Interaction sol-structure avec variabilité spatiale (opérateur DYNA_ISS_VARI)

Résumé :

Ce document est une notice théorique décrivant les méthodes développées dans l'opérateur DYNA_ISS_VARI. Cet opérateur permet de traiter des problèmes d'interaction sol-structure (ISS) en analyse sismique où on souhaite tenir compte de la variabilité spatiale du champ sismique incident. Dans le cadre d'une étude sismique standard avec interaction sol-structure à l'aide du chaînage *Code_Aster*/MISS3D, on suppose que l'excitation sismique ne varie pas spatialement. Or, la variabilité spatiale peut avoir des effets non négligeables sur la réponses des structures soumises à un séisme. On observe notamment une réduction de la réponse en translation ce qui peut permettre de dégager des marges dans les calculs d'ISS.

DYNA_ISS_VARI permet de calculer la réponse d'une structure soumise à un mouvement sismique variable en espace à partir d'une fonction de cohérence, de la matrice d'impédance et de la force sismique. Ces dernières peuvent être calculées par le logiciel MISS3D. Plus précisément, on construit les vecteurs spectraux de réponse modale (issues d'une décomposition spectrale de la matrice de cohérence) en passant par un calcul harmonique en composantes généralisées. En sortie, on obtient la densité spectrale de la réponse modale (pour une excitation unitaire) ou la réponse temporelle (en accélération).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Table des Matières

1 Introduction....3
2 Description de la commande DYNA_ISS_VARI....4
2.1 Analyse sismique avec ISS dans le domaine des fréquences....4
2.2 Prise en compte de la variabilité spatiale....5
2.2.1 Fonctions de cohérence....6
2.2.2 Modélisation des forces sismiques avec Code_Aster....7
2.2.3 Calcul de fonctions de transfert et de la DSP de réponse....8
2.2.4 Calcul de la réponse temporelle à un séisme....9
2.3 Résultats calculés par DYNA_ISS_VARI....9
3 Autres logiciels : SASSI et CLASSI....11
4 Bibliographie....13
5 Description des versions du document....13

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Introduction

Dans les calculs sismiques avec interaction sol-structure, la pratique courante consiste à considérer un mouvement de champ libre uniforme en tout point de la surface du sol. Les récentes observations de mouvements forts sur des réseaux sismographiques ont pourtant révélé des variations spatiales sur des échelles assez faibles. La prise en compte de la variabilité spatiale du champ incident conduit à un filtrage des mouvements de translation pour les hautes fréquences. L'introduction de la variabilité spatiale peut ainsi conduire à des spectres de plancher réduits.

Le calcul de la réponse se fait en trois étapes :

- Calcul des matrices généralisées de la structure encastrée sur l'interface.
- Détermination des matrices d'impédance d'interface et de la force sismique par MISS3D : Le logiciel MISS3D repose sur une méthode de sous-structuration. Le domaine d'étude est décomposé en sous-domaines - dans notre cas le sol et la structure - couplés entre eux par des interfaces. On applique une méthode de résolution multi-domaines et seules les interfaces entre domaines nécessitent d'être maillées par des éléments finis de frontière. Ceci permet de modéliser la structure (bâtiment) ainsi que les chargements qui lui sont appliqués entièrement par *Code_Aster*. Le code MISS3D, quant à lui, permet de déterminer les impédances d'interface entre sol et structure ainsi que la force sismique exercée par le champ incident au niveau de l'interface. La résolution du problème de dynamique et le post-traitement sont réalisés de nouveau avec *Code_Aster*.
- Résolution du problème de dynamique sur base réduite (issue de la sous-structuration) dans le domaine des fréquences (DYNA_ISS_VARI) et post-traitement.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Description de la commande DYNA_ISS_VARI

L'opérateur DYNA_ISS_VARI [U4.53.31] permet de calculer la réponse d'une structure soumise à un mouvement sismique variable en espace à partir d'une fonction de cohérence, de la matrice d'impédance d'interface et la force sismique. Ces dernières peuvent être calculées à l'aide du chaînage *Code_Aster*/MISS3D, cf. [U2.06.07]. En sortie de DYNA_ISS_VARI, on obtient, en coordonnées généralisées, la densité spectrale de réponse ou une réponse temporelle à une excitation temporelle.

