WTNP124 – Cas test de Liakopoulos : Drainage d'une colonne d'eau par la seule force de gravité

Résumé :
Ce cas test est la simulation de l'expérience de Liakopoulos de 1965 qui représente le drainage d'une colonne de sable saturée en eau. Cette dernière va alors se désaturer par la seule force de gravité. Pour représenter cela, on considère une colonne de $1\,m$ de hauteur soumise au sommet à une pression de gaz atmosphérique.

Il s'agit d'un calcul purement hydraulique miscible. La géométrie représentée correspond à un barreau vertical. Les termes de transfert sont décrits par un modèle de Mualem Van-Genuchten. Le problème est traité par les différents schémas disponibles pour la modélisation des écoulements diphasiques : les éléments finis classiques et les Volumes Finis Décentrés Arête .

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

Ce cas-test représente la désaturation d'une colonne initialement saturée en eau par effet gravitaire (expérience de Liakopoulos). Ici nous considérons que l'air peut se dissoudre dans l'eau (version proposée par VAUNAT en 1997).

1.1 Géométrie

Le domaine est un barreau de taille $[0\mathrm{m}\,;0{,}1\,m]\times[0\mathrm{m}\,;1\mathrm{m}]$.

1.2 Propriétés des matériaux

On ne donne ici que les propriétés dont la solution dépend, sachant que le fichier de commandes contient d'autres données de matériau qui ne jouent aucun rôle dans la solution du problème traité.

Eau liquide	Masse volumique $(kg\,.\,m^{-3})$	1000
	Masse molaire $(kg\,.\,mol^{-1})$	10^{-2}
	Viscosité $(kg\,.\,m^{-1}\,.\,s^{-1})$	10^{-3}
	compressibilité	$0{,}5\,10^{-9}$
Gaz	Masse volumique $(kg\,.\,m^{-3})$	$8\,10^{-2}$
	Masse molaire $(kg\,.\,mol^{-1})$	$28{,}96\,10^{-3}$
	Viscosité $(kg\,.\,m^{-1}\,.\,s^{-1})$	$1{,}8\,10^{-5}$
Gaz dissous	Coefficient de Henry $(Pa\,.\,mol^{-1}\,.\,m^{3})$	$2\,10^{-6}$
Vapeur	Masse volumique $(kg\,.\,m^{-3})$	$18\,10^{-3}$
Paramètres homogénéisés	Perméabilité k (m^{2})	10^{-12}
	Porosité	$0{,}2975$
	Fick gaz $(m^{2}\,.\,s^{-1})$	0
	Fick liquide $(m^{2}\,.\,s^{-1})$	0
Paramètres de Van-Genuchten	N	2
	P_r MPa	10^{4}
	S_{rl}	0
	S_{gr}	0
	$Smax$	$0{,}999$
État initial	Pression liquide	$P_l^0 = \rho\, g\, Y + 1\, atm - \rho\, g$
	Pression de gaz	$P_g^0 = 1\, atm$

Tableau 1.2-1 : Propriétés des matériaux

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Les courbes de saturation et de perméabilités obéissent au modèle Mualem-Van-Genuchten (HYDR_VGM). Il faut donc définir dans les matériaux les paramètres n , Pr , Sr , $Smax$.
On rappelle que ces modèles sont : et

$$S_{le}=\frac{S_l-S_{lr}}{1-S_{lr}} \quad m=1-\frac{1}{n}$$

$$S_{we}=\frac{1}{\left[1+\left(\frac{P_c}{P_r}\right)^n\right]^m}$$

La perméabilité relative à l'eau s'exprime en intégrant le modèle de prédiction proposé par Mualem (1976) dans le modèle de capillarité de Van Genuchten : $k_r^l=\sqrt{S_{le}}(1-(1-S_{le}^{\frac{1}{m}})^m)^2$

La perméabilité au gaz est formulée de façon similaire : $k_r^g=\sqrt{(1-S_{le})}(1-S_{le}^{\frac{1}{m}})^{2m}$

On rappelle que pour $S>Smax$, ces courbes sont interpolées par un polynôme de degré 2 $C1$ en $Smax$.

