HPLA311 - Murakami 11.39. Fissure circulaire au centre d'une sphère soumise à une température uniforme sur les lèvres

Résumé :

Ce test est issu de la validation indépendante de la version 3 en mécanique de la rupture.

Il s'agit d'un test statique de base en axisymétrie sous chargement thermique stationnaire calculé par éléments finis sur le même maillage d'un domaine limité.

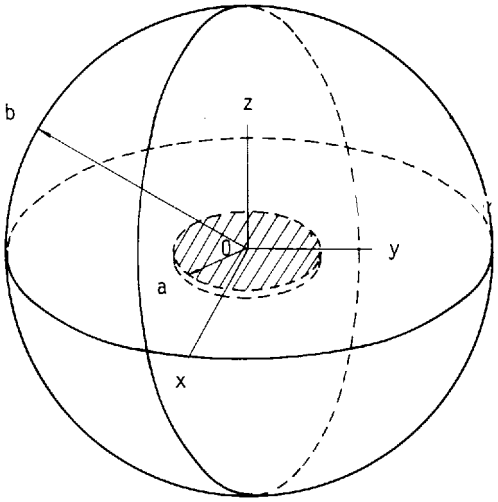
Le comportement est thermoélastique linéaire isotrope.

Il comprend deux modélisations axisymétriques pour lesquelles on fait varier le rapport a/b, a étant le rayon de la fissure interne circulaire dans le plan horizontal xoy et b rayon de la sphère. Les facteurs d'intensité des contraintes K et le taux de restitution d'énergie sont calculés par la méthode thêta (opérateur CALC_G).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



a : rayon de la fissure interne circulaire dans le plan horizontal xoy
b : rayon de la sphère, avec b = $2{,}5.10^{-3}$ m.

Le rayon a varie selon la modélisation.

1.2 Propriétés du matériau

module d'Young	$E = 2\ 10^{11}$ Pa
coefficient de Poisson	$\nu = 0{,}3$
coefficient de dilatation linéaire	$\alpha = 1{,}2\ 10^{-5}$ °C^{-1}

1.3 Conditions aux limites et chargements

UX = $u_r = 0$ sur l'axe de révolution X = r = 0
UY = $u_z = 0$ dans le plan horizontal Y = z = 0, en dehors des lèvres $a \leq r \leq b$

Les lèvres sont supposées être libres de contraintes (pas de fermeture partielle de la fissure).

Température nulle à la surface de la sphère.

Température de référence nulle (température à laquelle les déformations thermiques sont considérées nulles).

Température uniforme et négative T = - Tf sur les lèvres de la fissure, fond de fissure compris. Le problème thermique stationnaire (de type Dirichlet) doit être résolu préalablement par éléments finis sur le même maillage que celui destiné au calcul mécanique. On prend Tf = 100 °C.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Calcul analytique par transformée de Hankel.

2.2 Résultats de référence

Pour la solution de référence, les rayons doivent vérifier la condition a/b < 0,5.

$$\eta=\frac{a}{b}<0,5$$

$$K_I=\frac{E\,\alpha\,T_f}{1-\nu}\cdot\sqrt{(\frac{a}{\pi})}\cdot F_I$$

$$F_I=1-0.6366\,\eta-0.4053\,\eta^2+2.0163\,\eta^3-0.6773\,\eta^4-3.8523\,\eta^5+4.1687\,\eta^6+3.2741\,\eta^7$$

2.3 Incertitude sur la solution

Mal définie. Pour les faibles valeurs du rapport a/b, la solution doit se rapprocher asymptotiquement de la solution de référence calculée pour □ = 0, soit F| = 1, qui est alors exacte (voir MURAKAMI 11.23, page 1069).

