ADLV301 – Problème de couplage cavité-plaque

Résumé :

L'objectif de ce cas-test est de calculer les champs de pression dans une cavité dont une des parois est flexible, les autres parois étant parfaitement rigides. L'excitation est mécanique et consiste en une force normale ponctuelle appliquée sur la paroi flexible.

Les éléments finis vibro-acoustiques sont utilisés (modélisation A : 3D_FLUIDE et FLUI_STRU)

Les conditions aux limites sont purement mécaniques. Elles permettent de créer une déformée sur la paroi flexible, déformée qui est à la source du champ acoustique dans la cavité. La transmission entre la plaque et le champs de cavité est gérée par des éléments d'interface « fluide-structure », propres à la modélisation par éléments finis vibro-acoustiques.

Les dimensions de la cavité sont suffisamment grandes et l'épaisseur de la plaque est faible de façon à observer un effet de couplage non-négligeable. De plus, l'excitation est décentrée afin de créer un champ de déplacement sur la plaque et un champ acoustique dans la cavité qui soient tri-dimensionnels.

Une solution analytique exacte existe. Ce cas-test permet donc de valider la prise en compte du couplage fluide-structure. D'autre part, ce cas-test valide le calcul de pression acoustique dans les éléments finis vibro-acoustiques.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

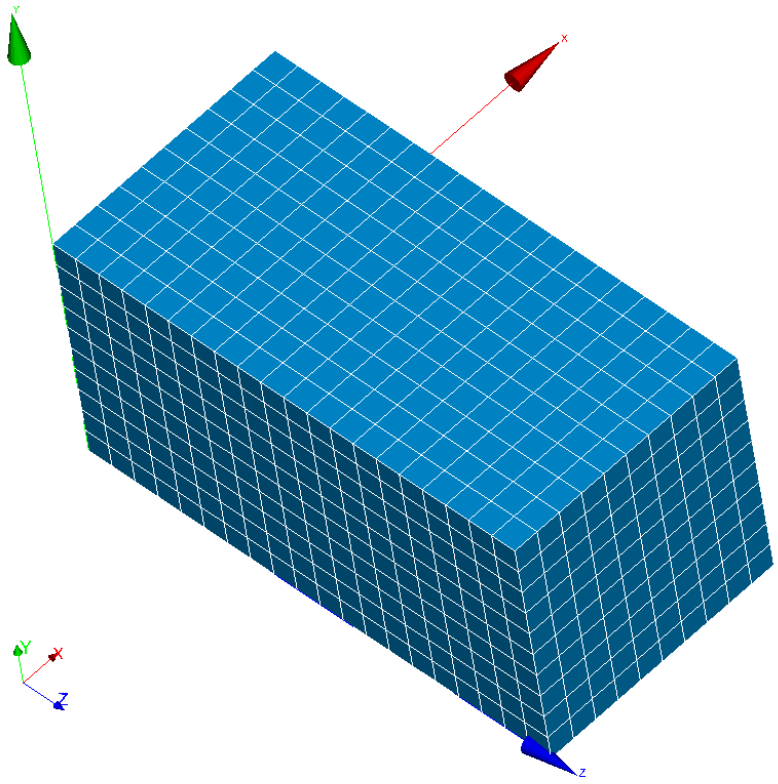


Figure 1.1 Géométrie du problème et système de chargement

Cavité parallélipipédique :

- longueur : $l_x = 1.0\,m$
- hauteur : $l_y = 1.0\,m$
- largeur : $l_z = 2.0\,m$

Coordonnées des points :

- $N1$: $x = 0.6$, $y = 0.4$, $z = 0.0$
- $N2$: $x = 0.5$, $y = 0.5$, $z = 1.0$
- $N3$: $x = 0.5$, $y = 0.5$, $z = 2.0$

1.2 Propriétés du matériau

Les propriétés matérielles du fluide sont celles de l'air :

$c_F = 340\,\mathrm{m.s^{-1}}$	Vitesse du son
$\rho_F = 1.2\,\mathrm{kg.m^{-3}}$	Densité

Les propriétés matérielles de la plaque sont celles de l'acier :

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$E=2.1\times10^{11}\,\mathrm{Pa}$	Module d'Young
$\nu=0.3$	Coefficient de Poisson
$\rho_S=7800.0\,\mathrm{kg.m^{-3}}$	Masse volumique
$t=0.005\,\mathrm{m}$	Épaisseur

1.3 Conditions aux limites et chargements

Déplacement imposé:

Paroi de la plaque	$DX=0$, $DY=0$, $DZ=0$

Chargement imposé :

Point $N1$	$F_z=1\,\mathrm{N}$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

La solution de référence pour le problème de la représentation modale de la plaque est donnée dans [1].

