WTNP116 - Problème de consolidation pour le modèle HM permanent

Résumé :

On étudie ici un problème de consolidation en dimension 2 d'un terrain de longueur infinie selon une de ses dimensions. Ce test est utilisé pour valider plusieurs développements :

1. la modélisation Hydro-Mécanique en milieu poreux saturé et en régime permanent (modélisation D_PLAN_HM_P). Par rapport à la modélisation D_PLAN_HM existante, cette loi conserve l'écriture de l'équilibre mécanique du milieu poreux mais la dérivation temporelle de l'apport massique est éliminée dans l'écriture de la conservation de la masse d'eau.
2. la fonctionnalité d'indicateurs d'erreur par résidu développée spécifiquement pour la modélisation HM permanente via l'option 'ERME_ELEM' de la commande CALC_ERREUR.
3. La résolution par chaînage des équations en HM et notamment le sens de passage des variables de commande de l'hydraulique vers la mécanique

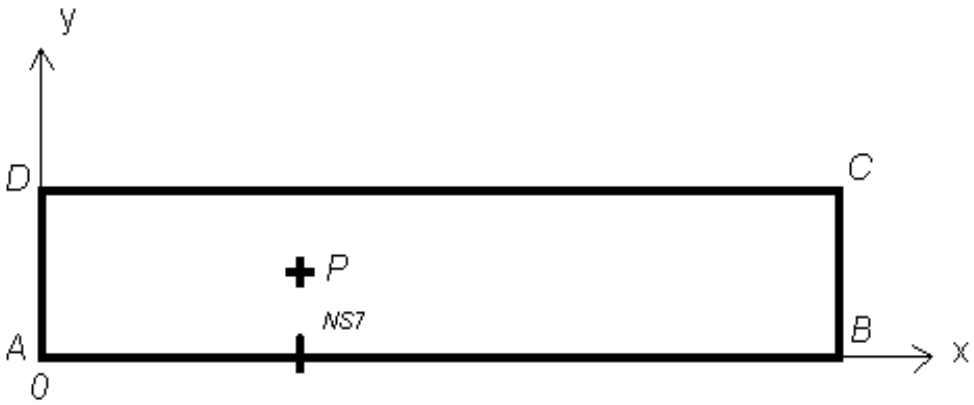
On propose donc ici 3 modélisations, différant uniquement par l'orientation de la géométrie par rapport à l'axe horizontal. On considère une géométrie horizontale (modélisations A et C) et une géométrie tournée d'un angle de $45°$ (modélisation B).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

On considère une structure rectangulaire de dimensions $L=5\mathrm{m}$ selon $(0\mathrm{x})$ et $l=1\mathrm{m}$ selon $(0\mathrm{y})$.



Les coordonnées des points sont données dans le tableau suivant :

Point	A	B	C	D	P	$NS7$
Abscisse (m)	0	5	5	0	1,875	1,875
Ordonnée (m)	0	0	1	1	0,5	0

1.2 Propriétés du matériau

On ne donne ici que les paramètres matériaux dont la solution dépend, en sachant que le fichier de commandes contient d'autres données qui ne jouent aucun rôle dans la solution du problème traité.

Eau liquide	ρ : masse volumique ($kg.m^{-3}$)	1000
Coefficients matériau	r : masse volumique homogénéisée ($kg.m^{-3}$)	1600
	E : module de Young (Pa)	225000000
	ν : coefficient de Poisson (--)	0.4
	b : coefficient de Biot (–)	1
Constantes	P_0 : pression atmosphérique (Pa)	100000
	g : accélération de la pesanteur ($m^{2.}s^{-1}$)	10

1.3 Conditions aux limites et chargements

Sur $[AD]$, on impose les conditions $u_x=u_y=0$ et $M.n=0$.
Sur $[AB]$, on impose les conditions $u_y=0$ et $M.n=0$.
Sur $[DC]$, on impose les conditions $u_y=0$ et $M.n=0$.
Sur $[BC]$, on impose les conditions $\sigma\cdot n=0$ et $p=P_0=100000\,Pa$.
On suppose la pesanteur orientée selon l'axe $(0\mathrm{x})$ telle que $\vec{g}=-g\,\vec{x}$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Compte tenu de la symétrie des conditions aux limites, la solution est indépendante de y. Pour la partie mécanique, l'équilibre mécanique du squelette s'écrit en projection sur l'axe $(0x)$:

$$(\lambda_1^M + 2\lambda_2^M)\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} - b\frac{\partial p}{\partial x} - rg = 0$$

où λ_1^M et λ_2^M désignent les coefficients de Lamé du matériau. Pour la partie hydraulique, la conservation de la masse d'eau s'écrit

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} = 0$$

avec

$$\frac{M_x}{\rho} = \lambda^H\left(\frac{\partial p}{\partial x} - \rho g\right)$$

où λ^H désigne la conductivité hydraulique. La pression est alors donnée par la formule

$$p = P_0 + \rho g(L - x)$$

Les déplacements horizontaux u_x sont donnés par

$$u_x = \frac{1}{2}\frac{r - b\rho}{\lambda_1^M + 2\lambda_2^M} gx(x - 2L) + \frac{bP_0}{\lambda_1^M + 2\lambda_2^M} x$$

2.2 Résultats de référence

On rappelle les formules donnant les coefficients de Lamé en fonction du module de Young et du coefficient de Poisson

$$\lambda_1^M = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad \text{et} \quad \lambda_2^M = \frac{E\nu}{2(1+\nu)}$$

Le résultat de référence est la valeur des déplacements et de la pression au point P.

