SSNV231 – Sphère creuse sous pression interne en grandes déformations

Résumé :

L'objectif de ce test est de valider les différentes formulations incompressibles en grandes déformations. L'avantage de ce cas test est que l'on dispose d'une solution analytique. Cinq modélisations sont utilisées pour valider les formulations quel que soit le type d'élément fini :

Modélisation A : 3D maillage quadratique HEXA20 (INCO_UPG, INCO_UP)
Modélisation B : 3D maillage quadratique TETRA10 (INCO_UPG, INCO_UP)
Modélisation C : 3D maillage quadratique PENTA15 (INCO_UPG, INCO_UP)
Modélisation D : AXIS maillage quadratique QUAD8 (INCO_UPG, INCO_UP)
Modélisation E : AXIS maillage quadratique TRIA6 (INCO_UPG, INCO_UP)

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

On considère une sphère creuse de rayon externe $1\,m$ et de rayon interne $0.2\,m$.

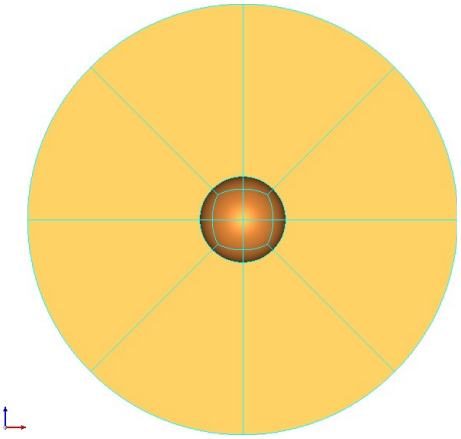


Figure 1.1-a : Coupe de la sphère étudiée

1.2 Propriétés du matériau

Le matériau a un comportement élastoplastique parfaitement plastique. Sa surface de charge est définit par le critère de von Mises. Les propriétés matériaux sont :

- $E = 200\,000\,MPa$
- $\nu = 0.3$
- $\sigma_y = 150\,MPa$

1.3 Conditions aux limites et chargements

On applique une pression interne jusqu'à atteindre la plastification entière de la sphère. La surface extérieure est libre d'effort.

1.4 Conditions initiales

Néant

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul

Dans ce qui suit, toutes les grandeurs définies dans la configuration initiale seront écrites en majuscules. Les grandeurs définies dans la configuration déformée seront écrites en minuscules.
Pour établir la solution analytique, on considère une sphère de rayons initiaux intérieur A et extérieur B. Le matériau est élastoplastique à plasticité parfaite. L'écoulement plastique est normal et associé au critère de von Mises, de limite d'élasticité σ_y. L'élasticité est isotrope défini par les modules de compressibilité et de cisaillement, K et μ. La sphère est soumise à une pression interne P.
Étant donnée la symétrie sphérique de la géométrie et du chargement, on cherche une solution qui présente les mêmes propriétés d'invariance ce qui exclut la recherche de solutions bifurquées. La solution ne dépend que de la distance au centre de la sphère notée R dans la configuration initiale et r dans la configuration déformée. Le déplacement est purement radial : $\vec{u}(r)=u(r)\vec{e}_r$, où $(\vec{e}_r,\vec{e}_\theta,\vec{e}_\varphi)$ est la base orthonormée associée au système de coordonnées sphériques. On utilisera donc la définition des opérateurs grad, div, … adéquates. Le tenseur des contraintes s'exprime de la manière suivante :

$$\boldsymbol{\sigma}=\sigma_{rr}(r)\vec{e}_r\otimes\vec{e}_r+\sigma_{\theta\theta}(r)(\vec{e}_\theta\otimes\vec{e}_\theta\,\vec{e}_\varphi\otimes\vec{e}_\varphi) \tag{1}$$

Pour ce qui concerne le déplacement, son expression dans la configuration de référence est : $\vec{u}(\vec{X})=U(r)\vec{e}_r$. On peut remarquer que, par définition, on a les relations :

$$r=R+U(R) \text{ et } u(r)=U(R)$$

On en déduit la formule suivante pour les dérivées

$$\frac{\partial U}{\partial R}=\frac{\partial u}{\partial r}\frac{\partial r}{\partial R}=\frac{\partial u}{\partial r}\left(1+\frac{\partial U}{\partial R}\right)\Rightarrow\frac{\partial U}{\partial R}=\frac{\dfrac{\partial u}{\partial r}}{\left(1-\dfrac{\partial u}{\partial r}\right)} \tag{2}$$

On calcule le gradient de la transformation :

$$\boldsymbol{F}=\left(1+\frac{\partial U}{\partial R}\right)\vec{e}_r\otimes\vec{e}_r+\left(1+\frac{U}{R}\right)(\vec{e}_\theta\otimes\vec{e}_\theta\,\vec{e}_\varphi\otimes\vec{e}_\varphi) \tag{3}$$

Remarque :
$\boldsymbol{F}$ admet des directions propres constantes au cours de la transformation.

