COMP003 – Test de comportements spécifiques aux bétons. Simulation en un point matériel

Résumé :

Ce test met en œuvre une simulation d'un trajet de chargement en contraintes ou en déformations en un point matériel, c'est-à-dire sur un modèle tel que les états de contraintes et de déformations sont homogènes à tout instant. Il permet ainsi de tester un certain nombre de modèles de comportement spécifiques aux bétons, dans le but de vérifier la robustesse de leur intégration numérique, leur insensibilité par rapport à un changement d'unités, la bonne prise en compte des variables de commande dont dépendent les coefficients du modèle, l'invariance par rapport à une rotation globale appliquée au problème.

Modélisation A : cette modélisation permet de valider le modèle BETON_RAG en 3D .
Modélisation B : cette modélisation permet de valider le modèle BETON_UMLV en 3D .
Modélisation C : cette modélisation permet de valider le modèle BETON_BURGER en 3D .

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

La géométrie générée automatiquement dans la macro-commande SIMU_POINT_MAT [U4.51.12] est unique et simple : il s'agit d'un tétraèdre de côté 1, aux nœuds desquels on applique des relations linéaires pour obtenir un état de contrainte et de déformation homogène.

1.2 Propriétés du matériau

Les caractéristiques des matériaux sont définies via la commande DEFI_MATERIAU. Les caractéristiques élastiques sont :

- $E = 32\,000\,MPa$,
- $\nu = 0.2$,

Les autres paramètres décrivant les lois ont été choisis à partir des cas-tests de Code_Aster. Le tableau suivant résume l'ensemble des lois de Code_Aster considérées et les paramètres associés :

Modélisation	lois de comportement de *Code_Aster*	paramètres retenus	test retenu pour le choix des paramètres

A	BETON_RAG	COMP_BETON = 'ENDO_FLUA',
		ENDO_MC = 1.95,
		ENDO_MT = 2.00,
		ENDO_SIGUC = 35.00 MPa,
		ENDO_SIGUT = 3.18 MPa,
		ENDO_DRUPRA = 0.15,
		# Unités MPa et MPa.Jour
		FLUA_SPH_KR = 200000.0,
		FLUA_SPH_KI = 20000.0,
		FLUA_SPH_NR = 350000.0,
		FLUA_SPH_NI = 2500000.0,
		FLUA_DEV_KR = 100000.0,
		FLUA_DEV_KI = 90000.0,
		FLUA_DEV_NR = 2000000.0,
		FLUA_DEV_NI = 3000000.0,
			Valeurs non réalistes, pour les besoins du test de vérification informatique.

B	BETON_UMLV	K_RS = 2.0E5 (MPa) ETA_RS = 4.0E10 (MPa/s) K_IS = 5.0E4 (MPa) ETA_IS = 1.0E11 (MPa/s) K_RD = 5.0E4 (MPa) ETA_RD = 1.0E10 (MPa/s) ETA_ID = 1.0E11 (MPa/s)	Paramètres identiques au test SSNV163A
C	BETON_BURGER	K_RS = 2.0E5 (MPa) ETA_RS = 4.0E10 (MPa/s) ETA_IS = 1.0E11 (MPa/s) K_RD = 5.0E4 (MPa) ETA_RD = 1.0E10 (MPa/s) ETA_ID = 1.0E11 (MPa/s) ETA_FD = 0. (Mpa/s) KAPPA = 3.0E-3	Paramètres identiques au test SSNV163D

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1.3 Conditions aux limites et chargements

1.3.1 Caractéristiques du trajet de chargement

Le chargement proposé fait varier de manière découplée chaque composante du tenseur des déformations par étapes successives. On propose un trajet cyclique en charge-décharge en couvrant les états de traction et compression ainsi qu'une inversion des signes des cisaillements afin d'éprouver une large gamme de valeurs.

Schématiquement, il suit un parcours sur 8 segments $[O-A-B-C-O-C'-B'-A'-O]$ où la seconde partie du trajet $[O-C'-B'-A'-O]$ est symétrique par rapport à l'origine de la première $[O-A-B-C-O]$.