2.3 Incertitude sur la solution

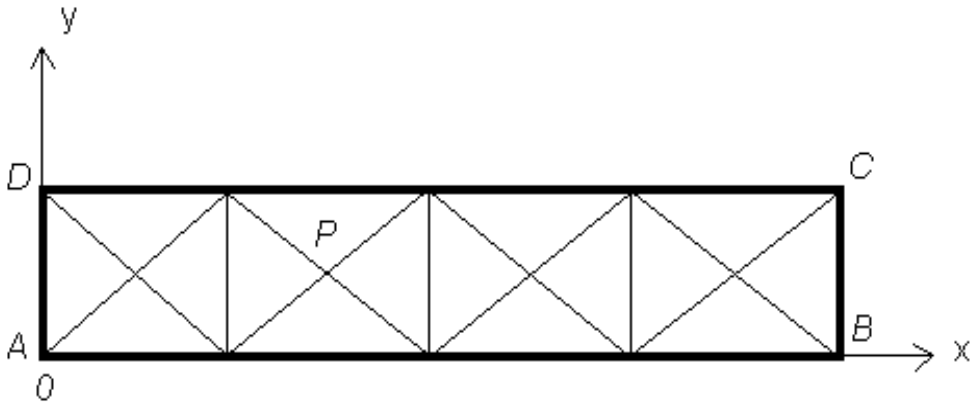
Solution analytique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Le maillage est réalisé à l'aide de TRIA6 de la modélisation D_PLAN_HM_P.



Il s'agit de tester la solution en déplacements et en pression donnée par *Code_Aster*. On teste également la non-régression informatique du calcul de l'indicateur d'erreur en résidu pour la modélisation HM permanente.

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 43

Nombre de mailles et types : 16 mailles TRIA6

Le maillage est raffiné uniformément 1 fois à l'aide de HOMARD.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3.3 Grandeurs testées et résultats

•Avant remaillage

Point	Composante	Référence	Code_Aster	% différence
P	DX	2,941E-04	2,941E-04	6E-03
P	DY	0.	4E-18	0,000
P	PRE1	131250.	131249	-2E-03

On teste également la non-régression informatique des composantes globales ESTERG1 et ESTERG2 de l'indicateur d'erreur. La tolérance absolue est donc sévère : 10^{-13} .

Point	Composante	Code_Aster	Tolérance
P	Valeur de ESTERG1	9.18E-31	10^{-13}
P	Valeur de ESTERG2	4.75E-32	10^{-13}
$NS7$	Valeur de ESTERG1	9.88E-31	10^{-13}

•Après remaillage

Point	Composante	Référence	Code_Aster	% différence
P	DX	2,941E-04	2,942E-04	0,006
P	DY	0.	2E-17	0,000
P	PRE1	131250.	131249	-9.3E-04

On teste également la non-régression informatique des composantes globales ESTERG1 et ESTERG2 de l'indicateur d'erreur. La tolérance absolue est donc sévère : 10^{-13} .

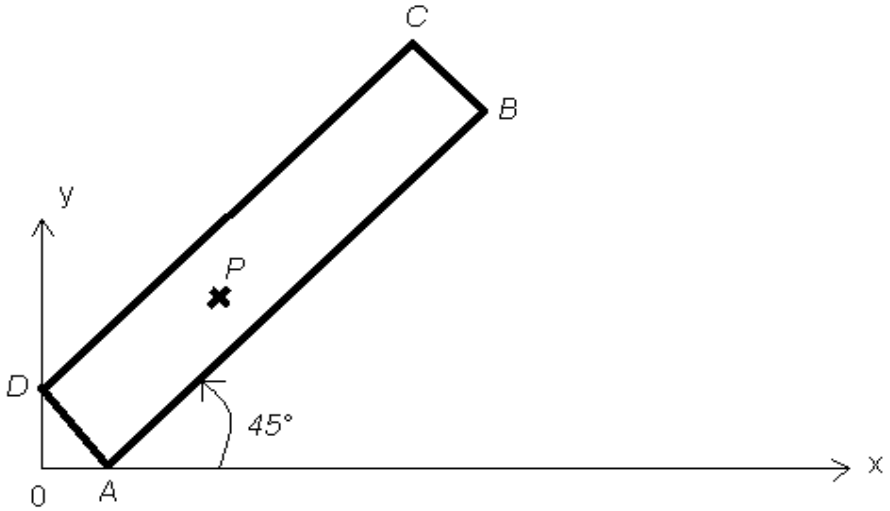
Point	Composante	Code_Aster	Tolérance
P	Valeur de ESTERG1	6.79E-31	10^{-13}
P	Valeur de ESTERG2	9.34E-33	10^{-13}

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Le maillage est réalisé à l'aide de TRIA6 de la modélisation D_PLAN_HM_P.



