# SSNV250 – Validation élémentaire de la loi d'endommagement GTN dans le cas axisymétrique

**Résumé :**

Ce cas-test permet de valider l'algorithme d'intégration de la loi d'endommagement de Gurson – Tvergaard – Needleman ( $GTN$ ) local et à gradient avec les éléments finis standard sous-intégrés ou mixtes en grandes déformations. On y modélise un élément volume en traction simple.

Les différentes modélisations traitées sont :

- **Modélisation A** ( $2D$ ) : AXIS_SI.
- **Modélisation B** ( 2D ) : AXIS_GRAD_VARI.
- **Modélisation C** ( 2D ) : AXIS_GRAD_INCO.
- **Modélisation D** ( $3D$ ) : 3D_SI.
- **Modélisation E** ( 3D ) : 3D_GRAD_VARI.
- **Modélisation F** ( 3D ) : 3D_GRAD_INCO.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 1 Problème de référence

## 1.1 Géométrie

Selon la modélisation $2D$ ou $3D$ , on considère respectivement un carré ou un cube de côté 0.05 $mm$ (voir Figure. 1.1-1). En raison de la symétrie, seul un quart de la géométrie est représenté.

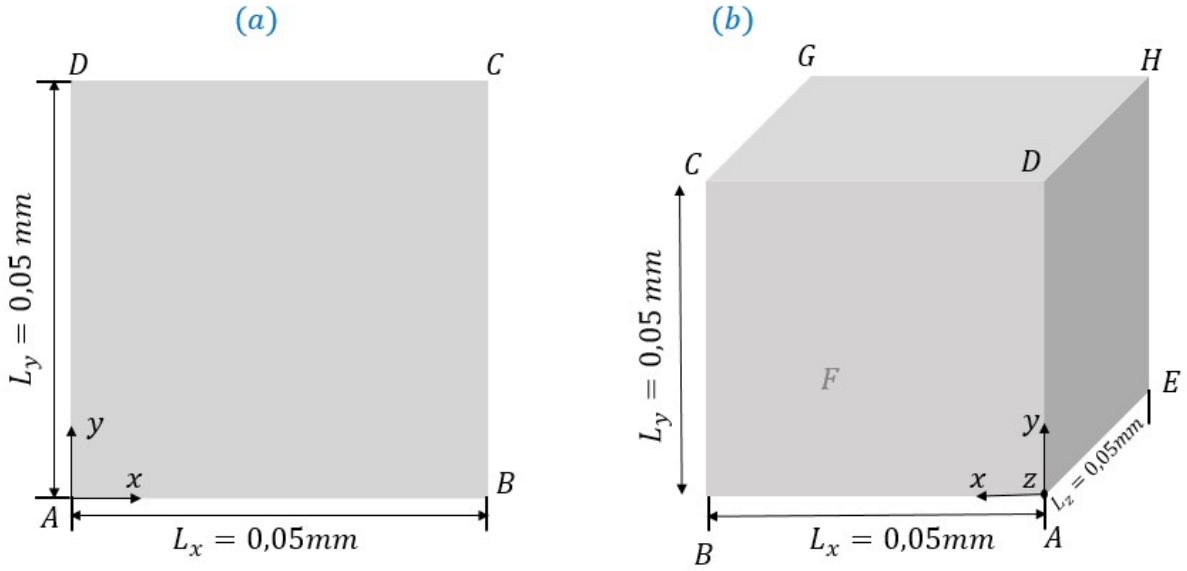



**Figure 1.1-a: Géométries d'un carré (a) et d'un cube (b)**

## 1.2 Propriétés du matériau

Élasticité :

| | |
|---|---|
| $E = 190\,000$ MPa | Module d'Young |
| $\nu = 0.3$ | Coefficient de Poisson |

Courbe d'écrouissage :

$$R(\kappa) = 488.36 + 57.13\left(1 - \exp(-8613\,\kappa)\right) + 238.73\left(1 - \exp(-10.39\,\kappa)\right)$$

Loi d'endommagement ductile GTN :

| | |
|---|---|
| $q_1 = 1.5$ | Paramètre du modèle GTN |
| $q_2 = 1.07$ | Paramètre du modèle GTN |
| $f_0 = 0.01$ | Porosité initiale |
| $f_n = 0$ | Paramètre de germination |
| $f_c = 0.05$ | Porosité de coalescence |
| $\delta = 3$ | Coefficient d'accélération lié à la coalescence |
| $c = 2.22\ N$ | Paramètre non local |
| $r = 5000\ MPa$ | Paramètre de pénalisation de Lagrange |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

En particulière, le paramètre non local $c$ et le paramètre de pénalisation $r$ ne sont utilisés que dans la loi de $GTN$ à gradient.