La déformation logarithmique admet alors simplement comme expression :

$$\boldsymbol{E}=\ln\left(1+\frac{\partial U}{\partial R}\right)\vec{e}_r\otimes\vec{e}_r+\ln\left(1+\frac{U}{R}\right)(\vec{e}_\theta\otimes\vec{e}_\theta\,\vec{e}_\varphi\otimes\vec{e}_\varphi) \tag{4}$$

Remarque :
Dans ce cas particulier, le taux de déformation $\dot{\boldsymbol{E}}$ coïncide avec le taux de déformation Eulérien $\boldsymbol{D}$, si bien que le tenseur de contrainte $\boldsymbol{T}$ associée aux déformations logarithmiques est égal au teneur de Kirchhoff τ. C'est une situation favorable pour exhiber une solution analytique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Dans la configuration déformée, la déformation $\boldsymbol{e}(\vec{x})=\boldsymbol{E}(\vec{X})$ s'exprime :

$$\boldsymbol{e}=-\ln\left(1-\frac{\partial u}{\partial r}\right)\vec{e}_r\otimes\vec{e}_r+\left(\ln r-\ln(r-u)\right)(\vec{e}_\theta\otimes\vec{e}_\theta\,\vec{e}_\varphi\otimes\vec{e}_\varphi) \tag{5}$$

Il est aussi utile d'exprimer le Jacobien de la transformation et son logarithme dans la configuration déformée :

$$j=\det\boldsymbol{F}=\frac{1}{\left(1-\frac{\partial u}{\partial r}\right)}\left(\frac{r}{r-u}\right)^2 \text{ et } \ln j=-\ln(1-\frac{\partial u}{\partial r})+2\ln r-2\ln(r-u)=\operatorname{tr}\boldsymbol{e} \tag{6}$$

Les équations d'équilibre peuvent être elles aussi exprimées dans la configuration déformée en fonction du tenseur de Kirchhoff $\boldsymbol{\tau}=j\boldsymbol{\sigma}$:

$$\operatorname{div}_x\left(\frac{\tau}{j}\right)=\mathbf{0}\Leftrightarrow\frac{\partial\tau_{rr}}{\partial r}-\tau_{rr}\frac{\partial\ln j}{\partial r}+\frac{2}{r}(\tau_{rr}-\tau_{\theta\theta})=0 \tag{7}$$

De plus, on a les conditions aux limites :

$$\tau_{rr}(b)=0 \text{ et } \tau_{rr}(a)=j(a)P \tag{8}$$

Où a et b sont les rayons intérieur et extérieur de la sphère déformée. Compte tenue de la symétrie sphérique, il est équivalent d'imposer une pression interne ou un déplacement radial sur la peau intérieure. On préférera piloter le calcul en déplacement, si bien que la deuxième condition aux limites est remplacée par :

$$u(a)=U^{imp} \tag{9}$$

Pour ce qui est du comportement, la partie hydrostatique est purement élastique :

$$\operatorname{tr}\boldsymbol{\tau}=3K\operatorname{tr}\boldsymbol{e}\Leftrightarrow 3K\ln j=\tau_{rr}+2\tau_{\theta\theta} \tag{10}$$

Pour la partie déviatorique, on a les relations classique de la plasticité de von Mises :

$$\tau_{eq}\leq\sigma_y\,;\,\dot{p}\geq 0\,;\,\dot{p}(\tau_{eq}-\sigma_y)=0 \tag{11}$$

$$\boldsymbol{\tau}^{\boldsymbol{D}}=2\mu(\boldsymbol{e}^{\boldsymbol{D}}+\boldsymbol{e}^{\boldsymbol{p}}) \text{ et } \dot{\boldsymbol{e}}^{\boldsymbol{p}}=\frac{3}{2}\dot{p}\frac{\boldsymbol{\tau}^{\boldsymbol{D}}}{\tau_{eq}} \tag{12}$$

En matière de réponse de la structure, on s'attend à un scénario dans lequel la zone plastique se développe progressivement de l'intérieur vers l'extérieur de la sphère. Lorsqu'elle atteint la paroi extérieure, tous les points de la sphère sont en régime plastique soit :

$$\tau_{eq}=\sigma_y\Leftrightarrow\tau_{\theta\theta}-\tau_{rr}=\sigma_y \tag{13}$$

En outre, au moment où la paroi externe est atteinte, la déformation plastique y est encore nulle. On a donc :

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$$\boldsymbol{e}^{\boldsymbol{D}}(b)=\frac{1}{2\mu}\boldsymbol{\tau}^{\boldsymbol{D}}(b)\Leftrightarrow\frac{(\tau_{rr}(b)-\tau_{\theta\theta}(b))}{2\mu}=\ln\left(\left.\frac{1-\frac{\partial u}{\partial r}}{r-u}\right)\right|_{b}+\ln b \tag{14}$$

Lorsque la zone plastique débouche sur la paroi externe, l'une des deux composantes du tenseur des contrainte est connue en tout point via (13). La relation d'équilibre (7) ainsi que la partie sphérique du comportement (10) permettent alors de déterminer entièrement le champ de contrainte, ainsi que le Jacobien de la transformation. En fait, contrairement au cas des petites déformations, ces deux équations sont couplées. Elles s'écrivent :

$$\begin{cases}\dfrac{\partial\tau_{rr}}{\partial r}-\tau_{rr}\dfrac{\partial\ln j}{\partial r}+\dfrac{2}{r}(\tau_{rr}-\tau_{\theta\theta})=0\\ 3\mathrm{K}\ln j=\tau_{rr}+2\tau_{\theta\theta}\end{cases} \tag{15}$$

En substituant la définition de $\ln j$ dans la première équation de (15), on obtient :

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(\tau_{rr}-\frac{\tau_{rr}^{2}}{2\mathrm{K}}\right)=\frac{2}{r}\sigma_{y} \tag{16}$$