Plus précisément, on construit les vecteurs spectraux de réponse modale (issues d'une décomposition spectrale de la matrice de cohérence) en passant par un calcul harmonique en composantes généralisées. Puis, on détermine la densité spectrale de puissance (DSP) de la réponse modale ou encore la réponse temporelle en composantes généralisées.

Les résultats qu'on peut obtenir en utilisant la commande DYNA_ISS_VARI (pour les cas avec ou sans variabilité spatiale) sont les suivants:

- Calcul de fonctions de transfert entre l'excitation sismique et la réponse de la structure (les fonctions de transfert s'obtiennent en choisissant une excitation par bruit blanc) .
- Calcul de la densité spectrale de réponse pour le cas où l'excitation sismique est donnée par une densité spectrale (le spectre de Kanai–Tajimi est le plus souvent utilisé pour décrire l'excitation sismique, voir aussi [R4.05.02]).
- Calcul de la réponse temporelle en composantes généralisées. La simulation d'une réalisation de réponse temporelle permet ensuite de déterminer des spectres de plancher.

2.1 Analyse sismique avec ISS dans le domaine des fréquences

Le logiciel MISS3D est fondé sur une résolution fréquentielle côté sol ; il permet de déterminer les matrices d'impédances ainsi que la force sismique à l'interface. Le problème d'interaction sol-structure revient à résoudre sur l'interface l'équation de dynamique harmonique :

$$\left[\underbrace{K_b+i\,\omega\,C_b-\omega^2 M_b}_{\text{Equation d'équilibre du bâtiment}}+\underbrace{K_s(\omega)}_{\textit{Impédance d'interface sol}}\right]q(\omega)-\underbrace{f_s(\omega)}_{\text{Force sismique}}=0 \tag{1}$$

Dans l'équation (1), $q(\omega)\in\mathbb{C}^m$ est le vecteur des inconnues généralisées décrivant le déplacement.

Dans les calculs d'ISS avec MISS3D, on doit fournir un accélérogramme en champ libre. La transformée de Fourier de ce signal et la matrice d'impédance calculée par MISS3D permettent de déterminer la force sismique dans le domaine des fréquences, $f_s(\omega)$.

Pour ce qui suit, on définit la fonction de transfert complexe en déplacement $H(\omega)\in Mat_{\mathbb{C}}(m,m)$ comme :

$$H(\omega)f_s(\omega)=q(\omega) \tag{2}$$

Si l'excitation est supposée être un processus stochastique stationnaire gaussien, alors la réponse est également un processus stochastique stationnaire gaussien. Ceci est vrai parce que la fonction de transfert est un filtre linéaire. Ainsi, on peut écrire la relation entre les densités spectrales de la force sismique et de la réponse :

$$H(\omega)S_f(\omega)H^*(\omega)=S_q(\omega) \tag{3}$$

Où H^* désigne le complexe conjugué transposé de H et S_f est la matrice de densité spectrale de la force sismique qui peut être évaluée à partir de L réalisations de la force sismique temporelle $f_s^l(t)$:

$$S_f(\omega)=\frac{1}{2\pi}\frac{1}{L}\sum_{l=1}^{L} f_s^l(\omega)\,f_s^l{}^*(\omega) \quad \text{où} \quad f_s^l(\omega)=\frac{1}{\sqrt{T}}\int_0^T f_s^l(t)\,e^{-i\omega t}\,dt \tag{4}$$

Dans cette expression, T désigne l'intervalle de temps et $W(t)=1/\sqrt{(T)}$ est la fenêtre naturelle sur $[0,T]$ (cf. [bib10]). Il s'agit d'un estimateur non biaisé de la densité spectrale [bib10].