Dans DEFI_MATERIAU, les informations suivantes doivent être renseignées :

| **ELAS** | **ECRO_NL** | **GTN** | **NON_LOCAL** |
|---|---|---|---|
| E = 190000 | R0 = 488.361123569 | Q1 = 1.5 | C_GRAD_VARI = 2.22 |
| NU = 0. 3 | R1 = 57.1333673502 | Q2 = 1.07 | PENA_LAGR =5000 |
| | GAMMA_1 = 8613 | PORO_INIT = 0.01 | |
| | R2 = 238.731127339 | COAL_PORO = 0.05 | |
| | GAMMA_2=10.386585592 | COAL_ACCE = 3 | |

## 1.3 Conditions aux limites et chargements

Pour la modélisation $2D$ axisymétrique, les déplacements verticaux de tous les nœuds sont contrôlés : $u_y = 8y$ , les déplacements horizontaux sont bloqués le long de l'axe ( $AD$ ). Les déplacements horizontaux sont uniformes pour le côté $BC$ (voir Figure 1.1-1(a) pour la géométrie).

Pour la modélisation $3D$ , les déplacements verticaux sont donnés pour tous les nœuds : $u_y = 8y$ . on impose une condition de symétrie selon l'axe $X$ pour la face $ADHE$ ) et selon l'axe $Z$ pour la face $ABCD$ . Les déplacements selon $X$ pour la face $BCGF$ et les déplacements selon l'axe $Z$ pour la face $EFGH$ restent uniformes. (voir Figure 1.1-1(b) pour la géométrie).

Les conditions aux limites et les chargements sont imposés de cette façon de sorte que le problème axisymétrique et celui en $3D$ soient identiques entre eux et homogènes.

Le chargement est imposé à l'aide de 1000 pas de temps identiques. Le pseudo-temps de calcul est 1.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 2 Solution de référence

## 2.1 Résultats de référence

Les solutions de référence sont obtenues en réalisant les mêmes calculs dans le code de calcul par éléments finis Z-set (développé par Mines ParisTech et l'ONERA).



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 3 Modélisation A

## 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation AXIS_SI .

## 3.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage est obtenu par SALOME.
Nombre de nœuds : 8.
Nombre et types de mailles : 1 QUAD8, 4 SEG3.

## 3.3 Grandeurs testées et résultats

Le problème considéré ici est homogène, les contraintes (ou les variables internes) sont donc identiques aux différents points de Gauss.

On récupère les valeurs suivantes à l'instant 0.5 et 0.7 : la composante $\sigma_{yy}$ du tenseur de contrainte ('SIEF_ELGA', 'SIYY') , la variable d'écrouissage $\kappa$ ('VARI_ELGA', 'V1') et la porosité $f$ ('VARI_ELGA', 'V2').

Le tableau suivant rassemble les valeurs obtenues par le logiciel de calcul par éléments finis Z-set.

| INST | Identification | Valeur de référence | Type | Tolérance |
|---|---|---|---|---|
| 0.5 | SIYY | 551.8862 | SOURCE EXTERNE | RELATIF – 1% |
| 0.7 | SIYY | 267.7706 | SOURCE EXTERNE | RELATIF – 1% |
| 0.5 | V1 | 1.542931 | SOURCE EXTERNE | RELATIF – 1% |
| 0.7 | V1 | 1.714632 | SOURCE EXTERNE | RELATIF – 1% |
| 0.5 | V2 | 0.09350500 | SOURCE EXTERNE | RELATIF – 1% |
| 0.7 | V2 | 0.1735777 | SOURCE EXTERNE | RELATIF – 1% |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 4 Modélisation B

## 4.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation AXIS_GRAD_VARI .

## 4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 8.
Nombre et types de mailles : 1 QUAD8, 4 SEG3.

## 4.3 Grandeurs testées et résultats

Le problème considéré ici est homogène, les contraintes (ou les variables internes) sont donc identiques aux différents points de gauss.

