SSNV219 – Méthode des solutions manufacturées en contact 3D et grandes déformations

Résumé :

L'objectif de ce test est de vérifier la modélisation du contact 3D en grandes déformations grâce à la méthode des solutions manufacturées [bib1].

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

On considère un cube de coté $1\,m$.

1.2 Propriétés du matériau

Pour les modélisations A, B C et D :

$E=1\,MPa$	Module d'Young
$\nu=0.15$	Coefficient de Poisson

Pour les modélisations E, F, G, H, I, J, K, L et M :

$E=1\,MPa$	Module d'Young
$\nu=0.$	Coefficient de Poisson

1.3 Conditions aux limites et chargements

Sur le bord HAUT , on impose un déplacement(voir paragraphe 2).
Sur les bords BORDX , BORDMX , BORDY , BORDMY , BORDZ et ESCLAVE , on impose une pression (voir paragraphe 2).
Dans tout le domaine, on impose une force de volume (voir paragraphe 2).
La surface MAITRE de nature paraboloïde est décrite par l'équation :

$$Z=-0.2\times(1.+X^2+Y^2)-0.3 \quad (1)$$

1.4 Conditions initiales

Néant

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul

La solution de référence analytique est donnée par :

$$\begin{aligned} Ux &= 0.2\times Z^2\times X\times Y \\ Uy &= 0.2\times Z^2\times X\times Y \\ Uz &= -0.2\times(1.+X^2+Y^2)\times(1+0.01\times Z)-0.01*Z-0.3 \end{aligned} \quad (2)$$

Les conditions de Dirichlet, de Neumann et le terme source sont obtenus par la méthode des solutions manufacturées [bib1].
On commence par déterminer le gradient de la transformation $\underline{\underline{F}}$:

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$$\underline{\underline{F}}=\nabla \underline{U}+\underline{\underline{Id}} \tag{3}$$

Connaissant la normale $\underline{N}=[0,0,-1]^T$ à la surface ESCLAVE dans la configuration non-déformée, on obtient son expression dans la configuration déformée par la formule de Nanson :

$$\underline{n}=\frac{\underline{\underline{F}}^{-T}\underline{N}}{\|\underline{\underline{F}}^{-T}\underline{N}\|} \tag{4}$$

Connaissant le tenseur de Hooke $\underline{\underline{\underline{\underline{A}}}}$ et le tenseur de Green-Lagrange $\underline{\underline{E}}$, on calcule le second tenseur de Piola-Kirchhoff $\underline{\underline{S}}$:

$$\underline{\underline{E}}=\frac{1}{2}(\underline{\underline{F}}^T\cdot\underline{\underline{F}}-\underline{\underline{Id}}) \tag{5}$$

$$\underline{\underline{S}}=\underline{\underline{\underline{\underline{A}}}}:\underline{\underline{E}} \tag{6}$$

On rappelle que le second tenseur de Piola-Kirchhoff $\underline{\underline{S}}$ permet d'obtenir des efforts en configuration non déformée par unité de surface non déformée :

$$\frac{d\,\underline{f}_0}{dA}=\underline{\underline{S}}\cdot\underline{N} \tag{7}$$

Comme nous cherchons à déterminer des efforts en configuration déformée, nous allons déterminer le premier tenseur de Piola-Kirchhoff $\underline{\underline{\Pi}}$

$$\underline{\underline{\Pi}}=\underline{\underline{F}}\cdot\underline{\underline{S}} \tag{8}$$

On peut ainsi déterminer les forces de volume $\underline{f}_{vol}$:

$$\underline{f}_{vol}=-div\,\underline{\underline{\Pi}} \tag{9}$$

Connaissant la normale en configuration initiale sur les différentes faces et le premier tenseur de Piola-Kirchhoff $\underline{\underline{\Pi}}$, on peut calculer les efforts de surface en configuration déformée :

$$\underline{f}_{surf}=\underline{\underline{\Pi}}\cdot\underline{N} \tag{10}$$

Sur la surface BAS qui est en contact, il faut un traitement particulier. En effet, les efforts normaux y sont pris en compte par le contact :

$$\begin{aligned}\underline{f}_{surf}^{BAS} &= \underline{f}_{surf_n}^{BAS} + \underline{f}_{surf_t}^{BAS}\\ &= \underline{f}_{contact} + \underline{f}_{surf_t}^{BAS}\\ &= p*\underline{n} + \underline{f}_{surf_t}^{BAS}\end{aligned} \tag{11}$$