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Remarque :

On peut aussi écrire :

$$S_f(\omega)=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2\pi T}E\left(f_s(\omega)f_s{}^*(\omega)\right)$$

où $E(\cdot)$ *désigne l'opérateur espérance mathématique.*

2.2 Prise en compte de la variabilité spatiale

DYNA_ISS_VARI est fondée sur une description probabiliste du champ sismique incident par sa densité spectrale de puissance (DSP). Cette dernière est généralement construite à l'aide d'un spectre ponctuel et d'une fonction de cohérence spatiale. Ainsi, la densité spectrale croisée du mouvement du sol en champ libre s'écrit :

$$S_u(x,x',\omega)=\gamma(x,x',\omega)S_0(\omega) \quad (5)$$

Où $\gamma(x,x',\omega)$ est la fonction de cohérence du signal sismique entre deux points x et x' et $S_0\in\mathbb{R}$ est la densité spectrale ponctuelle du mouvement sismique en champ libre. On suppose ici que la densité spectrale est définie sur l'intervalle $\Omega=\left[-\omega_s,\ +\omega_s\right]$ et qu'elle est nulle en dehors de cette plage de fréquences. Si on discrétise par rapport à la variable spatiale, x et x', on obtient la matrice de densité spectrale suivante :

$$S_u(\omega)=\boldsymbol{\gamma}(\omega)S_0(\omega)\ \in\mathrm{Mat}_{\mathbb{C}}(m,m) \quad (6)$$

Dans cette expression, $\boldsymbol{\gamma}$ (de dimension $m\times m$) désigne la matrice de cohérence et on note ses composantes $\boldsymbol{\gamma}_{ij}(\omega)=\gamma(x_i,x_j,\omega)$. Les éléments de $S_u(\omega)=\left[S_{ij}(\omega)\right]\in Mat(m,m)$ sont les densités spectrales croisées, $S_{ij}(\omega)=S(x_i,x_j,\omega)$, m étant le nombre de points de discrétisation spatiale. En général, on suppose que le champ sismique incident est homogène, c'est-à-dire que la description stochastique du champ dépend uniquement de la distance, $d=|x-x'|$, mais qu'elle est indépendante de la position spatiale.

Le calcul de la réponse sismique s'appuie sur la décomposition spectrale de la matrice de cohérence $\boldsymbol{\gamma}(\omega)$. Précisons qu'il s'agit d'une décomposition spectrale par rapport à la variable spatiale et non par rapport à la variable temps. Ainsi, on a :

$$S_u(\omega)=\Phi(\omega)\Lambda(\omega)\Phi^*(\omega)S_0(\omega) \quad (7)$$

Où Φ est une matrice contenant les vecteurs propres φ_k de la matrice de cohérence $\boldsymbol{\gamma}$ et Λ est la matrice diagonale contenant les valeurs propres, $\Lambda=diag(\lambda_k),\ k=1,\dots m$. Par la suite, on parlera de modes POD (Proper Orthogonal Decomposition) pour désigner les φ_k. Ceci permet de les distinguer des modes mécaniques. A partir de l'expression de l'équation (7), on définit :

$$s_u^k(\omega)=\varphi_k(\omega)\sqrt{\lambda_k(\omega)}\sqrt{S_0(\omega)},\ \ \forall\omega\in\Omega \quad (8)$$

Sachant que $S_u(\omega)=\sum_{k=1}^{m}s_u^k(\omega)s_u^k{}^*(\omega)$. La densité spectrale de la force sismique s'obtient à partir du mouvement à l'interface du sol par la fonction de transfert $G(\omega)$ matricielle :

$$S_f(\omega)=G(\omega)S_u(\omega)G^*(\omega) \quad (9)$$

Et ainsi :

$$s_f^k(\omega)=G(\omega)\varphi_k(\omega)\sqrt{\lambda_k(\omega)}\sqrt{S_0(\omega)},\ \ \forall\omega\in\Omega \quad (10)$$