On récupère les valeurs suivantes à l'instant 0.5 et 0.7 : la composante $\sigma_{yy}$ du tenseur de contrainte ('SIEF_ELGA', 'SIYY') , la variable d'écrouissage $\kappa$ ('VARI_ELGA', 'V1') et la porosité $f$ ('VARI_ELGA', 'V2').

Le tableau suivant rassemble les valeurs obtenues par le logiciel de calcul par éléments finis Z-set.

| INST | Identification | Valeur de référence | Type | Tolérance |
|---|---|---|---|---|
| 0.5 | SIYY | 552.0310 | SOURCE EXTERNE | RELATIF - 1% |
| 0.7 | SIYY | 268.0311 | SOURCE EXTERNE | RELATIF - 1% |
| 0.5 | V1 | 1.542972 | SOURCE EXTERNE | RELATIF - 1% |
| 0.7 | V1 | 1.714746 | SOURCE EXTERNE | RELATIF - 1% |
| 0.5 | V2 | 0.0946505 | SOURCE EXTERNE | RELATIF - 1% |
| 0.7 | V2 | 0.1735008 | SOURCE EXTERNE | RELATIF - 1% |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 5 Modélisation C

## 5.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation AXIS_GRAD_INCO.

## 5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 8.
Nombre et types de mailles : 1 QUAD8, 4 SEG3.

## 5.3 Grandeurs testées et résultats

Le problème considéré ici est homogène, les contraintes (ou les variables internes) sont donc identiques aux différents points de gauss.

On récupère les valeurs suivantes à l'instant 0.5 et 0.7 : la composante $\sigma_{yy}$ du tenseur de contrainte ('SIEF_ELGA', 'SIYY') , la variable d'écrouissage $\kappa$ ('VARI_ELGA', 'V1') et la porosité $f$ ('VARI_ELGA', 'V2').

Le tableau suivant rassemble les valeurs obtenues par le logiciel de calcul par éléments finis Z-set.

| INST | Identification | Valeur de référence | Type | Tolérance |
|---|---|---|---|---|
| 0.5 | SIYY | 551.9953 | SOURCE EXTERNE | RELATIF – 1% |
| 0.7 | SIYY | 267.9747 | SOURCE EXTERNE | RELATIF – 1% |
| 0.5 | V1 | 1.542963 | SOURCE EXTERNE | RELATIF – 1% |
| 0.7 | V1 | 1.714722 | SOURCE EXTERNE | RELATIF – 1% |
| 0.5 | V2 | 0.09347332 | SOURCE EXTERNE | RELATIF – 1% |
| 0.7 | V2 | 0.1735167 | SOURCE EXTERNE | RELATIF – 1% |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 6 Modélisation D

## 6.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation 3D_SI .

## 6.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 20.
Nombre et types de mailles : 1 HEXA20, 6 QUAD8, 12 SEG3.

## 6.3 Grandeurs testées et résultats

Le problème considéré ici est homogène et identique au problème $A$ (modélisation $A$ ). Les contraintes (ou les variables internes) sont donc identiques aux différents points de gauss.

On récupère les valeurs suivantes à l'instant 0.5 et 0.7 : la composante $\sigma_{yy}$ du tenseur de contrainte ('SIEF_ELGA', 'SIYY') , la variable d'écrouissage $\kappa$ ('VARI_ELGA', 'V1') et la porosité $f$ ('VARI_ELGA', 'V2').