Où p désigne la pression de contact. Elle peut être déterminée par l'expression :

$$p=(\underline{\underline{\Pi}}\cdot\underline{N})\cdot\underline{n} \tag{12}$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Il ne faut donc y appliquer que les efforts tangentiels. On les calcule par l'expression :

$$\begin{aligned} \underline{f}_{surf_t}^{BAS} &= \underline{f}_{surf}^{BAS} - \underline{f}_{surf_n}^{BAS} \\ &= \underline{f}_{surf}^{BAS} - (\underline{f}_{surf_n}^{BAS} \cdot \underline{n})\,\underline{n} \end{aligned} \tag{13}$$

Concernant les efforts de contact, *il est absolument indispensable de construire la solution manufacturée de manière à ce qu'ils vérifient les équations du contact* [bib2], à savoir :

$$\begin{aligned} gap(\underline{U}) &\geqslant 0 \\ p &\leqslant 0 \\ p \cdot gap(\underline{U}) &= 0 \end{aligned} \tag{14}$$

Cette vérification se fait après avoir calculé de façon analytique la pression et le saut de déplacement associés à la solution manufacturée, en général avec un outil de calcul formel (en l'occurence, il s'agit du module Python *sympy*). On doit alors les visualiser, afin de vérifier *rétrospectivement* que la solution que l'on a contruite vérifie bien (14). Dans le cas de ce test, nous avons représenté pression et saut de déplacement analytiques en figures 2.1-1 et 2.1-2. On remarque qu'ils vérifient $p<0$ et $\mathrm{gap}(\underline{U})=0$, ce qui est caractéristique d'une surface entièrement contactante, et conforme à (14).

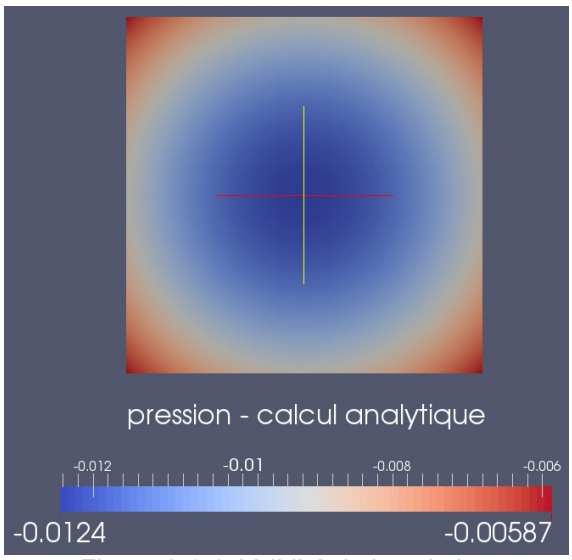


Figure 2.1-1: Validité de la solution manufacturée : pression p

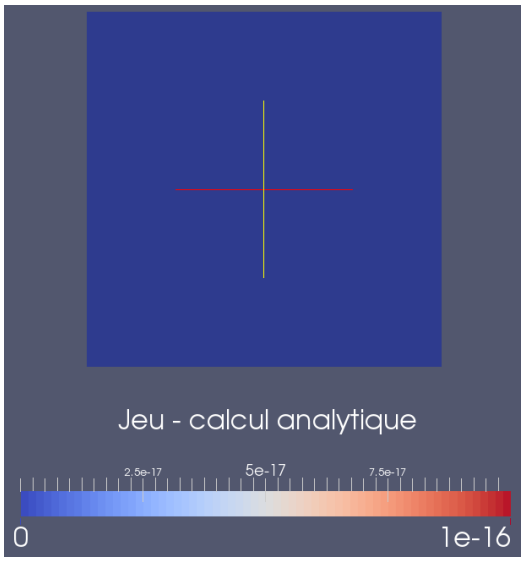


Figure 2.1-2: Validité de la solution manufacturée : jeu Gap(U)

2.2 Grandeurs et résultats de référence

La valeur de l'écart entre solutions analytique et calculée sur le maillage : $\sum^{\text{noeuds } n} |\underline{U}_{\text{n}}^{\text{calc}} - \underline{U}_{\text{n}}^{\text{ref}}|$ et $\sum^{\text{noeuds } n} |p_{\text{n}}^{\text{calc}} - p_{\text{n}}^{\text{ref}}|$.