Cette équation s'intègre facilement en prenant en compte la condition aux limites (8)

$$\tau_{rr}-\frac{\tau_{rr}^{2}}{2\mathrm{K}}=2\,\sigma_{y}\ln\left(\frac{r}{b}\right) \tag{17}$$

Le champ de contrainte peut être déduit en résolvant cette équation du second ordre. Le choix de la racine est fixée par le fait qu'il s'agit d'une contrainte de compression, donc négative. Le champ de changement de volume $\ln j$ s'en déduit alors au travers de (15) :

$$\begin{cases}\tau_{rr}(r)=K-\sqrt{K^{2}-4\mathrm{K}\,\sigma_{y}\ln\left(\dfrac{r}{b}\right)}\\ \ln j(r)=1-\sqrt{1-4\dfrac{\sigma_{y}}{K}\ln\left(\dfrac{r}{b}\right)}+\dfrac{2\sigma_{y}}{3\mathrm{K}}\end{cases} \tag{18}$$

Par ailleurs, la relation cinématique (6) peut se réécrire :

$$\frac{\partial}{\partial r}\left((r-u)^{3}\right)=\frac{3r^{2}}{\exp\ln j} \tag{19}$$

En prenant en compte la définition $b-u(b)=B$, on en déduit par intégration :

$$(r-u)^{3}=B^{2}-\int_{r}^{b}\frac{3\rho^{2}}{\exp\ln j(\rho)}d\rho \tag{20}$$

La primitive dans (20) devra être calculée numériquement.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

On peut aussi s'appuyer sur la relation (19) pour exprimer simplement le rayon déformé en b. En effet,, en $r=b$, le changement de volume vaut :

$$\ln j(b)=\frac{2\sigma_y}{3K} \tag{21}$$

L'équation (19) s'écrit en $r=b$:

$$\left(1-\frac{\partial u}{\partial r}\right)=\frac{b^2}{B^2}\exp\left(-\frac{2\sigma_y}{3K}\right) \tag{22}$$

La condition de continuité (14) permet alors de fixer le rayon de la sphère déformée car elle s'exprime encore :

$$\left(1-\frac{\partial u}{\partial r}\right)=\left(\frac{b}{B}\right)^{-1}\exp\left(\frac{\sigma_y}{2\mu}\right) \tag{23}$$

De (22) et (23), on déduit le rayon extérieur déformée :

$$\frac{b}{B}=\exp\left(\frac{\sigma_y}{3}\left(\frac{1}{2\mu}+\frac{2}{3K}\right)\right) \tag{24}$$

La connaissance de la déformation et de la contrainte permet de déterminer à son tour le champ de déformation plastique cumulée p, En effet, son évolution est gouvernée par l'équation tensorielle (12). Plus précisément, il s'avère que la direction τ^D/τ_{eq} est constante ce qui permet d'intégrer simplement la déformation plastique :

$$\boldsymbol{e}^p=p\left(\vec{e}_r\otimes\vec{e}_r-\frac{1}{2}\vec{e}_\theta\otimes\vec{e}_\theta-\frac{1}{2}\vec{e}_\varphi\otimes\vec{e}_\varphi\right) \tag{25}$$

Puis en substituant cette expression dans la première équation de (12), on en déduit :

$$p(r)=\frac{2}{3}(e_{\theta\theta}-e_{rr})-\frac{\sigma_y}{3\mu}=\frac{2}{3}\left(\ln r-\frac{\sigma_y}{2\mu}+\ln\frac{1-\frac{\partial u}{\partial r}}{r-u}\right) \tag{26}$$

Où l'expression du champ de déplacement est dorénavant connue d'aprés (20).
Finalement, la condition aux limites intérieure permet de déterminer le niveau de chargement critique pour lequel la zone plastique atteint la paroi extérieure. En effet, le rayon intérieur défomée est donné de manière implicite par la relation (20) exprimée justement en $r=a$:

$$\int_r^b\frac{3\rho^2}{\exp\ln j(\rho)}d\rho=B^3-A^3 \tag{27}$$

2.2 Grandeurs et résultats de référence

Les grandeurs de référence sont la trace de la contrainte et la déformation plastique cumulée en configuration déformée pour les points de Gauss ayant le r le plus petit et le plus grand.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2.3 Incertitudes sur la solution

La solution étant analytique, on a pas d'incertitude.

2.4 Références bibliographiques

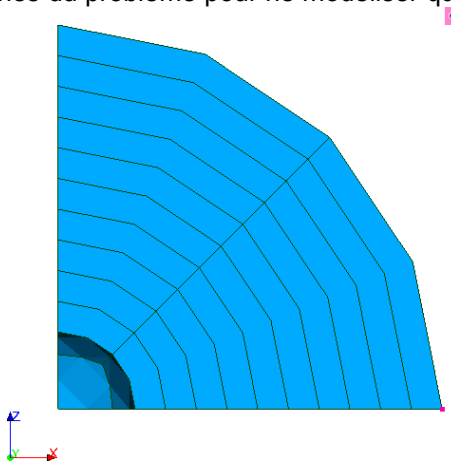
1 E. LORENTZ, "Dualisation des conditions de quasi-incompressibilité", Document interne EDF R&D, 2011.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

On prend avantage des symétries du problème pour ne modéliser qu'un huitième de la sphère.



Trois modélisations sont testées : 3D_INCO_UPG (SIMO_MIEHE et GDEF_LOG) et 3D_INCO_UP

3.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage de 246 nœuds contient 30 éléments de type HEXA20.