Le tableau suivant rassemble les valeurs obtenues par le logiciel de calcul par éléments finis Z-set.

| INST | Identification | Valeur de référence | Type | Tolérance |
|---|---|---|---|---|
| 0.5 | SIYY | 551.8862 | SOURCE EXTERNE | RELATIF – 1% |
| 0.7 | SIYY | 267.7706 | SOURCE EXTERNE | RELATIF – 1% |
| 0.5 | V1 | 1.542931 | SOURCE EXTERNE | RELATIF – 1% |
| 0.7 | V1 | 1.714632 | SOURCE EXTERNE | RELATIF – 1% |
| 0.5 | V2 | 0.09350500 | SOURCE EXTERNE | RELATIF – 1% |
| 0.7 | V2 | 0.1735777 | SOURCE EXTERNE | RELATIF – 1% |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 7 Modélisation E

## 7.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation 3D_GRAD_VARI .

## 7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 20.
Nombre et types de mailles : 1 HEXA20, 6 QUAD8, 12 SEG3.

## 7.3 Grandeurs testées et résultats

Le problème considéré ici est homogène et identique au problème $B$ (modélisation $B$ ). Les contraintes (ou les variables internes) sont donc identiques aux différents points de gauss.

On récupère les valeurs suivantes à l'instant 0.5 et 0.7 : la composante $\sigma_{yy}$ du tenseur de contrainte ('SIEF_ELGA', 'SIYY') , la variable d'écrouissage $\kappa$ ('VARI_ELGA', 'V1') et la porosité $f$ ('VARI_ELGA', 'V2').

Le tableau suivant rassemble les valeurs obtenues par le logiciel de calcul par éléments finis Z-set.

| INST | Identification | Valeur de référence | Type | Tolérance |
|---|---|---|---|---|
| 0.5 | SIYY | 552.0310 | SOURCE EXTERNE | RELATIF – 1% |
| 0.7 | SIYY | 268.0311 | SOURCE EXTERNE | RELATIF – 1% |
| 0.5 | V1 | 1.542972 | SOURCE EXTERNE | RELATIF – 1% |
| 0.7 | V1 | 1.714746 | SOURCE EXTERNE | RELATIF – 1% |
| 0.5 | V2 | 0.09346505 | SOURCE EXTERNE | RELATIF – 1% |
| 0.7 | V2 | 0.1735008 | SOURCE EXTERNE | RELATIF – 1% |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 8 Modélisation F

## 8.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation 3D_GRAD_INCO .

## 8.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 20.
Nombre et types de mailles : 1 HEXA20, 6 QUAD8, 12 SEG3.

## 8.3 Grandeurs testées et résultats

Le problème considéré ici est homogène et identique au problème $C$ (modélisation $C$ ). Les contraintes (ou les variables internes) sont donc identiques aux différents points de gauss.

On récupère les valeurs suivantes à l'instant 0.5 et 0.7 : la composante $\sigma_{yy}$ du tenseur de contrainte ('SIEF_ELGA', 'SIYY') , la variable d'écrouissage $\kappa$ ('VARI_ELGA', 'V1') et la porosité $f$ ('VARI_ELGA', 'V2').

Le tableau suivant rassemble les valeurs obtenues par le logiciel de calcul par éléments finis Z-set.

| INST | Identification | Valeur de référence | Type | Tolérance |
|---|---|---|---|---|
| 0.5 | SIYY | 551.9953 | SOURCE EXTERNE | RELATIF – 1% |
| 0.7 | SIYY | 267.9747 | SOURCE EXTERNE | RELATIF – 1% |
| 0.5 | V1 | 1.542963 | SOURCE EXTERNE | RELATIF – 1% |
| 0.7 | V1 | 1.714722 | SOURCE EXTERNE | RELATIF – 1% |
| 0.5 | V2 | 0.09347332 | SOURCE EXTERNE | RELATIF – 1% |
| 0.7 | V2 | 0.1735167 | SOURCE EXTERNE | RELATIF – 1% |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 9 Synthèse des résultats

Ce cas-test est réalisé sur une seule maille en $2D$ axisymétrique ou en $3D$ . Avec les conditions aux limites et les chargements donnés, la réponse devient purement homogène. Les solutions de référence sont obtenues en réalisant les mêmes calculs dans le code de calcul par éléments finis Z-set (développé par Mines ParisTech et l'ONERA). On a une bonne concordance entre les résultats calculés et les solutions de référence.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)