Dans le cas des modélisations qui réalisent une analyse de convergence avec la finesse du maillage, la vitesse de convergence avec la finesse du maillage de la solution calculée vers la solution analytique en norme L_2 :

– le plus grand réel $\alpha_U > 0$ tel que $\|\underline{U}^{\text{calc}} - \underline{U}^{\text{ref}}\|_{0,\Omega} < C_U \times h^{\alpha_U}$ où C_U est indépendant de h pour le déplacement;

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

– le plus grand réel $\alpha_p > 0$ tel que $\|p^{\text{calc}} - p^{\text{ref}}\|_{0,\Gamma_c} < C_p \times h^{\alpha_p}$ où C_p est indépendant de h pour la pression de contact.

2.3 Incertitudes sur la solution

Aucune

2.4 Références bibliographiques

[1] Document U2.08.08, Utilisation de la Méthode des Solutions Manufacturées pour la validation logicielle, Documentation U2 de Code_Aster

[2] Document R5.03.50, Formulation discrète du contact-frottement, Documentation R de Code_Aster

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation 3D et la méthode CONTINUE de traitement du contact.

3.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 1 élément de type QUAD8, 768 éléments de type TRIA6 et 3072 éléments de type TETRA10.

3.3 Grandeurs testées et résultats

On teste la somme des valeurs absolues de l'écart entre la solution calculée et la solution analytique.

Identification	Type de référence	Valeur de référence
$\sum^{\text{noeuds}\ n} \lvert \underline{U}_{\text{n}}^{\text{calc}} - \underline{U}_{\text{n}}^{\text{ref}} \rvert$	'NON_REGRESSION'	0.0410211809958

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation 3D et la méthode CONTINUE de traitement du contact.

4.2 Caractéristiques du maillage

On réalise une étude de convergence avec la finesse du maillage de la solution calculée vers la solution analytique. Une suite de maillages obtenus par raffinement uniforme à l'aide de la commande MACR_ADAP_MAIL est utilisée :

– maillage 0 : 1 élément de type QUAD8, 12 éléments de type TRIA6 et 6 éléments de type TETRA10

– maillage 1 : 1 élément de type QUAD8, 48 éléments de type TRIA6 et 48 éléments de type TETRA10

– maillage 2 : 1 élément de type QUAD8, 192 éléments de type TRIA6 et 384 éléments de type TETRA10

– maillage 3 : 1 élément de type QUAD8, 768 éléments de type TRIA6 et 3072 éléments de type TETRA10

4.3 Grandeurs testées et résultats

On teste la vitesse de convergence avec la finesse du maillage de la solution calculée vers la solution analytique en norme L_2 :

– le plus grand réel $\alpha_U > 0$ tel que $\|\underline{U}^{\text{calc}} - \underline{U}^{\text{ref}}\|_{0,\Omega} < C_U \times h^{\alpha_U}$ où C_U est indépendant de h pour le déplacement;

– le plus grand réel $\alpha_p > 0$ tel que $\|p^{\text{calc}} - p^{\text{ref}}\|_{0,\Gamma_c} < C_p \times h^{\alpha_p}$ où C_p est indépendant de h pour la pression de contact.

On teste aussi la somme des valeurs absolues de l'écart entre la solution calculée et la solution analytique pour le déplacement.

Identification	Type de référence	Valeur de référence

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$\sum^{\text{noeuds } n} \lvert \underline{U}_{\text{n}}^{\text{calc}} - \underline{U}_{\text{n}}^{\text{ref}} \rvert$	'NON_REGRESSION'	4.13935026178E-05
α_U	'ANALYTIQUE'	3.0
α_p	'NON_REGRESSION'	2.534025066720
α_p	'ANALYTIQUE'	2.5

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation 3D et la méthode DISCRETE du gradient conjugué projeté (GCP) de traitement du contact.

5.2 Caractéristiques du maillage

On réalise une étude de convergence avec la finesse du maillage de la solution calculée vers la solution analytique. Une suite de maillages obtenus par raffinement uniforme à l'aide de la commande MACR_ADAP_MAIL est utilisée :

– maillage 0 : 14 éléments de type TRIA6 et 6 éléments de type TETRA10
– maillage 1 : 50 éléments de type TRIA6 et 48 éléments de type TETRA10
– maillage 2 : 194 éléments de type TRIA6 et 384 éléments de type TETRA10
– maillage 3 : 770 éléments de type TRIA6 et 3072 éléments de type TETRA10

On note que, par rapport aux modélisations A et B, la base est maillée avec 2 TRIA6 au lieu d'un QUAD8. En effet, les méthodes discrètes ne sont pas adaptées à l'usage de ces éléments (voir [R5.03.50]).