1.3 Conditions aux limites et initiales

Les conditions limites sont les suivantes :

- des conditions de Neumann sur les bords droit et gauche du domaine :

$$(\boldsymbol{F}_l^w+\boldsymbol{F}_g^w).\boldsymbol{n}=0$$
$$(\boldsymbol{F}_l^c+\boldsymbol{F}_g^c).\boldsymbol{n}=0$$

- des conditions de Dirichlet sur la partie haute du domaine (surface à l'air libre):

$$P_g(x,y=1,t)=10^5 \quad Pa$$

- des conditions de Dirichlet sur la partie basse du domaine (milieu saturé; l'eau s'écoule):

$$P_g(x,y=0,t)=10^5 \quad Pa$$
$$P_l(x,y=0,t)=10^5 \quad Pa$$

L'état initial correspond à un état saturé en eau à l'équilibre hydrostatique. Les conditions initiales sont les suivantes :

$$P_l(x,y,t=0)=\rho\, g(Y-1)+10^5$$
$$P_g(x,y,t)=0=10^5 \quad Pa$$

1.4 Temps de simulation

Le calcul est effectué sur un an $(3.1536.10^7\, s)$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Modélisation A

2.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation D_PLAN_HH2SUDA. Cette modélisation correspond à la modélisation Volume Finis Décentrés Arêtes. Couplage LIQU_AD_GAZ. On utilise un maillage constitué de 50 éléments QUAD8.

2.2 Résultats

On trace les profils de pression capillaire et de pression de gaz à différents instants :