La solution de référence pour le problème de la représentation modale de la cavité est donnée dans [2].

L'intégration de ces deux modèles et la prise en compte de leur interaction mutuelle mène à une solution modale couplée dont les équations sont décrites ci-après (voir aussi [3]).

Le problème consiste en l'évaluation de la réponse dynamique d'une plaque rectangulaire élastique couplée à une cavité acoustique parallélépipédique, et soumise à une force ponctuelle transversale. La géométrie du système envisagé est représentée à la page précédente.

La plaque a une épaisseur t et est constituée d'un matériau caractérisé par les constantes mécaniques usuelles : module de Young E, facteur de perte structurel η_S, coefficient de Poisson ν et densité ρ_S. Le fluide est caractérisé par une densité ρ_F, une vitesse du son c_F et un facteur de perte η_F.

La force ponctuelle (amplitude F) est appliquée à la position (x_F, y_F).

Les pulsations propres et les modes propres de la structure sont calculés par les expressions suivantes ($m, n = 1,2,3,...$) :

$$\omega_{mn}^S = \left(\frac{D}{\rho_S t}\right)^{1/2} \left(\left(\frac{m\pi}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{L_y}\right)^2\right) \text{ avec } D = \frac{E t^3}{12(1-\nu^2)}$$

$$\Phi_{mn}^S(x,y) = A_{mn}^S \sin\left(\frac{m\pi x}{L_x}\right) \sin\left(\frac{n\pi x}{L_y}\right)$$

Le coefficient A_{mn}^S est choisi de façon à ce que le mode qui lui est relatif, soit orthonormalisé par rapport à la masse structurelle :

$$\int_0^L \int_0^L \rho_s \left(\Phi_{mn}^S(x,y)\right)^2 t \, dx \, dy = 1$$

Ce qui conduit à la valeur suivante pour A_{mn}^S : $A_{mn}^S = \frac{2}{(\rho_S t L_x L_y)^{1/2}}$

Les pulsations propres et les modes propres acoustiques sont calculés en faisant l'hypothèse de parois rigides pour la cavité et conduisent aux expressions suivantes ($i, j, k = 0,1,2,...$) :

$$\omega_{ijk}^F = c\left(\left(\frac{i\pi}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{j\pi}{L_y}\right)^2 + \left(\frac{k\pi}{L_z}\right)^2\right)^{1/2}$$

$$\Phi_{ijk}^F(x,y,z) = A_{ijk}^F \cos\left(\frac{i\pi x}{L_x}\right) \cos\left(\frac{j\pi y}{L_y}\right) \cos\left(\frac{k\pi z}{L_z}\right)$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Le coefficient A_{ijk}^F est évalué par la condition de normalisation par rapport à la masse acoustique :

$$\int_0^L \int_0^L \int_0^L \frac{1}{\rho_F c_F^2} \left(\Phi_{ijk}^F(x,y,z)\right)^2 \, \mathrm{dx\,dy\,dz} = 1$$

et donc A_{ijk}^F vaut : $A_{ijk}^F = \left(\frac{\rho_F c_F^2}{L_x' L_y' L_z'} \right)^{1/2}$

avec :

$$\begin{array}{lll} L_x' = L_x \text{ si } i=0 & L_y' = L_y \text{ si } j=0 & L_z' = L_z \text{ si } k=0 \\ \quad = 0 \text{ si } i>0 & \quad = 0 \text{ si } j>0 & \quad = 0 \text{ si } k>0 \end{array}$$

Le système couplé est décrit par les équations suivantes :

$$\begin{bmatrix} \Lambda_S & \mathrm{E} \\ \omega^2 \mathrm{E}^T & \Lambda_F \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X_S \\ X_F \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F^S \\ 0 \end{pmatrix}$$

avec :