5.3 Grandeurs testées et résultats

On teste la vitesse de convergence avec la finesse du maillage de la solution calculée vers la solution analytique en norme L_2 :

– le plus grand réel $\alpha_U > 0$ tel que $\|\underline{U}^{\text{calc}} - \underline{U}^{\text{ref}}\|_{0,\Omega} < C_U \times h^{\alpha_U}$ où C_U est indépendant de h pour le déplacement dans le domaine Ω ;

– le plus grand réel $\alpha_s > 0$ tel que $\|U^{\text{calc}} - U^{\text{ref}}\|_{0,\Gamma_C} < C_s \times h^{\alpha_s}$ où C_s est indépendant de h pour le déplacement sur la surface Γ_C .

On teste aussi la somme des valeurs absolues de l'écart entre la solution calculée et la solution analytique pour le déplacement.

Identification	Type de référence	Valeur de référence
$\sum^{\text{noeuds } n} \lvert \underline{U}_{\text{n}}^{\text{calc}} - \underline{U}_{\text{n}}^{\text{ref}} \rvert$	'NON_REGRESSION'	4.25881911029E-05
α_U	'ANALYTIQUE'	3.0
α_p	'ANALYTIQUE'	3.5

6 Modélisation D

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation 3D et la méthode DISCRETE du gradient conjugué projeté (GCP) de traitement du contact.

6.2 Caractéristiques du maillage

On réalise une étude de convergence avec la finesse du maillage de la solution calculée vers la solution analytique. Une suite de maillages obtenus par raffinement uniforme à l'aide de la commande MACR_ADAP_MAIL est utilisée :
– maillage 0 : 2 éléments de type TRIA6, 6 éléments de type QUAD9 et 1 élément de type HEXA27
– maillage 1 : 2 éléments de type TRIA6, 24 éléments de type QUAD9 et 8 élément de type HEXA27
– maillage 2 : 2 éléments de type TRIA6, 96 éléments de type QUAD9 et 64 élément de type HEXA27
– maillage 3 : 2 éléments de type TRIA6, 384 éléments de type QUAD9 et 512 élément de type HEXA27

On note que, par rapport aux modélisations A et B, la base est maillée avec 2 TRIA6 au lieu d'un QUAD8. En effet, les méthodes discrètes ne sont pas adaptées à l'usage de ces éléments (voir [R5.03.50]).

6.3 Grandeurs testées et résultats

On teste la somme des valeurs absolues de l'écart entre la solution calculée et la solution analytique pour le déplacement. On ne teste pas le taux de convergence car l'élément HEXA27 fournit la solution exacte avec un unique élément.

Identification	Type de référence	Valeur de référence
$\sum^{\text{noeuds}\ n} \lvert \underline{U}_{\text{n}}^{\text{calc}} - \underline{U}_{\text{n}}^{\text{ref}} \rvert$	'NON_REGRESSION'	0

7 Modélisation E

7.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation 3D avec le type d'élément TETRA4 et la méthode LAC de traitement du contact.

7.2 Caractéristiques du maillage

On réalise une étude de convergence avec la finesse du maillage de la solution calculée vers la solution analytique. Une suite de maillages obtenus par raffinement uniforme à l'aide de la commande MACR_ADAP_MAIL est utilisée :
– maillage 0 : 16 éléments de type TRIA3 et 10 élément de type TETRA4
– maillage 1 : 64 éléments de type TRIA3 et 64 élément de type TETRA4
– maillage 2 : 256 éléments de type TRIA3 et 448 élément de type TETRA4
– maillage 3 : 1024 éléments de type TRIA3 et 3328 élément de type TETRA4
– mailla ge 4 : 4096 élé ments de type TRIA 3 et 25600 élément de type TETRA4

La surface MAITRE courbée est maillée avec un unique QUAD8 .