2.4 Références bibliographiques

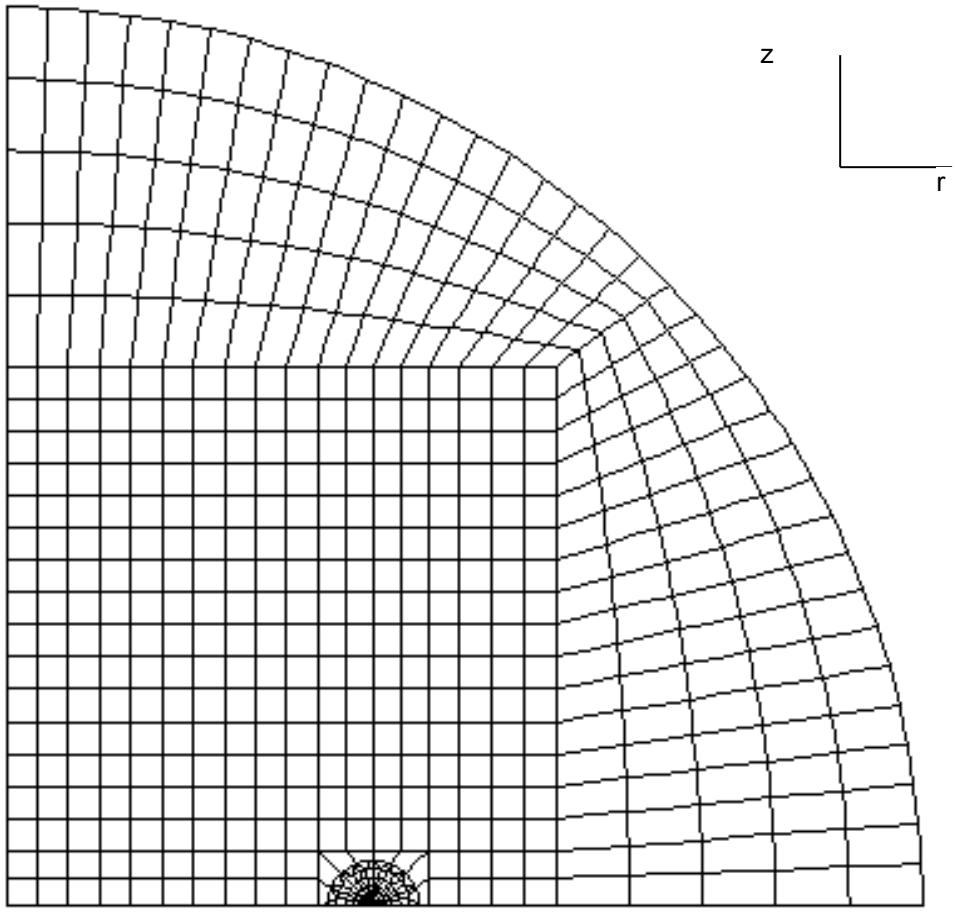
[1] Y. MURAKAMI : Stress Intensity Factors Handbook, case 11.39, pages 1089-1090. The Society of Materials Science, Japan, Pergamon Press, 1987.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

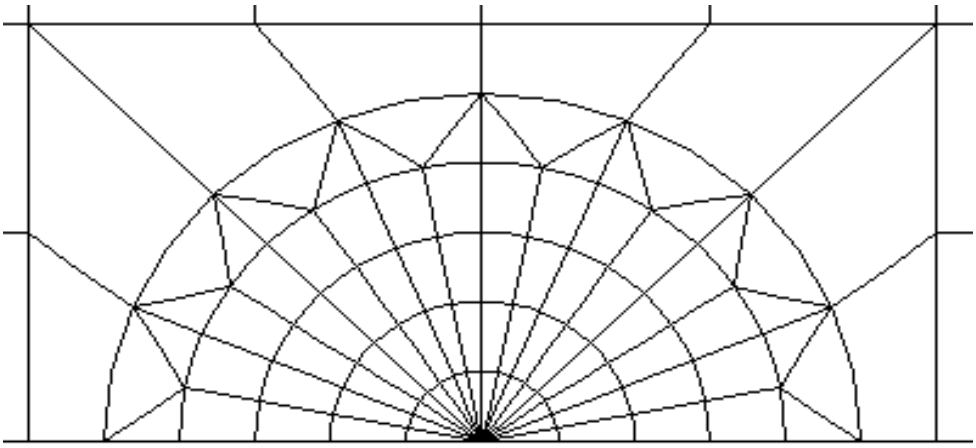
3 Modélisation A

La modélisation A correspond au cas **a/b = 0,4**.