Les coordonnées des points sont données dans le tableau suivant :

Point	A	B	C	D	P
Abscisse (m)	0,7071	4,2426	3,5355	0	1,9743
Ordonnée (m)	0	3,5355	4,2426	0,7071	1,9743

4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 153

Nombre de mailles et types : 62 mailles TRIA6

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4.3 Grandeurs testées et résultats

•Avant remaillage

Point	Composante	Référence	Code_Aster	% différence
P	DX	2,584E-04	2,5849E-04	0,035
P	DY	2,584E-04.	2,5849E-04	0,035
P	PRE1	127079.	127090.	0,008

On teste également la non-régression informatique des composantes globales ESTERG1 et ESTERG2 de l'indicateur d'erreur. La tolérance absolue est donc sévère : 10^{-13} .

Point	Composante	Code_Aster	Tolérance
P	Valeur de ESTERG1	4.41E-13	10^{-13}
P	Valeur de ESTERG2	4.89E-13	10^{-13}

•Après remaillage

Point	Composante	Référence	Code_Aster	% différence
P	DX	2,584E-04	2,5849E-04	0,035
P	DY	2,584E-04.	2,5849E-04	0,035
P	PRE1	127079.	127090.	0,008

On teste également la non-régression informatique des composantes globales ESTERG1 et ESTERG2 de l'indicateur d'erreur. La tolérance absolue est donc sévère : 10^{-13} .

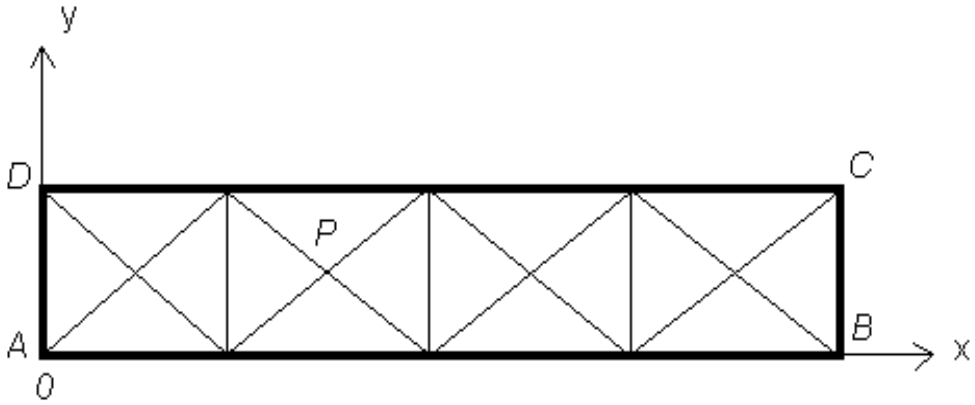
Point	Composante	Code_Aster	Tolérance
P	Valeur de ESTERG1	2,73E-14	10^{-13}
P	Valeur de ESTERG2	7.54E-17	10^{-13}

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

Le maillage est réalisé à l'aide de TRIA6.
Pour l'hydraulique, on utilise la modélisation 'D_PLAN_HS'.
Pour la mécanique, on utilise les modélisations 'D_PLAN' et 'D_PLAN_GRAD_SIGM' (uniquement pour 'ENDO_HETEROGENE'). Dans cette modélisation, l'objectif est essentiellement de valider la variable de commande 'PTOT' pour le chaînage HM (résolution du problème hydraulique suivie de la résolution du problème mécanique) avec un certain nombre de lois de comportement de mécanique des sols : 'ELAS', 'DRUCK_PRAGER' et 'ENDO_HETEROGENE'.



On teste la solution en déplacements et en pression donnée par *Code_Aster*.

5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 43

Nombre de mailles et types : 16 mailles TRIA6

5.3 Grandeurs testées et résultats

On compare en tous les noeuds la valeur numérique de la pression à la valeur analytique. L'erreur maximale sur la pression ne dépasse pas 10^{-7} %.

Pour le déplacement, on compare la solution numérique à la solution analytique au point *P*

Point	Composante	Référence	*Code_Aster*	% différence
P	DX	2,941E-04	2,941E-04	6,07E-03%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Synthèse des résultats

Les valeurs fournis par *Code_Code_Aster* sont en parfait accord avec les valeurs de référence.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)