7.3 Grandeurs testées et résultats

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

On teste la vitesse de convergence avec la finesse du maillage de la solution calculée vers la solution analytique en norme L_2 :

– le plus grand réel $\alpha_U > 0$ tel que $\|\underline{U}^{\text{calc}} - \underline{U}^{\text{ref}}\|_{0,\Omega} < C_U \times h^{\alpha_U}$ où C_U est indépendant de h pour le déplacement;

– le plus grand réel $\alpha_p > 0$ tel que $\|p^{\text{calc}} - p^{\text{ref}}\|_{0,\Gamma_c} < C_p \times h^{\alpha_p}$ où C_p est indépendant de h pour la pression de contact.

Identification	Type de référence	Valeur de référence
α_U	'ANALYTIQUE'	2.0
α_p	'ANALYTIQUE'	0.5

8 Modélisation F

8.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation 3D avec le type d'élément TETRA10 et la méthode LAC de traitement du contact.

8.2 Caractéristiques du maillage

On réalise une étude de convergence avec la finesse du maillage de la solution calculée vers la solution analytique. Une suite de maillages obtenus par raffinement uniforme à l'aide de la commande MACR_ADAP_MAIL est utilisée :
– maillage 0 : 16 éléments de type TRIA6 et 10 élément de type TETRA10
– maillage 1 : 64 éléments de type TRIA6 et 64 élément de type TETRA10
– maillage 2 : 256 éléments de type TRIA6 et 448 élément de type TETRA10
– maillage 3 : 1024 éléments de type TRIA6 et 3328 élément de type TETRA10

La surface MAITRE courbée est maillée avec un unique QUAD8 .

8.3 Grandeurs testées et résultats

On teste la vitesse de convergence avec la finesse du maillage de la solution calculée vers la solution analytique en norme L_2 :

– le plus grand réel $\alpha_U > 0$ tel que $\|\underline{U}^{\text{calc}} - \underline{U}^{\text{ref}}\|_{0,\Omega} < C_U \times h^{\alpha_U}$ où C_U est indépendant de h pour le déplacement;

– le plus grand réel $\alpha_p > 0$ tel que $\|p^{\text{calc}} - p^{\text{ref}}\|_{0,\Gamma_c} < C_p \times h^{\alpha_p}$ où C_p est indépendant de h pour la pression de contact.

Identification	Type de référence	Valeur de référence
α_U	'ANALYTIQUE'	2.5
α_p	'ANALYTIQUE'	1.0

9 Modélisation G

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

9.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation 3D avec le type d'élément HEXA8 et la méthode LAC de traitement du contact.

9.2 Caractéristiques du maillage

On réalise une étude de convergence avec la finesse du maillage de la solution calculée vers la solution analytique. Une suite de maillages obtenus par raffinement uniforme à l'aide de la commande MACR_ADAP_MAIL est utilisée :
- maillage 0 : 10 éléments de type QUAD4 et 6 élément de type HEXA8
- maillage 1 : 40 éléments de type QUAD4 et 28 élément de type HEXA8
- maillage 2 : 160 éléments de type QUAD4 et 144 élément de type HEXA8
- maillage 3 : 640 éléments de type QUAD4 et 832 élément de type HEXA8
- mailla ge 4 : 2560 élé ments de type QUAD4 et 5376 élément de type HEXA8

On note que, par rapport aux modélisations E et F, la surface MAITRE courbée est maillée avec 2 TRIA6 au lieu d'un unique QUAD8 .

9.3 Grandeurs testées et résultats

On teste la vitesse de convergence avec la finesse du maillage de la solution calculée vers la solution analytique en norme L_2 :
- le plus grand réel $\alpha_U > 0$ tel que $\|\underline{U}^{\text{calc}} - \underline{U}^{\text{ref}}\|_{0,\Omega} < C_U \times h^{\alpha_U}$ où C_U est indépendant de h pour le déplacement;
- le plus grand réel $\alpha_p > 0$ tel que $\|p^{\text{calc}} - p^{\text{ref}}\|_{0,\Gamma_c} < C_p \times h^{\alpha_p}$ où C_p est indépendant de h pour la pression de contact.

Identification	Type de référence	Valeur de référence
α_U	'ANALYTIQUE'	2.0
α_p	'ANALYTIQUE'	0.5

10 Modélisation H

10.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation 3D avec le type d'élément HEXA20 et la méthode LAC de traitement du contact.

