ADLS102 - Oscillateur fluidélastique méridien

Résumé :

L'objectif est de calculer le déplacement du piston d'un « oscillateur fluide-élastique méridien ».
Il s'agit d'un piston-ressort couplé avec un fluide contenu dans un canal à parois rigides et fixes ; le canal est traversé par une onde de dépressurisation.

On considère le problème plan de ce modèle méridien. Ce problème bidimensionnel est ramené à un problème monodimensionnel en considérant par approximation que les vitesses d'écoulement transversal induites par le mouvement du piston se transmettent instantanément en vitesses axiales.

Une seule modélisation est utilisée. Le calcul des modes est en formulation $\boldsymbol{u}, p, \phi$.
On utilise donc des éléments 2D ; ces éléments sont basés sur des mailles QUAD4 pour le fluide et pour le piston, sur des mailles SEG2 pour l'interface entre fluide et piston pour prendre en compte l'interaction fluide structure (PHENOMENE='MECANIQUE', MODELISATION='2D_FLUI_STRU').

Les conditions aux limites de non retour de l'onde sont réalisées en modélisant un piston amortisseur à chaque extrémité ; l'excitation est réalisée en appliquant une dépression sur le piston d'entrée.

Le fluide que l'on considère est l'eau (chaude), le modèle schématisant l'interaction fluide-structure dans l'espace annulaire entre cuve et enveloppe de cœur lors d'une dépressurisation rapide.

Une solution analytique exacte existe. Sa comparaison avec les résultats produits par *Code_Aster* permet de valider la prise en compte du couplage fluide structure en 2D.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

On décrit ci-dessous le modèle d'oscillateur fluidélastique méridien schématisant l'interaction fluide-structure dans l'espace annulaire cuve-enveloppe de cœur.
L'oscillateur fluide élastique méridien est un modèle de l'espace annulaire cuve-enveloppe de cœur de réacteur; il est constitué d'un oscillateur (piston latéral-ressort figurant une paroi mobile) couplé avec un fluide compressible contenu dans un canal à parois rigides et fixes.
Le canal est traversé par une onde de dépressurisation.
La figure [Figure 1.1-a] ci-dessous illustre le modèle décrit.

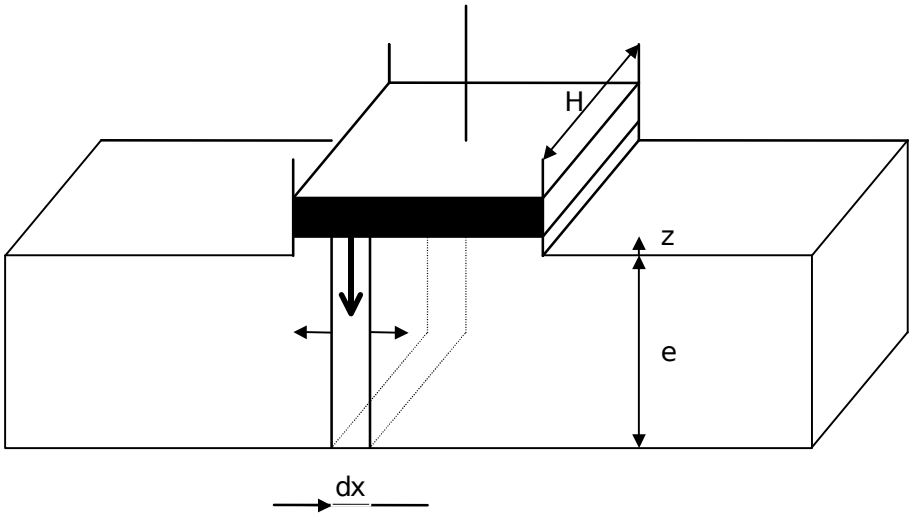


Figure 1.1-a : Schéma global de l'oscillateur fluide-élastique méridien

Le canal est de section rectangulaire de dimensions $e \times H$ le piston latéral rigide se déplace selon z perpendiculairement à une paroi.
Une onde de dépressurisation arrive par la gauche ; en se dirigeant vers la droite (sans possibilité de retour) cette onde aspire le piston qui, par son déplacement résultant, génère des ondes se propageant vers les extrémités du conduit, supposé infiniment long pour qu'il n'y ait pas de réflexion.