3.3 Grandeurs testées et résultats

On teste la trace des contraintes et la déformation plastique cumulée pour les points de Gauss le plus excentré et le moins excentré.

MODELISATION='3D_INCO_UPG' et DEFORMATION='SIMO_MIEHE'

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Point de Gauss le moins excentré - $tr\sigma$ - Pa	'ANALYTIQUE'	-1039159346.8	0.3%
Point de Gauss le plus excentré - $tr\sigma$ - Pa	'ANALYTIQUE'	280042736.64	2%
Point de Gauss le moins excentré - p	'ANALYTIQUE'	0.13857481948	30%
Point de Gauss le plus excentré - p	'ANALYTIQUE'	$7.5327100205e^{-5}$	45%

MODELISATION='3D_INCO_UPG' et DEFORMATION='GDEF_LOG'

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Point de Gauss le moins excentré - $tr\sigma$ - Pa	'ANALYTIQUE'	-1039075543.3	0.3%
Point de Gauss le plus excentré - $tr\sigma$ - Pa	'ANALYTIQUE'	280042663.38	2%
Point de Gauss le	'ANALYTIQUE'	0.13853470251	30%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

moins excentré - p			
Point de Gauss le plus excentré - p	'ANALYTIQUE'	7.5327415674e-5	45%

MODELISATION='3D_INCO_UP' et DEFORMATION='GDEF_LOG'

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Point de Gauss le moins excentré - $tr\sigma$ - Pa	'ANALYTIQUE'	-1039075544	0.3%
Point de Gauss le plus excentré - $tr\sigma$ - Pa	'ANALYTIQUE'	280042663.37	2%
Point de Gauss le moins excentré - p	'ANALYTIQUE'	0.13853470247	30%
Point de Gauss le plus excentré - p	'ANALYTIQUE'	7.5327415705e-5	45%

3.4 Remarques

Toutes les formulations incompressibles donnent de bons résultats. On peut voir sur la Figure 3.4-a que l'on n'a plus d'oscillations sur la valeur de la trace des contraintes avec les formulations incompressibles contrairement aux éléments standards 3D.

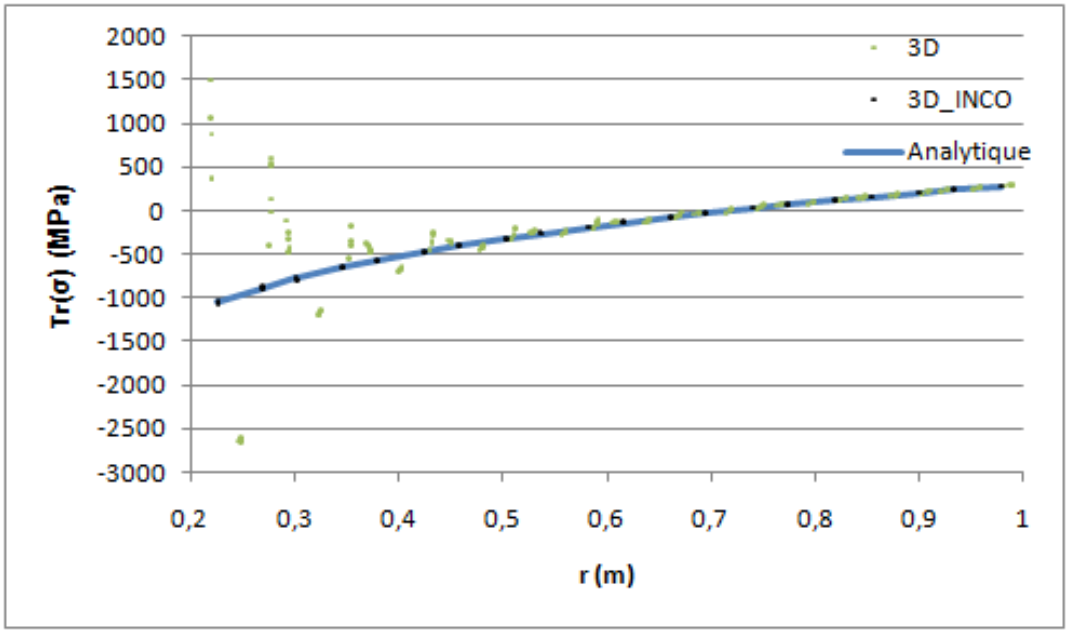


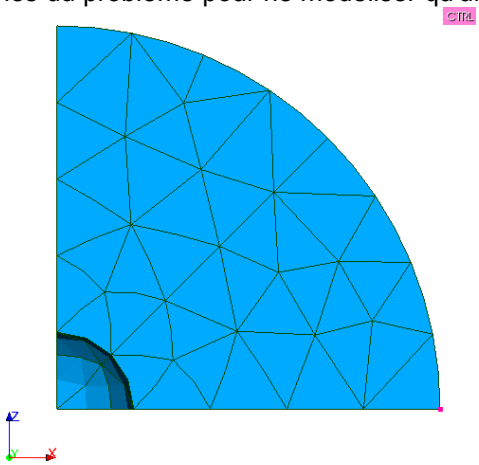
Figure 3.4-a : trace des contraintes en Mpa pour les formulations 3D, 3D_INCO et la solution analytique

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

On prend avantage des symétries du problème pour ne modéliser qu'un huitième de la sphère.