10.2 Caractéristiques du maillage

On réalise une étude de convergence avec la finesse du maillage de la solution calculée vers la solution analytique. Une suite de maillages obtenus par raffinement uniforme à l'aide de la commande MACR_ADAP_MAIL est utilisée :
- maillage 0 : 10 éléments de type QUAD8 et 6 élément de type HEXA20
- maillage 1 : 40 éléments de type QUAD8 et 28 élément de type HEXA20
- maillage 2 : 160 éléments de type QUAD8 et 144 élément de type HEXA20
- maillage 3 : 640 éléments de type QUAD8 et 832 élément de type HEXA20

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

On note que, par rapport aux modélisations E et F, la surface MAITRE courbée est maillée avec 2 TRIA6 au lieu d'un unique QUAD8 .

10.3 Grandeurs testées et résultats

On teste la vitesse de convergence avec la finesse du maillage de la solution calculée vers la solution analytique en norme L_2 :

– le plus grand réel $\alpha_U > 0$ tel que $\|\underline{U}^{\text{calc}} - \underline{U}^{\text{ref}}\|_{0,\Omega} < C_U \times h^{\alpha_U}$ où C_U est indépendant de h pour le déplacement;

– le plus grand réel $\alpha_p > 0$ tel que $\|p^{\text{calc}} - p^{\text{ref}}\|_{0,\Gamma_c} < C_p \times h^{\alpha_p}$ où C_p est indépendant de h pour la pression de contact.

Identification	Type de référence	Valeur de référence
α_U	'ANALYTIQUE'	2.5
α_p	'ANALYTIQUE'	1.0

11 Modélisation I

11.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation 3D avec le type d'élément HEXA27 et la méthode LAC de traitement du contact.

11.2 Caractéristiques du maillage

On réalise une étude de convergence avec la finesse du maillage de la solution calculée vers la solution analytique. Une suite de maillages obtenus par raffinement uniforme à l'aide de la commande MACR_ADAP_MAIL est utilisée :

– maillage 0 : 6 éléments de type QUAD9 et 1 élément de type HEXA27
– maillage 1 : 24 éléments de type QUAD9 et 8 élément de type HEXA27
– maillage 2 : 96 éléments de type QUAD9 et 64 élément de type HEXA27
– maillage 3 : 384 éléments de type QUAD9 et 512 élément de type HEXA27

On note que, par rapport aux modélisations E et F, la urface MAITRE courbée est maillée avec 2 TRIA6 au lieu d'un unique QUAD8 .

11.3 Grandeurs testées et résultats

On teste la vitesse de convergence avec la finesse du maillage de la solution calculée vers la solution analytique en norme L_2 :

– le plus grand réel $\alpha_U > 0$ tel que $\|\underline{U}^{\text{calc}} - \underline{U}^{\text{ref}}\|_{0,\Omega} < C_U \times h^{\alpha_U}$ où C_U est indépendant de h pour le déplacement;

– le plus grand réel $\alpha_p > 0$ tel que $\|p^{\text{calc}} - p^{\text{ref}}\|_{0,\Gamma_c} < C_p \times h^{\alpha_p}$ où C_p est indépendant de h pour la pression de contact.

Identification	Type de référence	Valeur de référence

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

α_U	'ANALYTIQUE'	2.5
α_p	'ANALYTIQUE'	1.0

12 Modélisation J

12.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation 3D avec le type d'élément PYRAM5 et la méthode LAC de traitement du contact.

12.2 Caractéristiques du maillage

On réalise une étude de convergence avec la finesse du maillage de la solution calculée vers la solution analytique. Une suite de maillages obtenus par raffinement uniforme à l'aide de la commande MACR_ADAP_MAIL est utilisée comme dans la modélisation G pour les éléments HEXA8.

Cependant, en utilisant l'option DECOUPE_HEXA= 'PYRA' dans la commande CREA_MAILLAGE, on peut traiter les mailles esclaves avec le type d'élément PYRAM5 pour le traitement du contact par la méthode LAC :
– maillage 0 : 4 éléments de type TRIA3, 5 éléments de type QUAD4, 5 éléments de type PYRAM5 et 0 élément de type HEXA8
– maillage 1 : 16 éléments de type TRIA3 , 20 éléments de type QUAD4 , 20 éléments de type PYRAM5 et 4 élément de type HEXA8
– maillage 2 : 6 4 éléments de type TRIA3 , 80 éléments de type QUAD4 , 80 éléments de type PYRAM5 et 48 élément de type HEXA8
– maillage 3 : 256 éléments de type T RIA3 , 320 éléments de type QUAD4 , 320 éléments de type PYRAM5 et 448 élément de type HEXA8
– maillage 4 : 1024 éléments de type TRIA3 , 1280 éléments de type QUAD4 , 1280 éléments de type PYRAM5 et 3840 élément de type HEXA8

On note que, par rapport aux modélisations E et F, la surface MAITRE courbée est maillée avec 2 TRIA6 au lieu d'un unique QUAD8 .