Dans les études d'ISS avec *Code_Aster*, la fonction de transfert $G(\omega)$ est calculée par MISS3D, ceci est décrit plus en détail dans la section §2.2.1.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

L'expression (10) est l'entrée pour l'analyse sismique traditionnelle, voir équation (7). Le modèle est « réduit » si on peut tronquer expression (10) à $K \leq m$ modes POD.
Comme on vient de le voir, le calcul des forces sismiques avec variabilité spatiale du champ incident implique une décomposition spectrale de la matrice de cohérence γ . Pour la suite des calculs, on ne retient qu'on nombre réduit de modes POD, à savoir $K \leq m$ modes. Le paramètre précision donne la part de « l'énergie » de la matrice qu'on conserve en ne retenant qu'un nombre réduit de vecteurs et valeurs propres de γ . Si l'on désigne par K le nombre de modes POD retenus (on retient les K plus grandes valeurs propres), on a :

$$\text{precision} = \frac{\sum_{i=1}^{K} \lambda_i^2}{\sum_{i=1}^{M} \lambda_i^2} \tag{11}$$

La valeur de $0{,}999$ est prise par défaut pour la précision.

2.2.1 Fonctions de cohérence

La fonction de cohérence dépend de la distance de séparation d entre deux points x et x' et de la fréquence. En général, on l'exprime par un terme de module et un terme de phase :

$$\gamma(d,\omega) = |\gamma(d,\omega)| \exp(-i\theta(\omega,d)) \tag{12}$$

Le terme $\exp(-i\theta(\omega,d))$ représente le déphasage du aux différents temps d'arrivée des ondes. Le terme d'amplitude correspond à « l'incohérence pure ». Il peut être évalué à partir des DSP (autospectres et interspectres) aux points x et x' :

$$|\gamma(d,\omega)|^2 = \frac{S(\omega,x,x')^2}{S(\omega,x)S(\omega,x')} \tag{13}$$

Les fonctions de cohérence actuellement disponibles dans DYNA_ISS_VARI sont la fonction de cohérence de Mita&Luco et la fonction de cohérence de Abrahamson (pour le rocher). On n'introduit pas de terme de phase.

La fonction de cohérence de Mita & Luco [bib5, bib6] s'écrit :

$$\gamma(d,f) = \exp\left[-\left(\frac{\alpha\,\omega\,d}{v_s}\right)^2\right] \tag{14}$$

Dans cette expression, v_s est la vitesse de propagation de l'onde SH (typiquement $200-1000\ m/s$) et le paramètre α peut varier de $0{,}1$ à $0{,}5$ en fonction des cas mais est généralement pris égal à $0{,}5$. Si on choisit $\alpha = 0.0$, alors on effectue un calcul sans variabilité spatiale.
On voit que la longueur de corrélation pour la fonction de cohérence de Mita et Luco [bib5, bib6], est caractérisée par l'expression $(\omega\alpha/v_s)^{-1}$.
La fonction de cohérence de Abrahamson générique [bib9] s'écrit, pour $\omega = 2\pi f$:

$$\gamma(d,f) = \left[1+\left(\frac{f\tanh(a_3 d)}{f_c\, a_1}\right)^{n1}\right]^{-0.5}\left[1+\left(\frac{f\tanh(a_3 d)}{f_c\, a_2}\right)^{n2}\right]^{-0.5} \tag{15}$$

Avec les valeurs suivantes des paramètres pour le mouvement horizontal :

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$$\begin{aligned} f_c &= -1{,}886 + 2{,}221 \ln\left(4000/(d+1)+1{,}5\right) \\ n_1 &= 7{,}02 \\ n_2 &= 5{,}1 - 0{,}51 \ln(d+10) \\ a_1 &= 1{,}647 \\ a_2 &= 1{,}01 \\ a_3 &= 0{,}4 \end{aligned} \tag{16}$$