3.1 Caractéristiques de la modélisation



Maillage complet



Zoom de la pointe de fissure

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3.2 Caractéristiques du maillage

1756 nœuds et 569 éléments dont 529 QUA8 et 40 TRI6

3.3 Fonctionnalités testées

Commandes

AFFE_MODELE	THERMIQUE	AXIS
AFFE_CHAR_THER	TEMP_IMPO	
AFFE_MODELE	MECANIQUE	AXIS
AFFE_MATERIAU	AFFE_VARC	NOM_VARC='TEMP'
CALC_G	OPTION	CALC_G
CALC_G	OPTION	CALC_K_G

3.4 Définition des rayons des couronnes

Plusieurs couples successifs de rayon pour les couronnes d'intégration inférieure et supérieure sont retenus. Ces rayons sont à préciser dans le mot-clé facteur THETA de CALC_G :

	Couronne n°1	Couronne n°2	Couronne n°3	Couronne n°4
rinf	1.E-6	2.5E-5	5.E-5	7.5E-5
rsup	2.5E-5	5.E-5	7.5E-5	1.E-4

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3.5 Solutions de référence

Pour un rapport a/b = 0,4 (et a = 10^{-3} m), la solution de référence pour K_I est :

$$K_I = 4.7419\,\mathrm{MPa}\cdot\sqrt{(\mathrm{m})}$$

Pour calculer le taux de restitution de l'énergie, on utilise les formules d'IRWIN en déformations planes :

$$G_{réf} = \frac{1-\nu^2}{E}(K_I^2 + K_{II}^2), \qquad \text{avec } K_{II}^2 = 0$$

soit :

$$G_{réf} = 1.0231.10^2\,\mathrm{J.m^{-2}}$$

Remarques :

1) Dans le cas de calculs axisymétriques, le taux de restitution d'énergie calculé avec l'option CALC_G de CALC_G correspond à un taux de restitution d'énergie global G^{glob} pour un radian. G^{glob} est égal au taux de restitution d'énergie local multiplié par le rayon du fond de fissure. On a donc :

$$G_{réf}^{glob} = a \cdot G_{réf} = 1.0231\,\mathrm{J.m^{-1}}$$

2) Le taux de restitution d'énergie calculé avec l'option CALC_K_G de CALC_G correspond quant à lui directement au taux de restitution d'énergie local.

3.6 Grandeurs testées et résultats

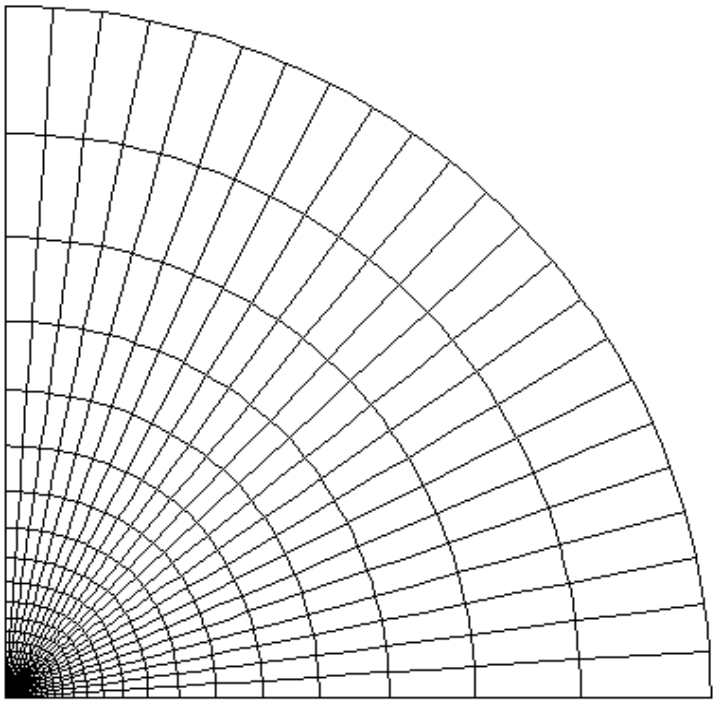
Paramètre	Unité	Option	Couronne	Référence	*Aster*	% différence
G	J.m $^{-1}$	CALC_G	couronne n°1	1,0231	0,9701	-5,18
G	J.m $^{-1}$	CALC_G	couronne n°2	1,0231	1,0051	-1,74
G	J.m $^{-1}$	CALC_G	couronne n°3	1,0231	1,0055	- 1,72
G	J.m $^{-1}$	CALC_G	couronne n°4	1,0231	1,01	-1,71
G	J.m^{-2}	CALC_K_G	couronne n°2	1,0231.10 ^{2}	1,0052.10 ^{2}	- 1,75
K1	MPa. m $^{-2}$	CALC_K_G	couronne n°1	4,7419	4,4145	- 6,89
K1	MPa. m $^{-2}$	CALC_K_G	couronne n°2	4,7419	4,7571	0,30
K1	MPa. m $^{-2}$	CALC_K_G	couronne n°3	4,7419	4,7913	1,04
K1	MPa. m $^{-2}$	CALC_K_G	couronne n°4	4,7419	4,8244	1,74