12.3 Grandeurs testées et résultats

On teste la vitesse de convergence avec la finesse du maillage de la solution calculée vers la solution analytique en norme L_2 :
– le plus grand réel $\alpha_U > 0$ tel que $\|\underline{U}^{\text{calc}} - \underline{U}^{\text{ref}}\|_{0,\Omega} < C_U \times h^{\alpha_U}$ où C_U est indépendant de h pour le déplacement;
– le plus grand réel $\alpha_p > 0$ tel que $\|p^{\text{calc}} - p^{\text{ref}}\|_{0,\Gamma_c} < C_p \times h^{\alpha_p}$ où C_p est indépendant de h pour la pression de contact.

Identification	Type de référence	Valeur de référence
α_U	'ANALYTIQUE'	2.0
α_p	'ANALYTIQUE'	0.5

13 Modélisation K

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

13.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation 3D avec le type d'élément PYRAM13 et la méthode LAC de traitement du contact.

13.2 Caractéristiques du maillage

On réalise une étude de convergence avec la finesse du maillage de la solution calculée vers la solution analytique. Une suite de maillages obtenus par raffinement uniforme à l'aide de la commande MACR_ADAP_MAIL est utilisée comme dans la modélisation G pour les éléments HEXA20.

Cependant, en utilisant l'option DECOUPE_HEXA= 'PYRA' dans la commande CREA_MAILLAGE, on peut traiter les mailles esclaves avec le type d'élément PYRAM13 pour le traitement du contact par la méthode LAC :
– maillage 0 : 4 éléments de type TRIA6, 5 éléments de type QUAD8, 5 éléments de type PYRAM13 et 0 élément de type HEXA20
– maillage 1 : 16 éléments de type TRIA 6 , 20 éléments de type QUAD 8 , 20 éléments de type PYRAM 13 et 4 élément de type HEXA 20
– maillage 2 : 6 4 éléments de type TRIA 6 , 80 éléments de type QUAD 8 , 80 éléments de type PYRAM 13 et 48 élément de type HEXA 20
– maillage 3 : 256 éléments de type T RIA 6 , 320 éléments de type QUAD 8 , 320 éléments de type PYRAM 13 et 448 élément de type HEXA 20

On note que, par rapport aux modélisations E et F, la surface MAITRE courbée est maillée avec 2 TRIA6 au lieu d'un unique QUAD8 .

13.3 Grandeurs testées et résultats

On teste la vitesse de convergence avec la finesse du maillage de la solution calculée vers la solution analytique en norme L_2 :
– le plus grand réel $\alpha_U > 0$ tel que $\|\underline{U}^{\text{calc}} - \underline{U}^{\text{ref}}\|_{0,\Omega} < C_U \times h^{\alpha_U}$ où C_U est indépendant de h pour le déplacement;
– le plus grand réel $\alpha_p > 0$ tel que $\|p^{\text{calc}} - p^{\text{ref}}\|_{0,\Gamma_c} < C_p \times h^{\alpha_p}$ où C_p est indépendant de h pour la pression de contact.

Identification	Type de référence	Valeur de référence
α_U	'ANALYTIQUE'	2.5
α_p	'ANALYTIQUE'	1.0

14 Modélisation L

14.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation 3D avec le type d'élément PENTA6 et la méthode LAC de traitement du contact.

14.2 Caractéristiques du maillage

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

On réalise une étude de convergence avec la finesse du maillage de la solution calculée vers la solution analytique. Une suite de maillages obtenus par raffinement uniforme à l'aide de la commande MACR_ADAP_MAIL est utilisée pour le type d'élément PENTA6.