La fonction de cohérence de Abrahamson pour un rocher ou un sol moyen (EPRI 1015110, 2007) s'écrit, pour $\omega = 2\pi f$:

$$\gamma(d, f) = \left[1 + \left(\frac{f \tanh(a_3 d)}{f_c(d)\, a_1}\right)^{n1(d)}\right]^{-0.5} \left[1 + \left(\frac{f \tanh(a_3 d)}{a_2}\right)^{n2}\right]^{-0.5} \tag{17}$$

Pour le rocher, on a les valeurs suivantes des paramètres pour le mouvement horizontal :

$$\begin{aligned} f_c &= 27{,}9 + 4{,}82 \ln(d+1) + 1{,}24\left(\ln((d+1) - 3{,}6)\right)^2 \\ n_1 &= 3{,}8 - 0{,}04 \ln(d+1) + 0{,}0105\left(\ln((d+1) - 3{,}6)\right)^2 \\ n_2 &= 16{,}4 \\ a_1 &= 1{,}0 \\ a_2 &= 40 \\ a_3 &= 0{,}4 \end{aligned} \tag{18}$$

Cette fonction de cohérence est un modèle empirique recalé à partir des 78 séismes enregistrés à Pinyon Flat (USA) par Abrahamson. Il est utilisé également pour d'autre types de sol pour lesquels il est considéré comme conservatif.

Pour le sol moyen, on a les valeurs suivantes des paramètres pour le mouvement horizontal :

$$\begin{aligned} f_c &= 14{,}3 + 2{,}35 \ln(d+1) \\ n_1(d) &= 2 \\ n_2 &= 15 \\ a_1 &= 1{,}0 \\ a_2 &= 15{,}8 - 0{,}044\, d \\ a_3 &= 0{,}4 \end{aligned} \tag{19}$$

2.2.2 Modélisation des forces sismiques avec *Code_Aster*

Cas d'une fondation rigide

Les modes d'interface sont les six modes de corps rigide. La force sismique modale calculée par MISS3D s'écrit alors pour une excitation unitaire (bruit blanc) :

$$f_s(\omega) = K_s(\omega) x_0 \tag{20}$$

Où $K_s(\omega)$ est la matrice d'impédance modale et $x_0 = (1.,0.,0.,0.,0.,0.)$ pour une excitation sismique en direction x, $x_0 = (0.,1.,0.,0.,0.,0.)$ pour une excitation sismique en y et $x_0 = (0.,0.,1.0.,0.,0.,0.)$ pour un séisme vertical. La force sismique est non nulle uniquement pour la composante modale dans la direction du séisme (x, y, z). De même, la fonction de cohérence est construite uniquement pour les degrés de liberté de translation dans la direction du séisme. Les autres degrés de liberté ne sont pas affectés.
Pour tenir compte de la variabilité spatiale, on détermine la participation modale pour chaque mode POD caractérisant la variabilité spatiale :

$$f_s^k(\omega) = K_s(\omega) \Theta^T s_u^k \tag{21}$$

Où Θ est la matrice contenant les modes (mécaniques) d'interface.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Cas d'une fondation souple

Les modes d'interface sont les $d \times 6$ modes unitaires relatifs aux d nœuds de l'interface. La force sismique modale calculée par MISS3D s'écrit alors :

$$f_s(\omega) = K_s(\omega)\, x_0 \tag{22}$$

x_0 est le vecteur de participation modale comportant des 1 pour des degrés de liberté relatifs à la direction du séisme et des zéros pour les autres directions. De même, la force sismique et la fonction de cohérence sont non nulles uniquement pour les degrés de liberté dans la direction du séisme. On construit la matrice de cohérence et ensuite les vecteurs s_u^k pour les degrés de liberté dans la direction du séisme :

$$f_s^k(\omega) = K_s(\omega)\, s_u^k \tag{23}$$

Cas d'une fondation « quelconque »