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

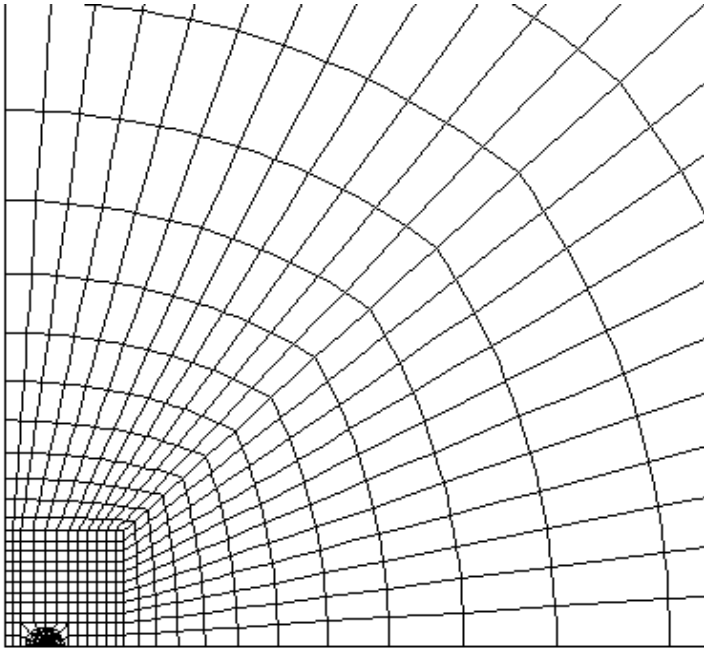
4 Modélisation B

La modélisation B correspond au cas **a/b = 0,01**.

4.1 Caractéristiques de la modélisation

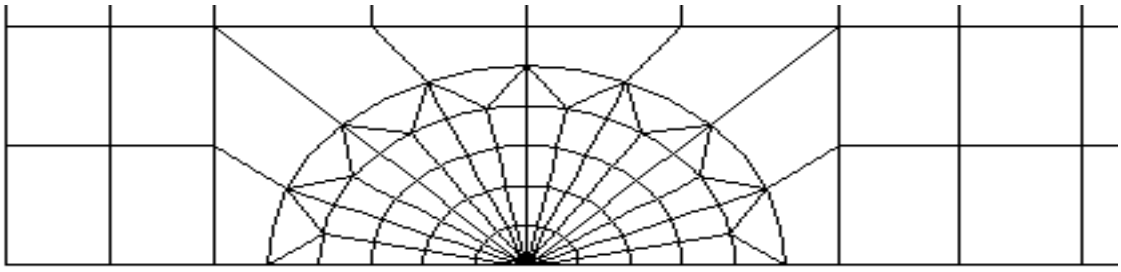


Maillage complet



Zoom

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)



