Calcul de la déformation thermique

Résumé

Ce document est consacré à la présentation du calcul de la déformation thermique. On y indique les informations nécessaires au calcul de la déformation thermique et les diverses possibilités de définition de ces informations par l'utilisateur.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Table des Matières

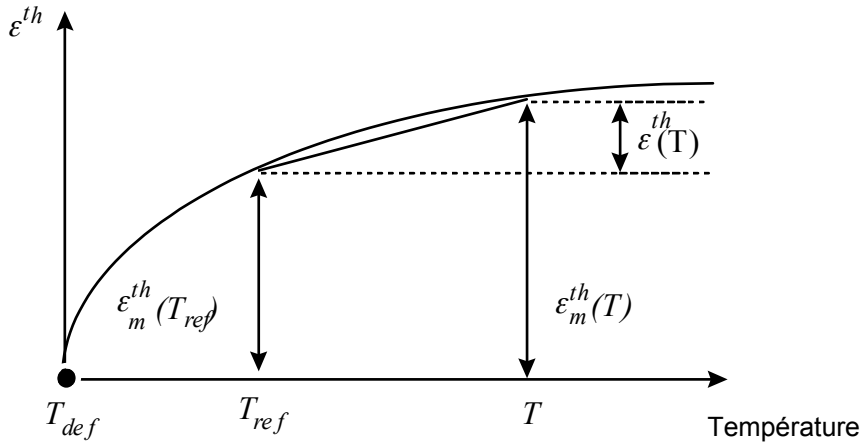
1 Introduction....3
2 Calcul du coefficient de dilatation thermique....4
2.1 A partir de la température de référence....4
2.2 A partir d'une température différente de la température de référence....4
2.2.1 Calcul en des températures différentes de la référence (à une précision près)....4
2.2.2 Calcul en des températures proches de la référence (à une précision près)....4
2.2.3 Calcul de la dérivée du coefficient de la dilatation thermique....5

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Introduction

Les valeurs des coefficients de dilatation sont déterminées par des essais de dilatométrie qui ont lieu à partir de la température ambiante ($0\,°C$ ou plus généralement $20\,°C$). De ce fait, on dispose en général des valeurs du coefficient de dilatation défini par rapport à $20\,°C$ (température à laquelle on suppose la déformation thermique nulle).

Certaines études nécessitent de prendre une température de référence différente de la température ambiante (déformation thermique nulle pour une autre température que la température ambiante). Il faut alors effectuer un changement de repère dans le calcul de la déformation thermique (équation 1 et figure ci-dessous).



$$\varepsilon^{th}(T)=\varepsilon_m^{th}(T)-\varepsilon_m^{th}(T_{ref}) \quad (1)$$

Où ε_m^{th} est la déformation thermique mesurée (définie par rapport à la température ambiante) et ε^{th} est la déformation thermique calculée (définie par rapport à une température de référence).

Dans c*ode_aster*, la déformation thermique est calculée par l'expression suivante :

$$\varepsilon^{th}(T)=\hat{\alpha}(T)(T-T_{ref}) \quad (2)$$

où $\hat{\alpha}(T)$ est le coefficient de dilatation moyen (au sens RCC_M) à la température T déterminé par rapport à la température T_{ref} (T_{ref} étant la température à laquelle on considère que $\varepsilon^{th}(T_{ref})=0$).
En THM, le calcul de la déformation thermique est différent. La déformation thermique s'évalue par la formule suivante:

$$\varepsilon^{th}(T)=\alpha(T-T_{ini}) \quad (3)$$

Le coefficient de dilatation thermique α est forcément une constante. On ne peut pas décaler la courbe. Il faut donc que le coefficient de dilatation thermique ait été évalué à la température ambiante. De plus, la température de référence est donnée par `THM_INIT/TEMP` dans `DEFI_MATERIAU`.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Calcul du coefficient de dilatation thermique

2.1 A partir de la température de référence

Les valeurs du coefficient de dilatation thermique ont été déterminées par des essais de dilatométrie effectués à partir de la température T_{ref} . Dans ce cas, le mot clé TEMP_DEF_ALPHA ne doit pas être spécifié dans la commande DEFI_MATERIAU [U4.23.01]. L'équation 1 se simplifie, puisque $\varepsilon_m^{th}(T_{ref})=0$. D'où :

$$\varepsilon^{th}(T)=\hat{\alpha}(T)(T-T_{ref}) \text{ et } \varepsilon^{th}(T_{ref})=0 \quad (4)$$

Où les valeurs du coefficient de dilatation $\hat{\alpha}(T)$ sont renseignées sous le mot clé ALPHA (ou ALPHA_*) dans DEFI_MATERIAU .

2.2 A partir d'une température différente de la température de référence

Les valeurs du coefficient de dilatation thermique ont été déterminées par des essais de dilatométrie qui ont eu lieu à partir d'une température T_{def} différente de la température de référence T_{ref} .