On conçoit une modélisation bidimensionnelle de ce système, représentée à la figure [Figure 1.1-b] ci-dessous :

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

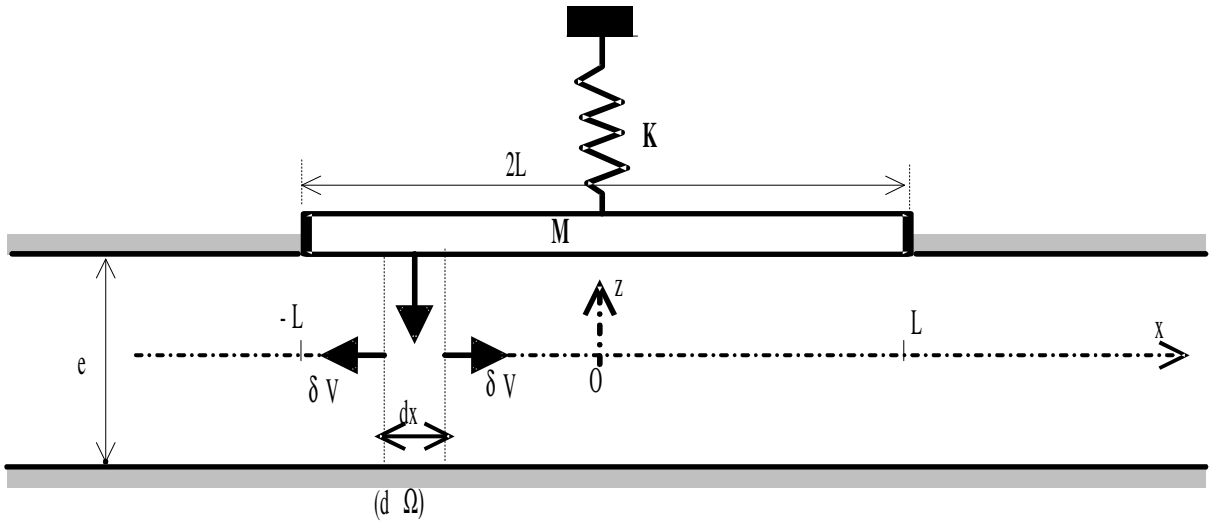


Figure 1.1-b : Représentation mécanique bidimensionnelle théorique

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Ses caractéristiques géométriques sont les suivantes :

longueur piston de paroi	$2L = 5{,}0\,m$
hauteur de fluide	$e = 0{,}5\,m$
largeur de fluide	$H = 1{,}0\,m$
section de fluide	$S = e\,.\,H$

1.2 Propriétés des matériaux

Les caractéristiques physiques du matériau fluide (eau chaude) dans le tube sont les suivantes :
masse volumique $\rho_f = 0.75 \cdot 10^3\, kg/m^3$,
célérité du son $c_f = 10^3\, m/s$.

Les caractéristiques physiques des matériaux constituant le piston de paroi et les pistons d'extrémité n'ont qu'un rôle formel dans le calcul de *Code_Aster*.
Ces caractéristiques physiques de matériau sont les suivantes :
module d'Young $E = 2.10^{12}\, Pa$,
coefficient de Poisson $\nu = 0.3$,
masse volumique $\rho_s = 0\, kg/m^3$.