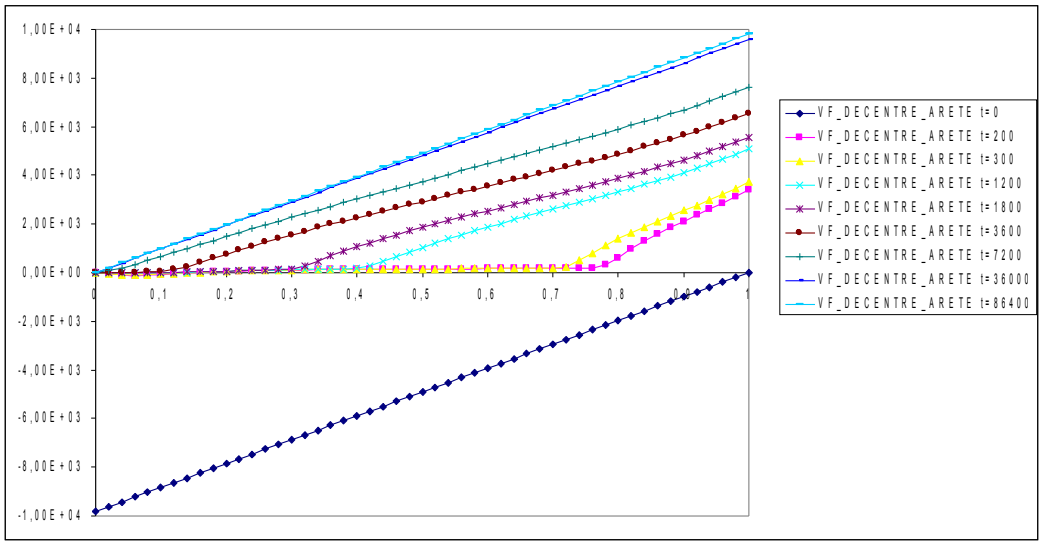


Illustration 1: Pression capillaire le long de la colonne

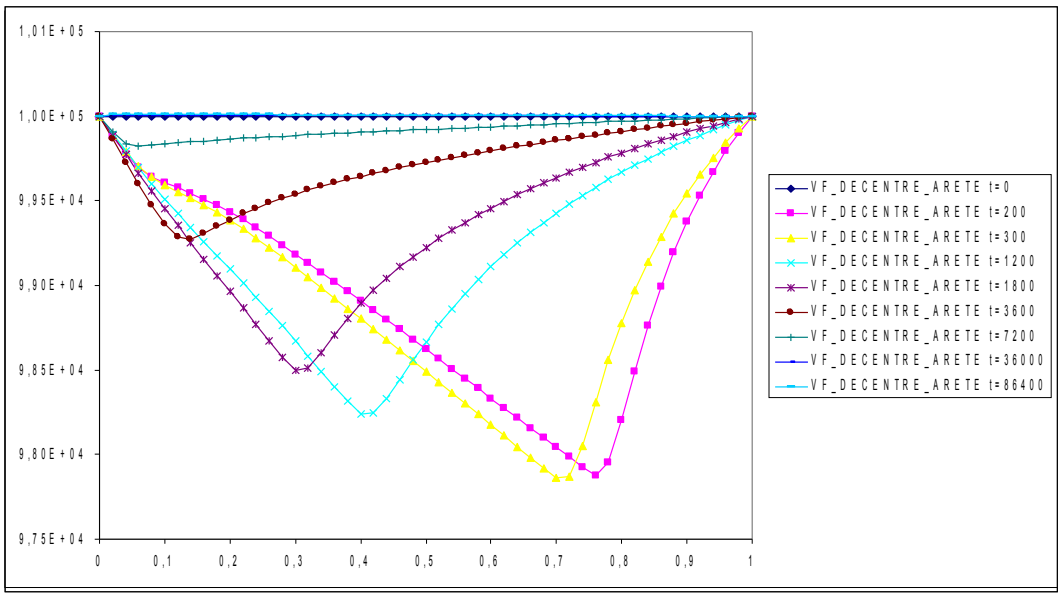


Illustration 2: Pression de gaz le long de la colonne

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2.3 Valeurs testées

Ce cas test n'a pas de valeur de référence, on en fait donc un cas de non régression.

On effectue des tests sur 6 valeurs :

Points (x, y)	**Temps** (s)	**PRE1** ***Aster***	**PRE2** ***Aster***
$(0{,}05\,;1)$ *N103*	200s	60.15.	98259.
	86400 s	9810.	1.00E+05
$(0{,}05\,;0{,}5)$ *N229*	86400 s	4912.	1.00E+05

Tableau 2.3-1 : Valeurs testées

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation B

3.1 Caractéristiques de la modélisation B

Modélisation D_PLAN_HH2S. Cette modélisation correspond à la modélisation Elements Finis. Couplage LIQU_AD_GAZ. On utilise un maillage constitué de 50 éléments QUAD8.

3.2 Résultats

Les résultats sont très proches de ceux obtenus avec la modélisation volumes finis décentrés sur l'arête (modélisation A).

3.3 Valeurs testées

Ce cas test n'a pas de valeur de référence, on en fait donc un cas de non régression.

Points (x, y)	**Temps** (s)	**PRE1** ***Aster***	**PRE2** ***Aster***
$(0;0{,}049)$ *N51*	200s	-124.6	99689.
	1800s	-9.475	99659.
	86400 s	600.1	1.00E+05
$(0;1)$ *N2*	200s	3445.	1.00E+05
	1800s	5604.	1.00E+05
	86400 s	9811.	1.00E+05

Tableau 3.3-1 : Valeurs testées

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Synthèse des résultats

Ce cas test propose une modélisation de l'expérience très classique de Liakopoulos. Les simulations reproduisent parfaitement les résultats attendus, même si nous ne disposons pas de résultats numériques de référence. Ce test nous permet de valider la bonne prise en compte de la gravité par les différents schémas numériques. Ce problème est en effet traité avec les 2 schémas numériques disponibles pour la modélisation des écoulements diphasiques :

- le schéma volumes finis décentrés arête.
- les éléments finis classiques.

Les résultats obtenus sont les mêmes. En terme de performance et de fiabilité, on privilégiera fortement les schémas Volumes Finis Décentrés Arête (`*_HH2SUDA`).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)