En effet, en général on dispose des valeurs du coefficient de dilatation défini par rapport à la température ambiante, $0\,°C$ ou plus généralement $20\,°C$, et certaines études nécessitent de prendre une température de référence différente de la température ambiante.

Il faut alors effectuer un changement de repère (par l'équation 1). Dans ce cas, l'utilisateur renseigne sous le mot clé TEMP_DEF_ALPHA de la commande DEFI_MATERIAU, la valeur de la température T_{def} , et sous le mot clé ALPHA (ou ALPHA_*) les valeurs du coefficient de dilatation $\alpha(T)$ (défini par rapport à la température T_{def}). Dans la commande AFFE_MATERIAU sous le mot clé TEMP_REF, il indique la valeur de la température de référence T_{ref} . Le calcul de $\varepsilon^{th}(T)$ se fait en utilisant la formule :

$$\varepsilon^{th}(T)=\alpha(T)(T-T_{def})-\alpha(T_{ref})(T_{ref}-T_{def})=\hat{\alpha}(T)(T-T_{ref}) \text{ et } \varepsilon^{th}(T_{ref})=0 \quad (5)$$

Le calcul de $\varepsilon^{th}(T)$ nécessite le calcul préalable des valeurs de la fonction $\hat{\alpha}(T)$.

La fonction $\hat{\alpha}(T)$ reste définie (ou renseignée) pour les mêmes valeurs de T que $\alpha(T)$ et garde les mêmes attributs (même type d'interpolation ('LIN', 'LOG') et même type de prolongement ('CONSTANT', 'LINEAIRE', 'EXCLUS').

2.2.1 Calcul en des températures différentes de la référence (à une précision près)

On obtient l'expression de $\hat{\alpha}(T_i)$ en utilisant l'équation 5.

$$\hat{\alpha}(T_i)=\frac{\alpha(T_i)(T_i-T_{def})-\alpha(T_{ref})(T_{ref}-T_{def})}{(T_i-T_{ref})} \qquad \forall i \text{ tel que } |T_i-T_{ref}| \geq Prec \quad (6)$$

La valeur de la précision est :

- soit spécifiée par l'utilisateur sous le mot clé PRECISION du mot clé facteur ELAS_FO (commande DEFI_MATERIAU [U4.23.01]),
- soit égale à $1.$: valeur par défaut.

2.2.2 Calcul en des températures proches de la référence (à une précision près)

On ne peut pas utiliser l'équation 5 directement. On dérive l'équation 5 par rapport à la température :

$$\frac{\partial \varepsilon^{th}}{\partial T}=\alpha'(T)(T-T_{def})+\alpha(T)=\hat{\alpha}'(T)(T-T_{ref})+\hat{\alpha}(T) \quad (7)$$

On prend la valeur de la dérivée à la température T_{ref} , on obtient :

$$\hat{\alpha}(T_{ref})=\alpha'(T_{ref})(T_{ref}-T_{def})+\alpha(T_{ref}) \quad (8)$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

On considère que :

$$\hat{\alpha}(T_i)=\hat{\alpha}(T_{ref}) \quad \forall i \text{ tel que } |T_i-T_{ref}| \geq Prec \tag{9}$$

La valeur de la précision est :

- soit spécifiée par l'utilisateur sous le mot clé PRECISION du mot clé facteur ELAS_FO (commande DEFI_MATERIAU [U4.23.01]),
- soit égale à $1.$: valeur par défaut.

Aussi, pour calculer $\hat{\alpha}(T_i)$ il faut au préalable calculer $\alpha'(T_{ref})$.

2.2.3 Calcul de la dérivée du coefficient de la dilatation thermique

Le calcul de la dérivée du coefficient de la dilatation thermique se fait par un algorithme qui traite trois cas.
Premier cas :

$$\forall i \text{ tel que } |T_i-T_{ref}| < Prec \text{ avec } i\neq 1, i\neq N$$
$$\alpha'(T_{ref})=\frac{1}{2}\left(\frac{\alpha(T_{i+1})-\alpha(T_{ref})}{T_{i+1}-T_{ref}}+\frac{\alpha(T_{ref})-\alpha(T_{i-1})}{T_{ref}-T_{i-1}}\right) \tag{10}$$

Deuxième cas :

$$\forall i \text{ tel que } |T_i-T_{ref}| < Prec \text{ avec } i=N$$
$$\alpha'(T_{ref})=\frac{\alpha(T_{ref})-\alpha(T_{i-1})}{T_{ref}-T_{i-1}} \tag{11}$$

Troisième cas :

$$\forall i \text{ tel que } |T_i-T_{ref}| < Prec \text{ avec } i=1$$
$$\alpha'(T_{ref})=\frac{\alpha(T_{i+1})-\alpha(T_{ref})}{T_{i+1}-T_{ref}} \tag{12}$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)