- X_S et X_F sont les facteurs de participation modaux structurels et acoustiques respectivement ;
- $\Lambda_S = \mathrm{diag}\left\{ \left(\omega_{mn}^S\right)^2 - \omega^2 \right\}$
- $\Lambda_F = \mathrm{diag}\left\{ \left(\omega_{ijk}^F\right)^2 - \omega^2 \right\}$
- $F^S = \Phi_{mn}^S(x_F, y_F) \cdot F$
- $\mathrm{E}_{\{mn\}\{ijk\}} = \int_0^L \int_0^L \Phi_{mn}^S(x,y) \Phi_{ijk}^F(x,y,0) \, \mathrm{dx\,dy} = A_{mn}^S A_{ijk}^F c_x c_y$
- $c_x = -\frac{L_x}{\pi} \left(\frac{\cos(m-i)\pi}{2(m-i)} + \frac{\cos(m+i)\pi}{2(m+i)} \right)$
- $c_y = -\frac{L_y}{\pi} \left(\frac{\cos(n-j)\pi}{2(n-j)} + \frac{\cos(n+j)\pi}{2(n+j)} \right)$

La réponse dynamique couplée (déplacement u pour la structure et pression acoustique p pour le fluide) peut alors être calculée par :

$$u(x,y) = \sum_{m,n} \Phi_{mn}^S(x,y) X_{mn}^S$$
$$p(x,y,z) = \sum_{i,j,k} \Phi_{ijk}^F(x,y,z) X_{ijk}^F$$

2.2 Résultats de référence

On calcule la pression aux points $N1$, $N2$, $N3$.

2.3 Incertitude sur la solution

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Solution analytique.

2.4 Références bibliographiques

[1] Rayonnement acoustique des structures, Vibroacoustique, Interaction fluide-structure, p. 27 de Claude Lesueur – Collection de la direction des Etudes et Recherches d'EDF.
[2] Rayonnement acoustique des structures, Vibroacoustique, Interaction fluide-structure, p. 80 de Claude Lesueur – Collection de la direction des Etudes et Recherches d'EDF.
[3] Derivation of a reference solution for a Cavity-Plate problem par J.-P. Coyette de Numerical Integration Technologies – Note interne.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation A

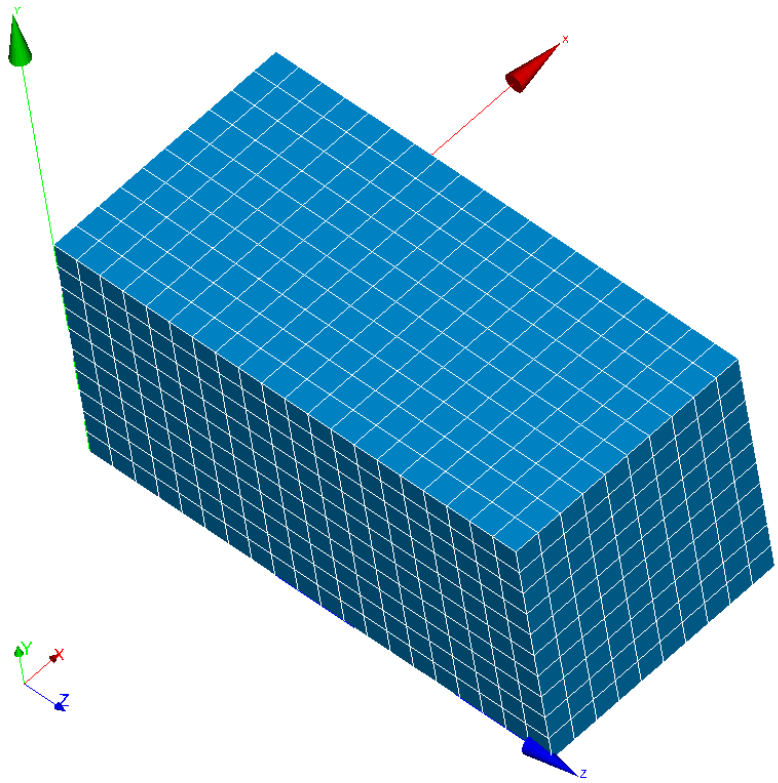


Figure 3.1. Maillage de la modélisation A

Modélisation 3D_FLUIDE et FLUI_STRU.

Découpage : 10 éléments suivant l'axe x ;
10 éléments suivant l'axe y ;
20 éléments suivant l'axe z.

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 2541
Nombre de mailles et types : 2000 HEXA8 et 1100 QUAD4

3.3 Grandeurs testées et résultats

Fréquence 100 *Hz* :

Position	Valeur référence	% différence
NI	−0.0584+0. i	18 %

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

N2	$-0.02536+0.\ i$	2 %
N3	$0.09224+0.\ i$	0.2 %

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Synthèse des résultats

Les résultats sont satisfaisants mais la pression calculée au droit du point d'application de la charge reste néanmoins imprécise.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)