6	Composantes de la contrainte visqueuse
VISCELAS	7	Énergie volumique élastique stockée
VISCDISS	8	Énergie volumique dissipée par viscosité

2 Modèle continu

2.1 Équations de comportement

Le modèle de Maxwell s'écrit simplement :

$$\boldsymbol{\sigma}^v = k\left(\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^v\right) \quad ; \quad \boldsymbol{\sigma}_v = k\,\tau\,\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^v \tag{1}$$

où $\boldsymbol{\sigma}^v$ désigne le tenseur de contrainte visqueuse et $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^v$ le tenseur de déformation visqueuse associée à l'amortisseur. On peut éliminer la déformation visqueuse pour obtenir l'équation d'évolution de la contrainte visqueuse :

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}^v + \frac{1}{\tau}\boldsymbol{\sigma}^v = k\,\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \tag{2}$$

L'état initial par défaut correspond à une contrainte visqueuse nulle.

2.2 Définition des énergies

L'énergie volumique stockée dans le ressort de la branche visqueuse vaut :

$$\mathrm{VISCELAS} = \frac{1}{2k}\boldsymbol{\sigma}^v : \boldsymbol{\sigma}^v \tag{3}$$

Quant à l'énergie volumique dissipée par viscosité, elle s'écrit :

$$\mathrm{VISCDISS} = \frac{1}{k\,\tau}\int_0^t \boldsymbol{\sigma}^v : \boldsymbol{\sigma}^v\, dt \tag{4}$$

3 Intégration numérique

3.1 Équations discrétisées

La discrétisation en temps des équations de comportement s'appuie sur un schéma d'ordre 1. On note Q_n la valeur d'une quantité Q au début du pas de temps, ΔQ son incrément pendant le pas de temps et (simplement) Q sa valeur en fin de pas de temps. L'état mécanique au début du pas de temps $\left(\boldsymbol{\varepsilon}_n, \boldsymbol{\sigma}^v{}_n\right)$ est supposé connu ainsi que l'incrément de déformation $\Delta\boldsymbol{\varepsilon}$ (et donc également la déformation $\boldsymbol{\varepsilon}$). Il s'agit alors de calculer la contrainte $\boldsymbol{\sigma}^v$ à la fin du pas de temps.

La discrétisation de la relation contrainte – déformation (2) s'écrit comme suit :

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}^{v}+\frac{1}{\tau}\boldsymbol{\sigma}^{v}=k\frac{\Delta\boldsymbol{\varepsilon}}{\Delta t}\quad;\quad\boldsymbol{\sigma}^{v}(t_n)=\boldsymbol{\sigma}^{v}{}_{n} \tag{5}$$

Le second membre est alors constant, si bien que la solution de cette équation différentielle s'écrit :

$$\boldsymbol{\sigma}^{v}=A_{\Delta t}\boldsymbol{\sigma}^{v}{}_{n}+B_{\Delta t}\Delta\boldsymbol{\varepsilon}\quad;\quad A_{\Delta t}=\exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau}\right)\quad;\quad B_{\Delta t}=\frac{k\tau}{\Delta t}\left[1-\exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau}\right)\right] \tag{6}$$

Le calcul de la contrainte visqueuse est donc explicite.

3.2 Matrice tangente

La dérivée de l'expression (6) fournit immédiatement la matrice tangente :

$$\frac{d\boldsymbol{\sigma}^{v}}{d\boldsymbol{\varepsilon}}=B_{\Delta t}\boldsymbol{I_4} \tag{7}$$

où $\boldsymbol{I_4}$ désigne le tenseur identité d'ordre 4.

Dans la perspective d'une prédiction par matrice tangente, le terme d'ordre 0 du développement limité de la loi de comportement discrétisée (6) ne correspond pas à la contrainte visqueuse au début du pas de temps mais à :

$$\boldsymbol{\sigma}^{0}=A_{\Delta t}\boldsymbol{\sigma}^{v}{}_{n} \tag{8}$$

C'est la contrainte à fournir à l'option `RIGI_MECA_TANG`.

3.3 Calcul des énergies

L'énergie volumique stockée (3) est une fonction explicite des contraintes visqueuses et ne pose aucune difficulté. L'énergie volumique dissipée par viscosité (4) introduit une intégrale qu'on évaluera par une méthode de point milieu (ce qui est compatible avec l'ordre 1 du schéma d'intégration de la loi de comportement) :

$$\mathrm{VISCDISS}:=\mathrm{VISCDISS}+\frac{\Delta t}{k\tau}\left[\frac{\boldsymbol{\sigma}^{v}{}_{n}+\boldsymbol{\sigma}^{v}}{2}\right]^{2} \tag{9}$$

4 Description des versions du document

Version Aster	Auteur(s) Organisme(s)	Description des modifications
15.2	E.LORENTZ, EDF-R&D/ERMES	Texte initial

5 Bibliographie

- Lorentz E., Andrieux S. (1999) A variational formulation for nonlocal damage models. Int. J. Plas. 15, 119-138.
- Lorentz E., Drouet G., Hamon F. (2020) Stabilisation numérique d'un modèle de comportement adoucissant par régularisation viscoélastique. Note interne EDF R&D 6125-1724-2020-01606.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)