Dans ces cas, correspondant soit à une fondation enfoncée, soit à un cas d'interaction sol-fluide-structure, soit à un cas où les modes d'interface sont des modes quelconques différents de modes unitaires relatifs aux nœuds de l'interface, le vecteur de participation modale x_0 n'est plus lui-même unitaire, ni indépendant de la fréquence et on n'a plus identité entre les coordonnées physiques et modales de l'interface.
La force sismique modale calculée par MISS3D s'écrit alors :

$$f_s(\omega) = K_s(\omega)\, x_0(\omega) \tag{24}$$

$x_0(\omega)$ le vecteur de participation modale s'obtient donc par inversion de la force sismique $f_s(\omega)$ par rapport à l'impédance de sol $K_s(\omega)$; le vecteur physique sur l'interface correspondant $X_0(\omega)$ s'écrit alors : $X_0(\omega) = \Theta\, x_0(\omega)$ où Θ est la matrice contenant les modes (mécaniques) d'interface.
Pour tenir compte de la variabilité spatiale, on détermine la contribution physique sur l'interface pour chaque mode POD caractérisant la variabilité spatiale :

$$X_u^k(\omega) = X_0(\omega)\, s_u^k \tag{25}$$

Le vecteur physique sur l'interface $X_u^k(\omega)$ correspond à un vecteur de participation modale $S_u^k(\omega)$ tel que : $X_u^k(\omega) = \Theta\, S_u^k(\omega)$ où Θ est la matrice contenant les modes (mécaniques) d'interface. Alors la force sismique correspondante s'exprimera ainsi :

$$f_s^k(\omega) = K_s(\omega)\, S_u^k(\omega) \tag{26}$$

2.2.3 Calcul de fonctions de transfert et de la DSP de réponse

Par filtrage linéaire, on obtient :

$$s_q^k(\omega) = H(\omega)\, s_f^k(\omega) \tag{27}$$

Ce qui permet de reconstruire la matrice de densité spectrale de réponse comme :

$$S_q(\omega) = \sum_{k=1}^{K \le m} s_q^k\, (s_q^k)^* \tag{28}$$

Le modèle est réduit si on peut tronquer expression (28) à $K \le m$ modes POD.
Pour une excitation par bruit blanc, on obtient directement la DSP de la fonction de transfert en sortie.
Remarque :

Sans variabilité spatiale le champ sismique et ainsi la force sismique sont les mêmes pour l'ensemble des nœuds de l'interface (la fondation) :

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$$S_u(x,x',\omega)=S_0(\omega)$$

Attention : En l'état actuel, DYNA_ISS_VARI peut uniquement traiter le cas d'une fondation superficielle. Quant aux modes d'interface, on peut choisir entre une modélisation par les 6 modes de corps rigide (fondation rigide), des modes d'interface quelconques (fondation souple) et une modélisation par tous les modes EF (fondation souple).

2.2.4 Calcul de la réponse temporelle à un séisme

De manière générale, Il est possible de simuler des trajectoires d'un processus stationnaire Gaussien dont on connaît la DSP en utilisant le théorème de la représentation spectrale.

On pourrait donc obtenir une réalisation la réponse structurale temporelle (processus stochastique caractérisé par sa densité spectrale $S_q(\omega)$) par la formule (cf. [bib4]) :

$$q(t)=\sum_k \sum_{n=0}^{N_T} H(\omega_n) G(\omega_n) e^{i\omega_n t} \varphi_k(\omega_n) \sqrt{\lambda_k(\omega_n)} \sqrt{S_0(\omega_n)} \xi_n^k \sqrt{\Delta\omega} \quad (29)$$

où les ξ_n^k sont des variables aléatoires complexes indépendantes de loi normale centrée réduite et où $\Delta\omega$ désigne le pas de fréquence (constant), ω_n, $n=1,N_T$ sont les fréquences issues de la discrétisation. Sous l'hypothèse qu'on peut approcher la densité spectrale ponctuelle à l'aide d'un nombre d'accélérogrammes, on a :

$$S_0^L(\omega)=\frac{1}{2\pi}\frac{1}{L}\sum_{l=1}^{L} u_0^l(\omega).u_0^l*(\omega) \quad (30)$$