Trois modélisations sont testées : 3D_INCO_UPG (SIMO_MIEHE et GDEF_LOG) et 3D_INCO_UP

4.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage de 958 nœuds contient 535 éléments de type TETRA10.

4.3 Grandeurs testées et résultats

On teste la trace des contraintes et la déformation plastique cumulée pour les points de Gauss le plus excentré et le moins excentré.

MODELISATION='3D_INCO_UPG' et DEFORMATION='SIMO_MIEHE'

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Point de Gauss le moins excentré - $tr\sigma$ - Pa	'ANALYTIQUE'	-1054911623.9	0.9%
Point de Gauss le plus excentré - $tr\sigma$ - Pa	'ANALYTIQUE'	282824382.06	0.4%
Point de Gauss le moins excentré - p	'ANALYTIQUE'	0.10271480980	23%
Point de Gauss le plus excentré - p	'ANALYTIQUE'	$6.3610302176e^{-5}$	7.5%

MODELISATION='3D_INCO_UPG' et DEFORMATION='GDEF_LOG'

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Point de Gauss le moins excentré - $tr\sigma$ - Pa	'ANALYTIQUE'	-1055244775.5	0.9%
Point de Gauss le plus excentré - $tr\sigma$ - Pa	'ANALYTIQUE'	282824564.66	0.4%
Point de Gauss le moins excentré - p	'ANALYTIQUE'	0.10283960537	23%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Point de Gauss le plus excentré - p	'ANALYTIQUE'	6.3609549443e-5	7.5%

MODELISATION='3D_INCO_UP' et DEFORMATION='GDEF_LOG'

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Point de Gauss le moins excentré - $tr\sigma$ - Pa	'ANALYTIQUE'	-1055244775.5	0.9%
Point de Gauss le plus excentré - $tr\sigma$ - Pa	'ANALYTIQUE'	282824564.66	0.4%
Point de Gauss le moins excentré - p	'ANALYTIQUE'	0.10283960537	23%
Point de Gauss le plus excentré - p	'ANALYTIQUE'	6.3609549443e-5	7.5%

4.4 Remarques

Toutes les formulations incompressibles donnent de bons résultats. On peut voir sur la Figure a que l'on n'a plus d'oscillations sur la valeur de la trace des contraintes avec les formulations incompressibles contrairement aux éléments standards 3D.

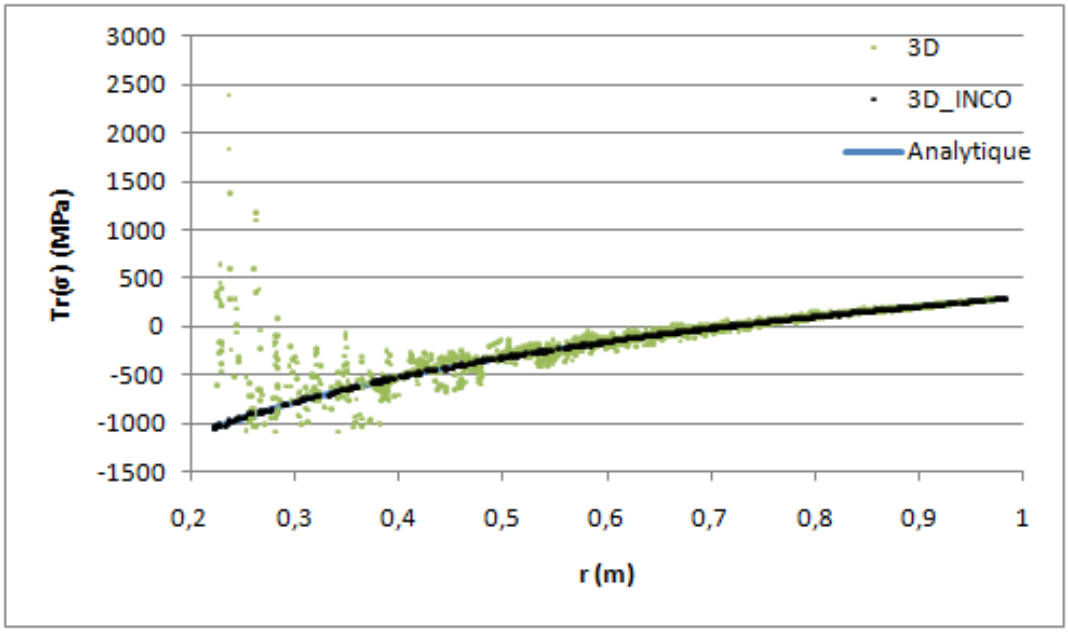


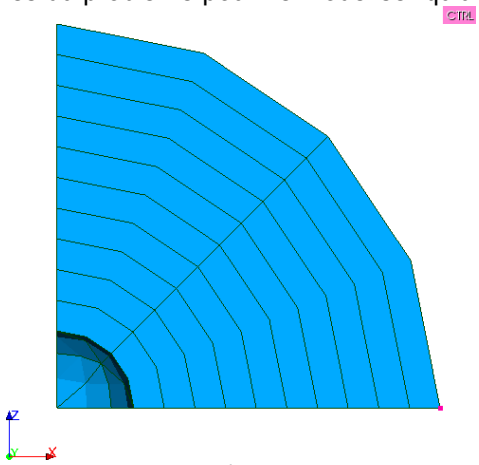
Figure a : Trace des contraintes en Mpa pour les formulations 3D, 3D_INCO et la solution analytique

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

On prend avantage des symétries du problème pour ne modéliser qu'un huitième de la sphère.