Zoom de la pointe de fissure

4.2 Caractéristiques du maillage

2095 nœuds et 680 éléments dont 640 QUA8 et 40 TRI6

4.3 Fonctionnalités testées

Commandes

AFFE_MODELE	THERMIQUE	AXIS
AFFE_CHAR_THER	TEMP_IMPO	
AFFE_MODELE	MECANIQUE	AXIS
AFFE_MATERIAU	AFFE_VARC	NOM_VARC='TEMP'
CALC_G	OPTION	CALC_G
CALC_G	OPTION	CALC_K_G

4.4 Définition des rayons des couronnes

Plusieurs couples successifs de rayon pour les couronnes d'intégration inférieure et supérieure sont retenus. Ces rayons sont à préciser dans le mot-clé facteur THETA de CALC_G :

	Couronne n°0	Couronne n°1	Couronne n°2	Couronne n°3	Couronne n°4
rinf	1.E-6	2.5E-5	2.75E-5	3.E-5	3.25E-5
rsup	2.5E-5	2.75E-5	3.E-5	3.25E-5	3.5E-5

Remarque : Pour le calcul des facteurs d'intensité des contraintes avec l'option CALC_K_G de CALC_G, il ne faut pas que le rayon des couronnes soit plus grand que le rayon du fond de fissure. Le rayon du fond de fissure étant ici égal à 2.5E-5, seule la couronne n°0 peut être utilisée.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4.5 Solutions de référence

Pour un rapport a/b = 0,01 (et a = 2,5.10^{-5} m), la solution de référence pour K_I est :

$$K_I = 0.9609\ \mathrm{MPa}\cdot\sqrt{(\mathrm{m})}$$

Pour calculer le taux de restitution de l'énergie, on utilise les formules d'IRWIN en déformations planes :

$$G_{réf} = \frac{1-\nu^2}{E}(K_I^2 + K_{II}^2), \qquad \text{avec } K_{II}^2 = 0$$

soit :

$$G_{réf} = 4.2019\ \mathrm{J.m^{-2}}$$

Remarques :

3) Dans le cas de calculs axisymétriques, le taux de restitution d'énergie calculé avec l'option CALC_G de CALC_G correspond à un taux de restitution d'énergie global G^{glob} pour un radian. G^{glob} est égal au taux de restitution d'énergie local multiplié par le rayon du fond de fissure. On a donc :

$$G_{réf}^{glob} = a\cdot G_{réf} = 1.0505\cdot 10^{-4}\ \mathrm{J.m^{-1}}$$

4) Le taux de restitution d'énergie calculé avec l'option CALC_K_G de CALC_G correspond quant à lui directement au taux de restitution d'énergie local.

4.6 Grandeurs testées et résultats

Paramètre	Unité	Option	Couronne	Référence	*Aster*	% différence
G	J.m $^{-1}$	CALC_G	couronne n°1	1,0505.10^{-4}	1,0387.10^{-4}	-5,18
G	J.m $^{-1}$	CALC_G	couronne n°2	1,0505.10^{-4}	1,0388.10^{-4}	-1,74
G	J.m $^{-1}$	CALC_G	couronne n°3	1,0505.10^{-4}	1,0388.10^{-4}	-1,72
G	J.m $^{-1}$	CALC_G	couronne n°4	1,0505.10^{-4}	1,0388.10^{-4}	-1,71
G	J.m $^{-2}$	CALC_K_G	couronne n°0	4,2019	4,1653	-0,87
K1	MPa. m $^{-2}$	CALC_K_G	couronne n°0	0,9609	0,9653	-0,46

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Synthèse des résultats

- Le calcul de K et G en axisymétrie en présence d'un chargement thermique stationnaire, donne de bons résultats puisque l'écart maximum pour G est de 1,75% (hors première couronne) pour ν = 0,4.

- Les résultats de K et G pour ν =0,01 (modélisation B) sont meilleurs que pour ν = 0,4 (modélisation A).

- Le calcul de G est légèrement moins sensible au choix des couronnes d'intégration que le calcul de K.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)