Où $u_0(\omega)$ est obtenu à partir de de l'accélérogramme $u(t)$ en champ libre :

$$u_0(\omega)=\frac{1}{\sqrt{T}}\int_0^T u_0(t) e^{-i\omega t} dt \quad (31)$$

Ici, on n'utilise pas cette méthode de génération de signaux à partir de leur DSP car on travaille avec des processus non stationnaires dont on connaît une réalisation, à savoir l'accélérogramme en entrée du calcul mécanique. Étant donné ce contexte, on se place plutôt dans un cadre déterministe de filtrage de signaux. Ainsi, on introduit un filtre déterministe modélisant l'effet de l'incohérence spatiale. Ce filtre est donné par la matrice $\Phi(\omega)\Lambda(\omega)^{1/2}$. On peut ainsi calculer la réponse en fréquence et obtenir la réponse temporelle par FFT inverse. La réponse en fréquence s'écrit :

$$q(\omega)=\sum_k H(\omega) G(\omega) \phi_k(\omega \sqrt{\lambda_k(\omega)} u_0(\omega) \quad (32)$$

En considérant l'équation (32), on peut vérifier que la densité spectrale de la réponse q est celle donnée par l'équation (28). Le modèle est « réduit » si on peut tronquer l'expression (28) à $K \le m$ modes POD.

2.3 Résultats calculés par DYNA_ISS_VARI

En résumé, l'opérateur DYNA_ISS_VARI permet d'obtenir les résultats suivants :

- Calcul de la densité spectrale de la réponse modale pour une excitation sismique unitaire (en déplacement). Afin d'obtenir la réponse à une excitation sismique, on multiplie la DSP obtenu pour une excitation unitaire par le spectre modélisant l'excitation (Kanai–Tajimi ou autre).
- Calcul des fonctions de transfert pour une excitation sismique unitaire (en déplacement). Les fonctions de transfert sont données par la racine du module des auto-spectres de réponse, $\sqrt{\left|\left[S_v(\omega)\right]_{ii}\right|}$ (racine de la valeur absolue de l'auto-spectre [bib9] en coordonnées physiques).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

En comparant les fonctions de transfert avec et sans variabilité spatiale, on peut déterminer des marges liées à l'incohérence du signal sismique (cf. aussi [bib8]: facteur de marge « incohérence » dans les EPS sismique).

- Calcul des spectres de plancher par l'intermédiaire de la réponse transitoire (FONC_SIGNAL doit être renseigné). DYNA_ISS_VARI permet de calculer la réponse transitoire en accélération. Les spectres de réponse d'oscillateur (SRO) pour un plancher peuvent être obtenus en post-traitement.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Autres logiciels : SASSI et CLASSI

Les deux outils les plus utilisés pour faire des calculs d'ISS avec variabilité spatiale pour le nucléaire sont les logiciels CLASSI et SASSI. La méthode implantée dans *Code_Aster* est proche de celle de SASSI [bib8, bib9].

Tout comme DYNA_ISS_VARI dans *Code_Aster*, SASSI permet d'une part de déterminer des fonctions de transfert (excitation unitaire) et d'autre part de calculer des réponses temporelles tenant compte de la variabilité spatiale.
Le calcul des fonctions de transfert se fait selon le même principe dans les deux codes (*Code_Aster* et SASSI): on effectue une décomposition spectrale (POD) de la matrice de cohérence, on détermine la réponse mode POD par mode POD afin d'en recomposer la DSP de réponse comme décrit dans cette note.
Pour le calcul de réponses temporelles, il y a une différence entre la méthodologie SASSI et l'implémentation dans Code_Aster. plus précisément, SASSI introduit une phase aléatoire pour chaque mode POD [bib9] :

$$q(\omega)=\sum_k H(\omega)\,G(\omega)\,\phi_k(\omega)\sqrt{\lambda_k(\omega)}\,e^{i\,\eta^k(\omega)}\,u_0(\omega) \qquad (33)$$