Cependant, en utilisant l'option DECOUPE_HEXA= 'PYRA' dans la commande CREA_MAILLAGE, les mailles esclaves (PENTA6) sont découpés en TETRA4 et PYRAM5 pour le traitement du contact par la méthode LAC :
– maillage 0 : 8 éléments de type TRIA3, 4 éléments de type QUAD4, 2 éléments de type TETRA4, 6 éléments de type PYRAM5 et 0 élément de type PENTA6
– maillage 1 : 32 éléments de type TRIA3 , 16 éléments de type QUAD4 , 8 éléments de type TETRA4 , 24 éléments de type PYRAM5 et 8 élément de type PENTA6
– maill age 2 : 128 éléments de type TRIA3 , 64 éléments de type QUAD4 , 32 éléments de type TETRA4 , 96 éléments de type PYRAM5 et 96 élément de type PENTA6
– maill age 3 : 512 éléments de type TRIA3 , 256 éléments de type QUAD4 , 128 éléments de type TETRA4 , 384 éléments de type PYRAM5 et 896 élément de type PENTA6
– maill age 4 : 2048 éléments de type TRIA3 , 1024 éléments de type QUAD4 , 512 éléments de type TETRA4 , 1536 éléments de type PYRAM5 et 7680 élément de type PENTA6

On note que, par rapport aux modélisations E et F, la surface MAITRE courbée est maillée avec 2 TRIA6 au lieu d'un unique QUAD8 .

14.3 Grandeurs testées et résultats

On teste la vitesse de convergence avec la finesse du maillage de la solution calculée vers la solution analytique en norme L_2 :
– le plus grand réel $\alpha_U > 0$ tel que $\|\underline{U}^{\text{calc}} - \underline{U}^{\text{ref}}\|_{0,\Omega} < C_U \times h^{\alpha_U}$ où C_U est indépendant de h pour le déplacement;
– le plus grand réel $\alpha_p > 0$ tel que $\|p^{\text{calc}} - p^{\text{ref}}\|_{0,\Gamma_c} < C_p \times h^{\alpha_p}$ où C_p est indépendant de h pour la pression de contact.

Identification	Type de référence	Valeur de référence
α_U	'ANALYTIQUE'	2.0
α_p	'ANALYTIQUE'	0.5

15 Modélisation L

15.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation 3D avec le type d'élément PENTA15 et la méthode LAC de traitement du contact.

15.2 Caractéristiques du maillage

On réalise une étude de convergence avec la finesse du maillage de la solution calculée vers la solution analytique. Une suite de maillages obtenus par raffinement uniforme à l'aide de la commande MACR_ADAP_MAIL est utilisée pour le type d'élément PENTA15.

Cependant, en utilisant l'option DECOUPE_HEXA= 'PYRA' dans la commande CREA_MAILLAGE, les mailles esclaves (PENTA15) sont découpés en TETRA10 et PYRAM13 pour le traitement du contact par la méthode LAC :

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

– maillage 0 : 8 éléments de type TRIA6, 4 éléments de type QUAD8, 2 éléments de type TETRA10, 6 éléments de type PYRAM13 et 0 élément de type PENTA15
– maillage 1 : 32 éléments de type TRIA 6 , 16 éléments de type QUAD 8 , 8 éléments de type TETRA10 , 24 éléments de type PYRAM 13 et 8 élément de type PENTA15
– maill age 2 : 128 éléments de type TRIA 6 , 64 éléments de type QUAD 8 , 32 éléments de type TETRA10 , 96 éléments de type PYRAM 13 et 96 élément de type PENTA15
– maill age 3 : 512 éléments de type TRIA 6 , 256 éléments de type QUAD 8 , 128 éléments de type TETRA10 , 384 éléments de type PYRAM 13 et 896 élément de type PENTA15

On note que, par rapport aux modélisations E et F, la surface MAITRE courbée est maillée avec 2 TRIA6 au lieu d'un unique QUAD8 .

15.3 Grandeurs testées et résultats

On teste la vitesse de convergence avec la finesse du maillage de la solution calculée vers la solution analytique en norme L_2 :

– le plus grand réel $\alpha_U > 0$ tel que $\|\underline{U}^{\text{calc}} - \underline{U}^{\text{ref}}\|_{0,\Omega} < C_U \times h^{\alpha_U}$ où C_U est indépendant de h pour le déplacement;

– le plus grand réel $\alpha_p > 0$ tel que $\|p^{\text{calc}} - p^{\text{ref}}\|_{0,\Gamma_c} < C_p \times h^{\alpha_p}$ où C_p est indépendant de h pour la pression de contact.

Identification	Type de référence	Valeur de référence
α_U	'ANALYTIQUE'	2.5
α_p	'ANALYTIQUE'	1.0

16 Synthèse des résultats

Les résultats sont en très bon accord avec la théorie.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)