1.3 Caractéristiques des ressorts, masses et amortisseurs

Les caractéristiques du piston de paroi en tant qu'oscillateur sont les suivantes :

Raideur	$K = 5.10^{10}\, N/m$
Masse	$M = 200.10^3\, kg$
Amortissement	$A = 0\, Ns/m$

Les caractéristiques des pistons d'extrémité en tant qu'oscillateurs sont les suivantes :

Raideur	$k = 0\, N/m$
Masse	$m = 0\, kg$
Amortissement	$a = \rho_f c_f S = 37.5\, 10^4\, Ns/m$

1.4 Conditions aux limites et chargements

Piston de paroi infiniment rigide et à déplacement uniquement selon l'axe vertical.

Longueur de fluide infinie donc pas de réflexion d'extrémité des ondes : cette condition aux limites est simulée dans le modèle par un piston à chaque extrémité, de masse nulle, se déplaçant uniquement selon l'axe des x et muni d'un amortisseur à amortissement adéquat ; ces pistons sont de plus infiniment rigides.

Réflexion totale des ondes sur des parois infiniment rigides du tube de fluide : réalisé simplement en omettant de modéliser la paroi par des éléments de structure.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Le but est de déterminer le déplacement temporel $z(t)$ du piston de paroi.
On considère le problème plan de ce modèle méridien dont les caractéristiques géométriques, mécaniques et fluides sont décrites sur la figure [Figure 1.1-a] ; le piston latéral est de longueur $2\mathrm{L}$.
Le problème bidimensionnel est ramené à un problème monodimensionnel en considérant par approximation que les vitesses d'écoulement transversal $\dot{\mathrm{z}}$ induites par le mouvement du piston se transmettent instantanément en vitesses axiales dans le canal.
Dans le volume de contrôle $d\Omega = e dx$ d'étendue dx sous le piston de paroi on peut écrire:

$$d(\delta V) = \frac{1}{2e} dx\, d\dot{z}$$

Dans le fluide variation de vitesse et variation de pression en évolution adiabatique sont reliées par :

$$\delta P = \rho c\, \delta V$$

La pression à l'instant t en un point d'abscisse x résulte de la superposition de la propagation de toutes les sources élémentaires distribuées sur le piston :
Le couplage consiste donc en ceci: le mouvement du piston d'accélération $\ddot{\mathrm{z}}(t)$ induit dans le canal un champ de pression $\mathrm{P}(x,t)$ dont l'effort résultant sur l'étendue du piston lui-même agit en retour sur la dynamique de l'oscillateur.

Les caractéristiques géométriques, mécaniques et fluides du modèle sont présentées sur la figure [Figure 1.1-b].
On considère d'abord que le piston et le fluide sont au repos et on effectue un lâcher de l'oscillateur à l'instant $t = 0$ en lui imposant une vitesse initiale.

L'expression de la pression $\mathrm{P}(x,t)$ en un point du canal se développe :

$$\mathrm{P}(x,t) = \frac{\rho c}{2e} \left[\int_0^t \left[\int_L^x \ddot{\mathrm{z}}(\tau - \frac{|x-u|}{c}) du + \int_x^{+L} \ddot{\mathrm{z}}(\tau - \frac{|u-x|}{c}) du \right] d\tau \right]$$

Or on a $\mathrm{z}(0) = 0$ et $\mathrm{z}(t) = 0$ pour t négatif, et

$\mathrm{z}(-\frac{L-x}{c}) = 0$ puisque en amont du piston (x compris entre $-L$ et L) la quantité entre parenthèse est toujours négative ; pour la même raison on a $\mathrm{z}(-\frac{L+x}{c}) = 0$.

Finalement il vient :

$$\mathrm{P}(x,t) = \frac{\rho c^2}{2e} \left[2\,\mathrm{z}(t) - \mathrm{z}(t - \frac{L-x}{c}) - \mathrm{z}(t - \frac{L+x}{c}) \right]$$

On intègre cette expression sur *x* afin d'obtenir la résultante des forces de pression sur le piston :

$$\mathrm{R}(t) = -H \int_L^{+L} \mathrm{P}(x,t) dx = -2H \int_0^L \mathrm{P}(x,t) dx \ :$$

En effet $\mathrm{P}(x,t)$ est paire en x ; il suffit donc d'intégrer sur la moitié du piston.