Trois modélisations sont testées : 3D_INCO_UPG (SIMO_MIEHE et GDEF_LOG) et 3D_INCO_UP

5.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage de 279 nœuds contient 60 éléments de type PENTA15.

5.3 Grandeurs testées et résultats

On teste la trace des contraintes et la déformation plastique cumulée pour les points de Gauss le plus excentré et le moins excentré.

MODELISATION='3D_INCO_UPG' et DEFORMATION='SIMO_MIEHE'

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Point de Gauss le moins excentré - $tr\sigma$ - Pa	'ANALYTIQUE'	-1069165300.4	1%
Point de Gauss le plus excentré - $tr\sigma$ - Pa	'ANALYTIQUE'	293654077.71	1%
Point de Gauss le moins excentré - p	'ANALYTIQUE'	0.1205244945	17%
Point de Gauss le plus excentré - p	'ANALYTIQUE'	$2.1945807187e^{-5}$	1E-5%

MODELISATION='3D_INCO_UPG' et DEFORMATION='GDEF_LOG'

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Point de Gauss le moins excentré - $tr\sigma$ - Pa	'ANALYTIQUE'	-1069097464.2	1%
Point de Gauss le plus excentré - $tr\sigma$ - Pa	'ANALYTIQUE'	293654247.5	1%
Point de Gauss le moins excentré - p	'ANALYTIQUE'	0.12049702407	17%
Point de Gauss le plus	'ANALYTIQUE'	$2.1945190693e^{-5}$	1E-5%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

excentré - p			

MODELISATION='3D_INCO_UP' et DEFORMATION='GDEF_LOG'

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Point de Gauss le moins excentré - $tr\sigma$ - Pa	'ANALYTIQUE'	-1069097462.2	1%
Point de Gauss le plus excentré - $tr\sigma$ - Pa	'ANALYTIQUE'	293654247.46	1%
Point de Gauss le moins excentré - p	'ANALYTIQUE'	0.12049702379	17%
Point de Gauss le plus excentré - p	'ANALYTIQUE'	$2.1945190811e^{-5}$	1E-5%

5.4 Remarques

Toutes les formulations incompressibles donnent de bons résultats. On peut voir sur la Figure 5.4-a que l'on n'a plus d'oscillations sur la valeur de la trace des contraintes avec les formulations incompressibles contrairement aux éléments standards 3D.

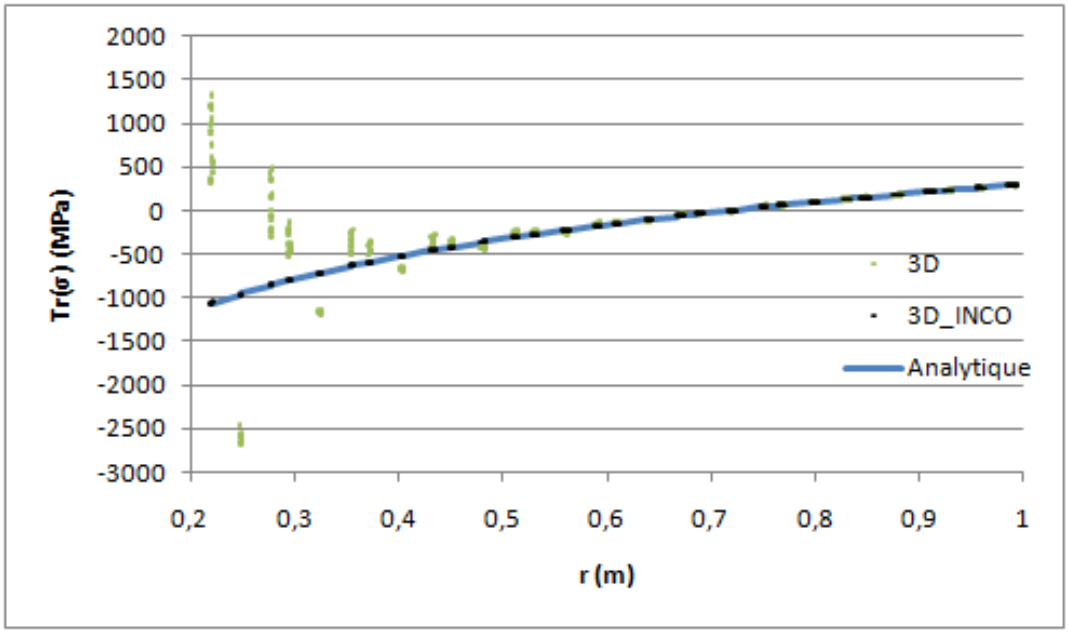


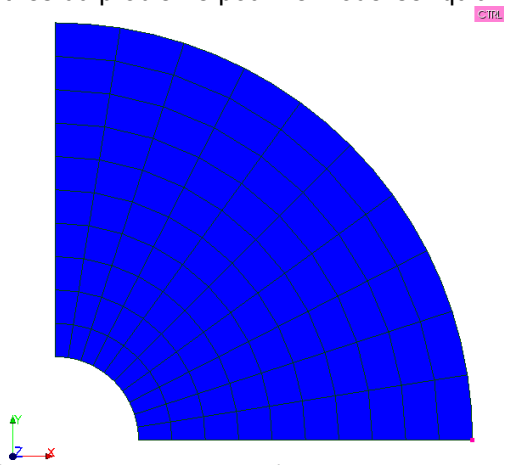
Figure 5.4-a : Trace des contraintes en Mpa pour les formulations 3D, 3D_INCO et la solution analytique

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques de la modélisation

On prend avantage des symétries du problème pour ne modéliser qu'un huitième de la sphère.