Où les $\eta^k(\omega)$ sont des variables aléatoires uniformes sur l'intervalle $[-\pi,\pi]$. On détermine ensuite m réponses et m SRO pour en retenir la moyenne. Or, l'introduction de la phase aléatoire n'est pas utile si on considère le problème comme un problème de filtrage (déterministe) d'un signal déterministe (l'accélérogramme) comme décrit ci-dessus. On peut vérifier en outre que l'espérance de l'expression (33) est égale à l'expression (32).

La méthode utilisée par CLASSI est différente, dans la mesure où on reste dans le cadre de la dynamique stochastique classique: on résout un problème de filtrage linéaire (comme c'est le cas pour DYNA_ISS_VARI quand aucun signal sismique est donné). La DSP de l'excitation sismique est approchée directement à l'aide d'un algorithme faisant l'équivalence entre la DSP et le SRO. Le SRO de réponse est obtenu de la même manière à partir de la DSP de réponse, à savoir en déterminant le SRO correspondant à la DSP de réponse calculée [bib9].

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Bibliographie

1) D. CLOUTEAU : Manuel utilisateur de MISS3D - MISS2D, révision 6.3, par (LMSSMat École Centrale de Paris).

2) V. GUYONVARH - G. DEVESA : Méthodes de calcul des excitations sismiques aux ouvrages du CPP N4. HP-52/99/006/A, 1999.

3) V. GUYONVARH - G. DEVESA : Méthodes pour considérer l'interaction sol-structure sur l'îlot nucléaire EPR avec le Code_Aster et MISS3D . HP-62/00/007/A, 2007.

4) I. ZENTNER: Proposition d'une méthode pour prendre en compte la variabilité spatiale du champ sismique incident. Note EDF R&D H-T61-2006-02 165, 2007.

5) J.E. LUCO - H.L. WONG : Response of a rigid foundation to a spatially random ground motion. Earthquake Engrg. Struct. Dyn. 14, 1986, pp.891-908.

6) J.E. LUCO - A. MITA : Response of a circular foundation to spatially random ground motion. J. Engrg. Mech. 113, 1987, pp.1-15.

7) EPRI : Soil-structure interaction analysis incorporating spatial incoherence of ground motion. Rapport TR-102631 2225, Palo Alto CA, 1997.

8) EPRI : Seismic Probabilistic Risk Assessment Implementation Guide, Final Report 1002989, 2003.

9) EPRI :Program on technology innovation: Validation of CLASSI and SASSI codes to treat seismic wave incoherence in soil-structure interaction (SSI) analysis of nuclear power plant structures. rapport EPRI 101511, Palo Alto, CA, 2007.

10) C. SOIZE - Méthodes mathématiques en analyse du signal . Masson, Paris 1993.

11) F. POIRION et C. SOIZE - Simulation numérique de champs vectoriels stochastiques gaussiens homogènes et non-homogènes. La Recherche Aérospatiale 1, 1989, pp.41-61.

12) A. PREUMONT - The generation of non-separable artificial earthquake accelerograms for the design of nuclear power plants . Nuclear Engineering and Design 88, 1985.

13) M.B. PRIESTLEY **-** Evolutionary spectra and nonstationary processes . J. Royal Statistical Society 27(2), 1965, pp.204-237.

14) F. WANG - Effet de la variation spatiale du mouvement sismique sur les spectres de plancher . Rapport technique CEA, SEMT/EMSI/RT /99-064, 2000.

5 Description des versions du document

Version Aster	Auteur(s) Organisme(s)	Description des modifications
10.2	I .ZENTNER EDF-R&D/AMA	Texte initial
10.4	I .ZENTNER, F.VOLDOIRE EDF-R&D/AMA	Petites corrections.
13.2	I .ZENTNER EDF-R&D/AMA	Ajout de la fonction d'Abrahamson

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)