D'où l'expression de la résultante des forces de pression sur le piston dans l'hypothèse des petits mouvements :

$$\mathrm{R}(t) = -\frac{H\rho c^2}{e} \left[2L\,\mathrm{z}(t) - c \int_{t-\frac{2L}{c}}^t \mathrm{z}(u) du \right]$$

Le mouvement de l'oscillateur obéit donc à l'équation :

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$$M\ddot{z}+Kz+\frac{2HL\rho c^2}{e}z-\frac{2HL\rho c^2}{e}c\int_{t-\frac{2L}{c}}^{t}z(u)du=0$$

ou encore :

$$M\ddot{z}-F_{int}-F_{coupl}=0$$

si on pose :

$$F_{int}=-Kz-\frac{2HL\rho c^2}{e}z \quad \text{et} \quad F_{coupl}=\frac{2HL\rho c^2}{e}c\int_{t-\frac{2L}{c}}^{t}z(u)du$$

On considère maintenant le cas de la propagation d'une onde de décompression à front raide d'amplitude ΔP_0 le long du conduit. A l'instant $t=0$, cette onde attaque le piston de paroi encore au repos, créant sur ce piston une force d'excitation telle que :

$$F_{excit}=\begin{cases} Hct\Delta P_0 & \text{si} \quad t<\dfrac{2L}{c} \\ 2HL\Delta P_0 & \text{si} \quad t\geq\dfrac{2L}{c} \end{cases}$$

L'équation du mouvement s'écrit alors :

$$M\ddot{z}=F_{int}+F_{coupl}+F_{excit}$$

Cette équation est résolue numériquement avec le logiciel *Matlab* pour les caractéristiques présentées de l'oscillateur méridien.

2.2 Résultat de référence

Déplacement $z(t)$ du piston de paroi.

2.3 Incertitude de la solution

Solution analytique.

2.4 Références bibliographiques

1) F. STIFKENS : «Calcul transitoire dans le *Code_Aster* avec les éléments vibro-acoustiques». Note interne R&D HP-51/97/026/A.

2) F. TEPHANY, A. HANIFI, C. LEHAUT : «Eléments d'analyse de l'interaction fluide-structure dans l'espace annulaire cuve-enveloppe de cœur en cas d'APRP» - Note interne SEPTEN ENTMS/94.057.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

3.1.1 Système vibro-acoustique équivalent à modéliser

Afin d'éviter les ondes de retour provenant des extrémités d'une modélisation forcément de dimension finie on munit ces extrémités de systèmes «piston-amortisseur» comme sur la figure [Figure 3.1.1-a].
Le canal est modélisé sur une longueur totale de $28\,m$ suffisante pour obtenir avec certitude, au moins les deux premiers extrema de la courbe de déplacement du piston sans perturbation d'une onde de réflexion aux extrémités.