1.3.2 Application des sollicitations

On se ramène à l'étude d'un point matériel (en utilisant la macro-commande SIMU_POINT_MAT [U4.51.12]) en sollicitant un élément de manière homogène en imposant en $3D$, les 6 composantes du tenseur de déformation :

$$\overline{\varepsilon}=\begin{bmatrix}\varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz}\\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz}\\ \varepsilon_{xz} & \varepsilon_{yz} & \varepsilon_{zz}\end{bmatrix}$$

Pour une écriture plus générale, le tenseur des déformations imposé sera décomposé en une partie hydrostatique et déviatorique sur des bases de cisaillement :

$$\overline{\varepsilon}=\begin{bmatrix}\varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz}\\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz}\\ \varepsilon_{xz} & \varepsilon_{yz} & \varepsilon_{zz}\end{bmatrix}=p\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}+d_1\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}+d_2\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & -1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0 & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz}\\ \varepsilon_{xy} & 0 & \varepsilon_{yz}\\ \varepsilon_{xz} & \varepsilon_{yz} & 0\end{bmatrix} \text{ en } 3D$$

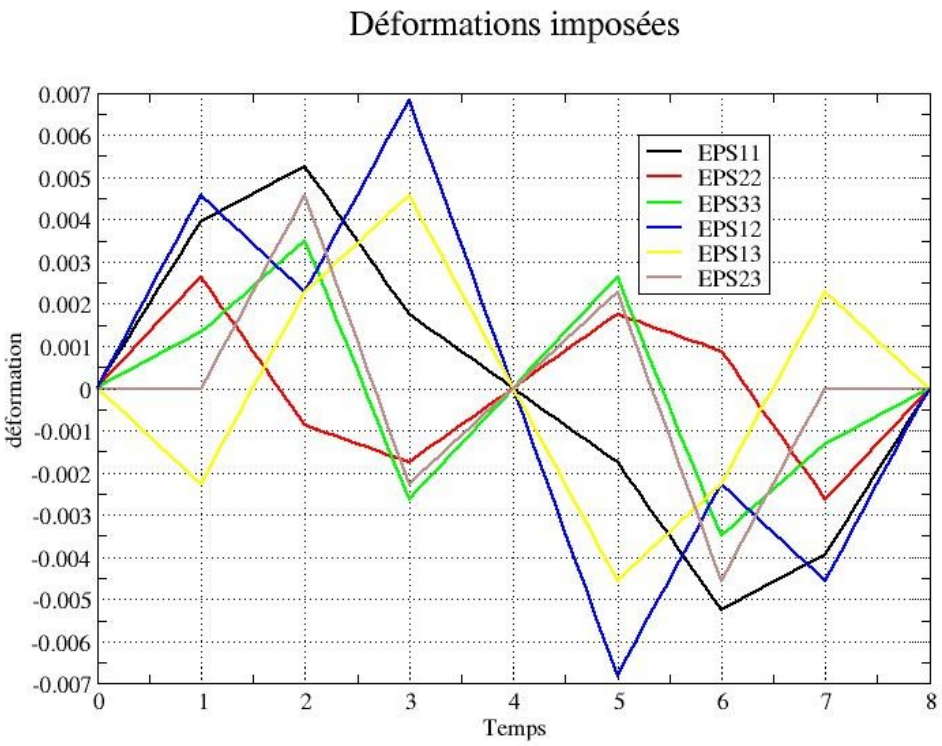
1.3.3 Description du trajet de déformation imposée

Le trajet appliqué est décrit dans le tableau ci-dessous, les valeurs de déformations appliquées sont calibrées vis à vis du module élastique :

N° segment	1	2	3	4	5	6	7	8
Segment	$O-A$	$A-B$	$B-C$	O	C'	B'	A'	O
$\varepsilon_{xx}\times E$	787.5	1050	350	0	-350	-1050	-787.5	0
$\varepsilon_{yy}\times E$	525.0	-175	-350	0	350	175	525	0
$\varepsilon_{zz}\times E$	262.5	700	-525	0	525	-700	-262.5	0
$\varepsilon_{xy}\times E/(1+\nu)$	700	350	1050	0	-1050	-350	-700	0
$\varepsilon_{xz}\times E/(1+\nu)$	-350	350	700	0	-700	-350	700	0
$\varepsilon_{yz}\times E/(1+\nu)$	0	700	-350	0	350	-700	0	0
P	525	525	-175	0	175	-525	-525	0
$d1$	262.5	525	525	0	-525	-525	-262.5	0
$d2$	262.5	-175	350	0	-350	175	-262.5	0

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Ce trajet est illustré par le graphe suivant :



1.4 Conditions initiales

Contraintes et déformations nulles.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

Ce test procède, pour chaque modélisation, à une inter-comparaison entre la solution de référence (obtenue avec un pas de temps fin), la solution avec une discrétisation moyennement grossière, la solution avec effet de la température (ou d'une autre variable de commande), la solution en changeant le système d'unités (Pa en MPa), et celle obtenue après rotation.

2.1 Définition des cas-tests de robustesse

On propose 2 angles d'analyse pour tester la robustesse de l'intégration des lois de comportement :
- études de problèmes équivalents
- étude de la discrétisation du pas de temps

Pour chacun d'eux, on étudie l'évolution des écarts relatifs entre plusieurs calculs utilisant la même loi mais présentant des paramètres ou des options de calculs différentes. L'exploitation porte sur les invariants du tenseur des contraintes : trace du tenseur, contrainte de Von-Mises et les variables internes de nature scalaire.