Trois modélisations sont testées : AXIS_INCO_UPG (SIMO_MIEHE et GDEF_LOG) et AXIS_INCO_UP

6.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage de 341 nœuds contient 100 éléments de type QUAD8.

6.3 Grandeurs testées et résultats

On teste la trace des contraintes et la déformation plastique cumulée pour les points de Gauss le plus excentré et le moins excentré.

MODELISATION='AXIS_INCO_UPG' et DEFORMATION='SIMO_MIEHE'

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Point de Gauss le moins excentré - $tr\sigma$ - Pa	'ANALYTIQUE'	-1034318375.2	0.2%
Point de Gauss le plus excentré - $tr\sigma$ - Pa	'ANALYTIQUE'	284142728.1	0.2%
Point de Gauss le moins excentré - p	'ANALYTIQUE'	0.13814566168	32%
Point de Gauss le plus excentré - p	'ANALYTIQUE'	$5.8228400148e^{-5}$	46%

MODELISATION='AXIS_INCO_UPG' et DEFORMATION='GDEF_LOG'

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Point de Gauss le moins excentré - $tr\sigma$ - Pa	'ANALYTIQUE'	-1034277396.8	0.2%
Point de Gauss le plus excentré - $tr\sigma$ - Pa	'ANALYTIQUE'	284142845.29	0.2%
Point de Gauss le moins excentré - p	'ANALYTIQUE'	0.13812431142	32%
Point de Gauss le plus	'ANALYTIQUE'	$5.8227926343e^{-5}$	46%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

excentré - p			

MODELISATION='AXIS_INCO_UP' et DEFORMATION='GDEF_LOG'

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Point de Gauss le moins excentré - $tr\sigma$ - Pa	'ANALYTIQUE'	-1034277398.8	0.2%
Point de Gauss le plus excentré - $tr\sigma$ - Pa	'ANALYTIQUE'	284142845.27	0.2%
Point de Gauss le moins excentré - p	'ANALYTIQUE'	0.13812431254	32%
Point de Gauss le plus excentré - p	'ANALYTIQUE'	$5.8227926392e^{-5}$	46%

6.4 Remarques

Toutes les formulations incompressibles donnent de bons résultats. On peut voir sur la Figure 6.4-a que l'on n'a plus d'oscillations sur la valeur de la trace des contraintes avec les formulations incompressibles contrairement aux éléments standards AXIS.

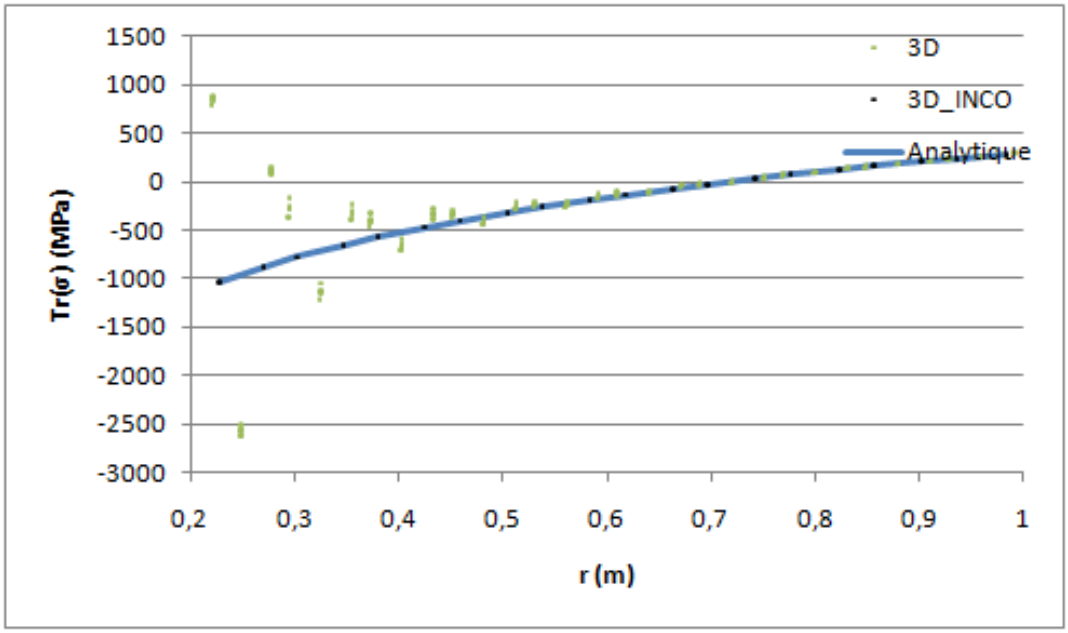


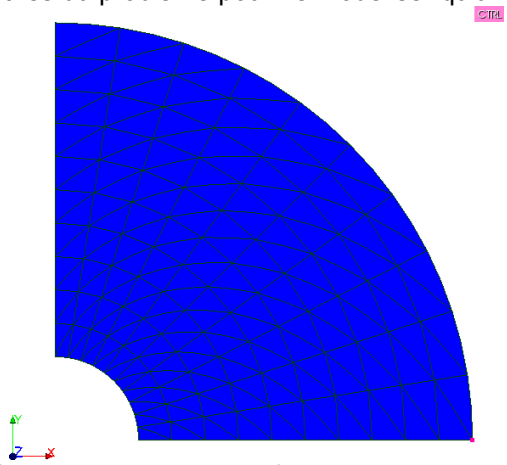
Figure 6.4-a : Trace des contraintes en Mpa pour les formulations AXIS, AXIS_INCO et la solution analytique

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Modélisation E

7.1 Caractéristiques de la modélisation

On prend avantage des symétries du problème pour ne modéliser qu'un huitième de la sphère.