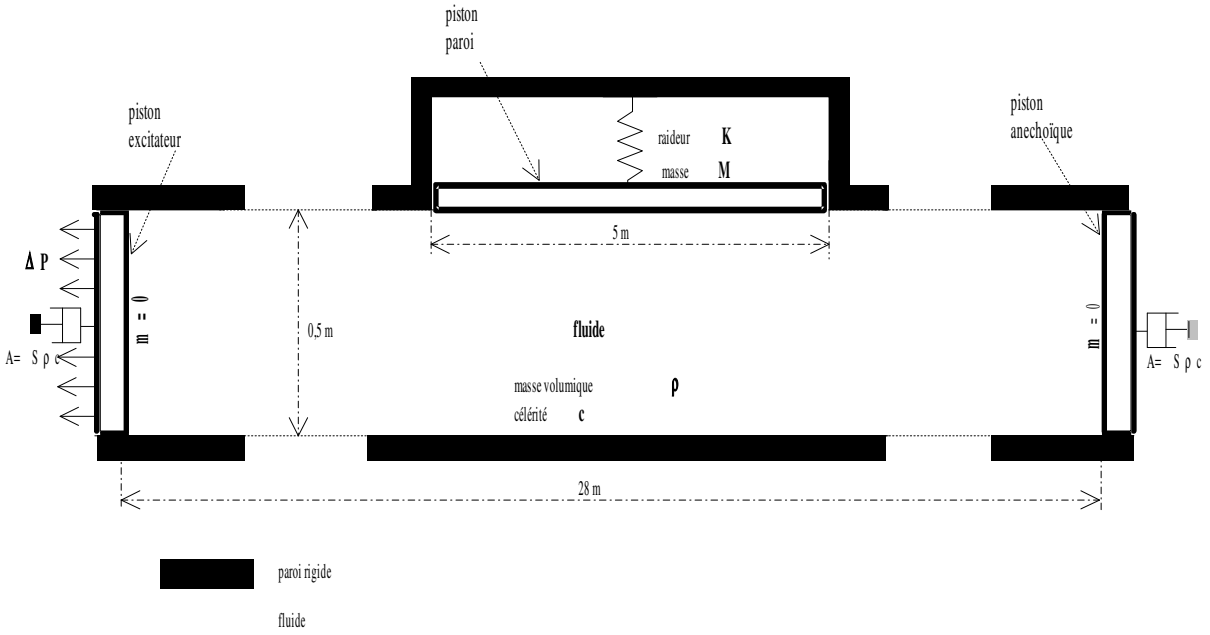


Figure 3.1.1-a : Système vibro-acoustique équivalent

3.1.2 Modélisation numérique en éléments finis de *Code_Aster*

On a choisi de modéliser en 2D.

Pour le fluide : la modélisation est en formulation p, Φ .
Elle est réalisée par l'affectation sur des mailles de type `QUAD4` (quadrilatères à 4 nœuds) d'éléments `PHENOMENE ='MECANIQUE', MODELISATION ='2D_FLUIDE'.`

Pour les structures : la modélisation est en formulation $\boldsymbol{u}$.
Elle est réalisée par l'affectation sur des mailles de type `QUAD4` (quadrilatères à 4 nœuds) d'éléments `PHENOMENE ='MECANIQUE', MODELISATION ='D_PLAN'.`
Pour les éléments discrets d'oscillateurs : la modélisation est en formulation $\boldsymbol{u}$.
Elle est réalisée par l'affectation sur des mailles de type ponctuel `POI1` d'éléments `PHENOMENE ='MECANIQUE', MODELISATION ='DIS_T'.`

Pour les interfaces fluide-structure : la modélisation est en formulation $\boldsymbol{u}, p, \Phi$.
Elle est réalisée par l'affectation sur des mailles de type `SEG2` (segments à 2 nœuds) d'éléments `PHENOMENE ='MECANIQUE', MODELISATION ='2D_FLUIDE_STRU'.`

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3.2 Caractéristiques du maillage