Les critères de convergence globaux sont les valeurs prévues par défaut par Code_Aster. (`RESI_GLOB_RELA=10-6, ITER_GLOB_MAXI=10`). On a adopté un schéma usuel de Newton pour la réactualisation de la matrice tangente :
- calcul de la matrice tangente de prédiction à chaque incrément convergé (`REAC_INC=1`)
- calcul de la matrice tangente cohérente à chaque itération de Newton (`REAC_ITER=1`).

2.2 Études de problèmes équivalents

Pour une discrétisation grossière des trajets : 1 pas de temps pour chaque segment du trajet, la solution obtenue pour chaque loi est comparée à 2 problèmes strictement équivalents pour l'état du point matériel :
- Tpa , même trajet avec un changement d'unité, on substitue les Pa aux MPa dans les données matériaux et les éventuels paramètres de la loi,
- $Trot$, trajet en imposant le même tenseur $\bar{\varepsilon}$ après une rotation : ${}^{t}R\cdot\bar{\varepsilon}\cdot R$ où R est une matrice de rotation, correspondant à une rotation de 30 degrés autour de l'axe Oz .

Pour chacun de ces problèmes, la solution (invariants des contraintes, variable interne scalaire) doit être identique à la solution de base, obtenue avec la même discrétisation en temps. La valeur de référence de l'écart est donc 0. Cela signifie en pratique que l'écart trouvé doit être de l'ordre de la précision machine soit environ $1.E-15$.

2.3 Étude de la discrétisation du pas de temps

On étudie le comportement de l'intégration des lois en fonction de la discrétisation. Pour une même modélisation, donc un comportement donné, on étudie ici deux discrétisations en temps différentes, en multipliant par 5 le nombre de pas du trajet de chargement. Ceci conduit à la discrétisation suivante :

Calcul	T_1	$T_{réf}$ **solution de référence**
Nombre d'intervalles par segment de chargement	5	25
Nombre de pas total sur l'ensemble du trajet	40	200

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

La solution de référence, $T_{réf}$, est celle obtenue pour $N=25$, soit 200 pas pour la totalité du trajet. Ces solutions permettent de juger de la sensibilité aux grands pas de temps et de la robustesse de l'intégration.

On reporte au §3.3 les maxima des écarts entre les deux solutions pour l'ensemble du trajet de chargement.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Le comportement testé est BETON_RAG , en 3D.

3.2 Grandeurs testées et résultats

Écarts max	T_{Pa}	T_{rot}	T_1	$T_{réf}$
VMIS	1.0E-07	1.0E-07	1.0E-07	0
TRACE	1.0E-07	1.0E-07	1.0E-07	0

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Le comportement testé est BETON_UMLV, en 3D.

4.2 Grandeurs testées et résultats

Précision	T_{Pa}	T_{rot}	T_1	$T_{réf}$
VMIS	1.e-10	1.e-10	6e-04	-
TRACE	1.e-10	1.e-10	1.e-1	-

Remarque: On ne teste pas de variables internes, car elles sont la représentation tensorielle des déformations de fluage, donc les valeurs sont liées au repère de coordonnées choisi.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

Le comportement testé est BETON_BURGER, en 3D. Ce modèle est implémenté sous Mfront.

5.2 Grandeurs testées et résultats

Précision	T_{Pa}	T_{rot}	T_1	$T_{réf}$
VMIS	1.e-10	4e-8	1e-8	-
TRACE	1.e-10	5.e-9	1.e-9	-

Remarque: On ne teste pas de variables internes, car elles sont la représentation tensorielle des déformations de fluage, donc les valeurs sont liées au repère de coordonnées choisi.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Synthèse

Pour le comportement BETON_RAG, les résultats sont satisfaisants :

- les résultats sont valides lors d'un changement d'unité physique du problème (Pa et MPa)
- suite à une rotation, les résultats sont identiques.

Pour le comportement BETON_UMLV_FP, les résultats sont très satisfaisants :

- les résultats sont valides lors d'un changement d'unité physique du problème (Pa en MPa)
- suite à une rotation, les résultats sont identiques
- les résultats convergent avec le pas de temps, et les schémas d'intégration permettent d'utiliser de grands pas de temps.

Pour le comportement BETON_BURGER_FP, les résultats sont très satisfaisants :

- les résultats sont valides lors d'un changement d'unité physique du problème (Pa en MPa)
- suite à une rotation, les résultats sont identiques
- les résultats convergent avec le pas de temps, et les schémas d'intégration permettent d'utiliser de grands pas de temps.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)