Trois modélisations sont testées : AXIS_INCO_UPG (SIMO_MIEHE et GDEF_LOG) et AXIS_INCO_UP

7.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage de 441 nœuds contient 200 éléments de type TRIA6.

7.3 Grandeurs testées et résultats

On teste la trace des contraintes et la déformation plastique cumulée pour les points de Gauss le plus excentré et le moins excentré.

MODELISATION='AXIS_INCO_UPG' et DEFORMATION='SIMO_MIEHE'

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Point de Gauss le moins excentré - $tr\sigma$ - Pa	'ANALYTIQUE'	-1038055558,5	1.5%
Point de Gauss le plus excentré - $tr\sigma$ - Pa	'ANALYTIQUE'	287474941.41	0.1%
Point de Gauss le moins excentré - p	'ANALYTIQUE'	0.095807224561	16%
Point de Gauss le plus excentré - p	'ANALYTIQUE'	$4.5056636601e^{-5}$	10%

MODELISATION='AXIS_INCO_UPG' et DEFORMATION='GDEF_LOG'

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Point de Gauss le moins excentré - $tr\sigma$ - Pa	'ANALYTIQUE'	-1036113143.5	1.5%
Point de Gauss le plus excentré - $tr\sigma$ - Pa	'ANALYTIQUE'	287474939.50	0.1%
Point de Gauss le moins excentré - p	'ANALYTIQUE'	0.096499343842	16%
Point de Gauss le plus	'ANALYTIQUE'	$4.5056643994e^{-5}$	10%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

excentré - p			

MODELISATION='AXIS_INCO_UP' et DEFORMATION='GDEF_LOG'

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Point de Gauss le moins excentré - $tr\sigma$ - Pa	'ANALYTIQUE'	-1036113143.5	1.5%
Point de Gauss le plus excentré - $tr\sigma$ - Pa	'ANALYTIQUE'	287474939.50	0.1%
Point de Gauss le moins excentré - p	'ANALYTIQUE'	0.096499343739	16%
Point de Gauss le plus excentré - p	'ANALYTIQUE'	$4.5056643999e^{-5}$	10%

7.4 Remarques

Toutes les formulations incompressibles donnent de bons résultats. On peut voir sur la Figure 7.4-a que l'on n'a plus d'oscillations sur la valeur de la trace des contraintes avec les formulations incompressibles contrairement aux éléments standards AXIS.

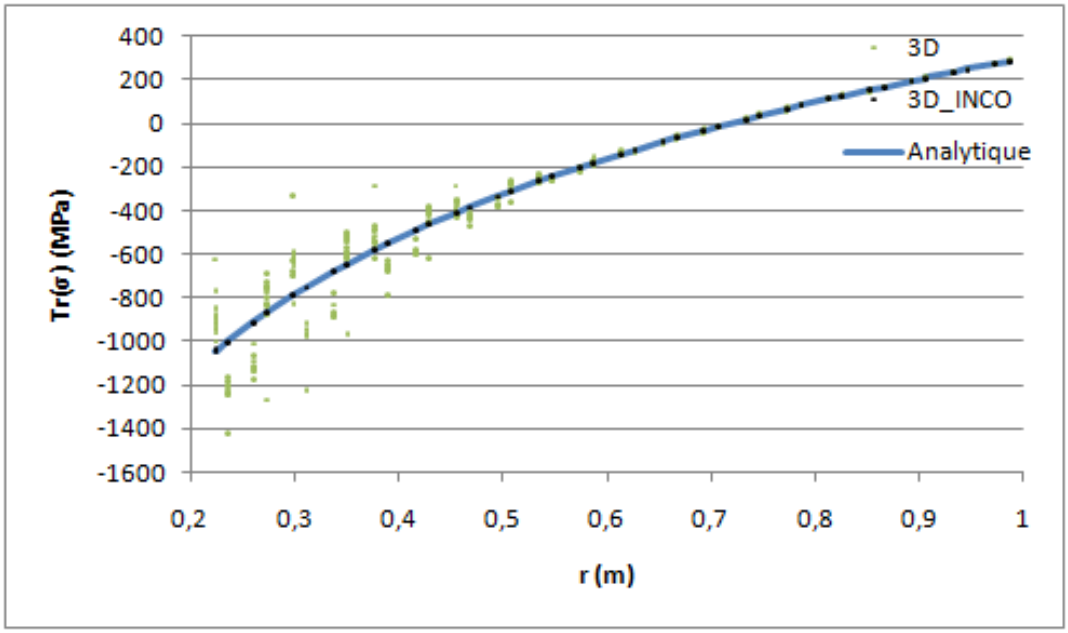


Figure 7.4-a : Trace des contraintes en Mpa pour les formulations AXIS, AXIS_INCO et la solution analytique

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

8 Synthèse des résultats

Les résultats obtenus montrent que les formulations incompressibles permettent de bien maîtriser les phénomènes d'oscillations de la trace des contraintes en grandes déformations.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)