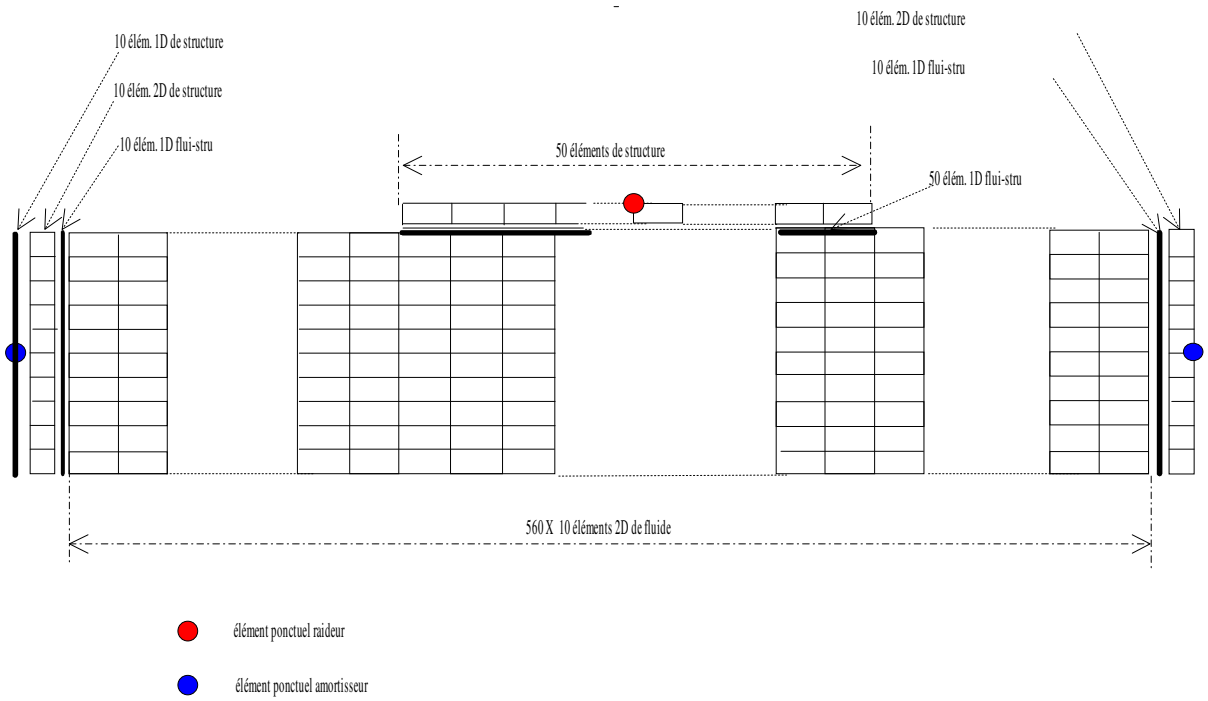


Figure 3.2-a : Maillage bidimensionnel du modèle d'oscillateur fluidélastique

On a regroupé dans le tableau ci-après, les données caractérisant cette modélisation.

	Type de maille			Nombre
	QUAD4	SEG2	POI1	total
Nombre d'éléments	2870	80	3	2953
Nombre de nœuds générés	3164	0	0	3164

Tableau 3.2-1 : Caractéristiques du maillage bidimensionnel de l'oscillateur fluidélastique

3.3 Calcul

On souhaite valider les éléments d'interaction fluide-structure en régime transitoire par un chargement d'excitation. On effectue le calcul du déplacement du piston de paroi avec l'opérateur DYNA_LINE_TRAN.

3.4 Grandeurs testées et résultats

Les résultats du calcul avec *Code_Aster* sont présentés graphiquement sur la [Figure 4.1-a] en superposition avec la solution de référence «analytique».

La courbe de *Code_Aster* paraît très proche de la référence pendant les 4 premières oscillations mais les différences, à la fois en amplitude et en phase, sont de plus en plus perceptibles quand t s'accroît.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

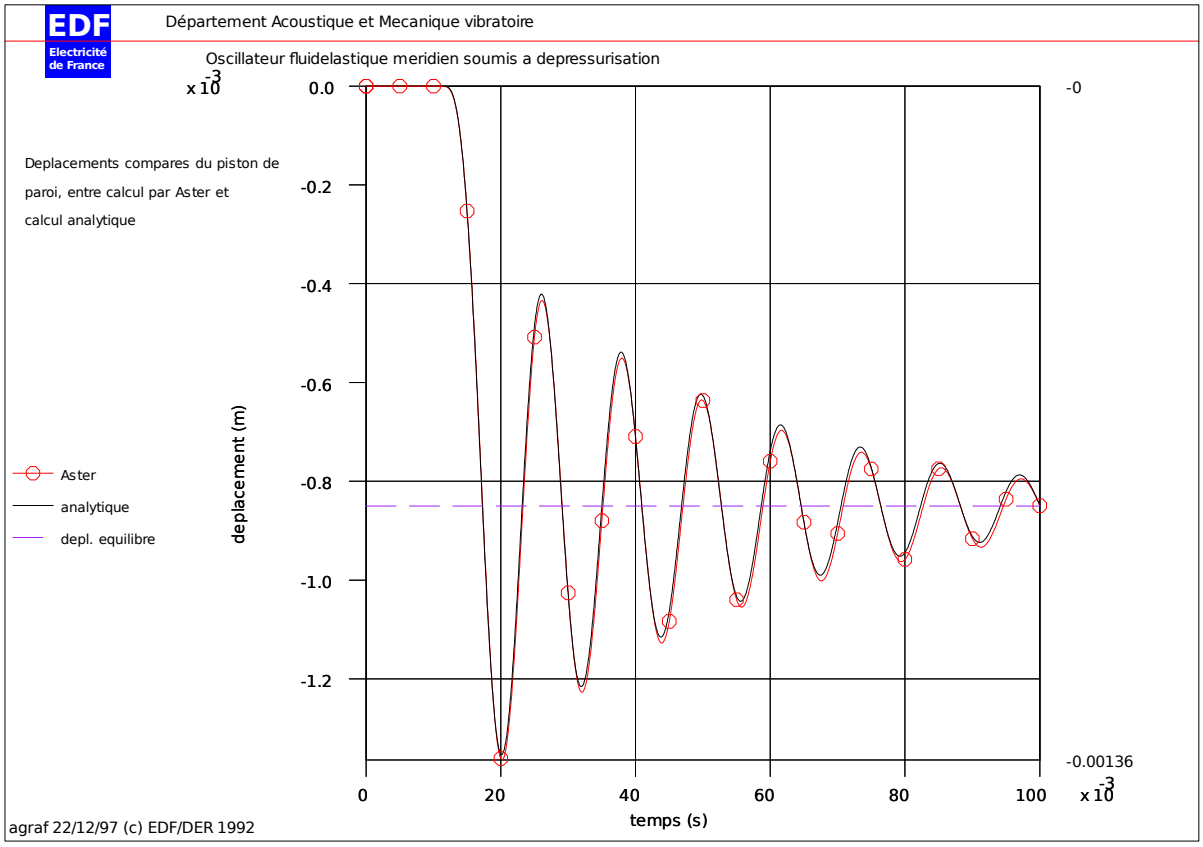


Figure 4.1-a : Comparaison entre calcul *Code_Aster* et référence semi analytique

Le test porte sur le déplacement du piston de paroi en deux instants donnés proches des deux premiers extrema.
Le tableau présente un comparatif des 2 premiers extrema de la courbe de déplacement du piston entre points analytiques et points calculés par *Code_Aster*.
Les valeurs obtenues des instants d'extrema dans l'un et l'autre cas sont des valeurs estimées extraites sans interpolation des valeurs calculées brutes : elles ne correspondent pas exactement entre la courbe analytique et la courbe de *Code_Aster*.
On estime la tolérance d'écart relatif par rapport à la valeur analytique à 1.%.

	Référence analytique	
	Inst. (ms)	Dépl. (mm)
1 er Extremum	20,13	– 1,3530
2 me Extremum	26,05	–0,4210

Test de non régression du code :
la tolérance d'écart relatif par rapport à la référence vaut 0,1 %.

3.5 Remarque

Les valeurs de référence finalement retenues sont celles obtenues par *Code_Aster* lors de la restitution du cas-test, ce qui permettra donc de vérifier la non régression ultérieure du code au cours de son évolution.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Synthèse des résultats

Bonne précision sur les premières périodes puis légère erreur en amplitude et en phase due à l'influence de l'intégration en temps numérique Newmark $\left(\alpha=\frac{1}{4},\gamma=\frac{1}{2}\right)$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)