# SSNV176 – Identification de la loi ENDO_ORTH_BETON

**Résumé :**

On présente ici les tests de la loi ENDO_ORTH_BETON sur un unique élément permettant d'identifier les paramètres du modèle. Dans la mesure où il n'existe pas de formule empirique permettant de calibrer les paramètres, l'utilisateur pourra utiliser certains des cas tests présentés ici pour ajuster ses paramètres. L'étude des paramètres du modèle se trouve dans la documentation [R7.01.09]. Les 5 tests proposés sont les suivants :

1) traction simple
2) traction simple avec pilotage
3) compression simple
4) compression simple avec pilotage
5) traction simple, compression simple et un test biaxial



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 1 Problème de référence

## 1.1 Géométrie et conditions aux limites

L'élément utilisé est un tétraèdre à un point de gauss. Il n'y a donc pas de problème d'homogénéité des champs dans l'élément.

Les conditions de blocages et les relations linéaires entre les nœuds qu'il faut appliquer sont résumées sur la [Figure 1.1-a]. Les arêtes $N0N1$ , $N0N2$ et $N0N3$ sont de longueur 1.

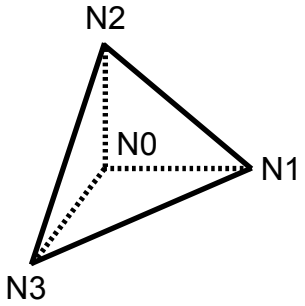
Compte tenu de la géométrie de l'élément, des conditions de blocages et des relations linéaires, la déformation est directement reliée aux déplacements des nœuds :

$$\varepsilon_{xx} = DX(N1)$$
$$\varepsilon_{yy} = DY(N2)$$
$$\varepsilon_{zz} = DZ(N3)$$
$$\varepsilon_{xy} = DX(N2) = DY(N1)$$
$$\varepsilon_{xz} = DX(N3) = DZ(N1)$$
$$\varepsilon_{yz} = DY(N3) = DZ(N2)$$

Si on travaille à déformation imposée, il suffit donc d'imposer les déplacement aux nœuds adéquats.

Si on souhaite travailler à force imposée, comme c'est le cas pour la modélisation E, il faut imposer les chargements suivants (voir la [Figure 1.1-a] pour la définition des faces $F1$ , $F2$ , $F3$ et $F4$ ) :

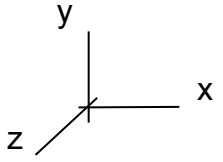
$\sigma_{xx}>0$ : $FX$ sur $F1$ et $-1/\sqrt{3}\,FX$ sur $F4$ , $FX<0$ (traction selon $x$ )
$\sigma_{xx}<0$ : $FX$ sur $F1$ et $-1/\sqrt{3}\,FX$ sur $F4$ , $FX<0$ (compression selon $x$ )
$\sigma_{yy}>0$ : $FY$ sur $F2$ et $-1/\sqrt{3}\,FY$ sur $F4$ , $FY<0$ (traction selon $y$ )
$\sigma_{yy}<0$ : $FY$ sur $F2$ et $-1/\sqrt{3}\,FY$ sur $F4$ , $FY<0$ (compression selon $y$ )
$\sigma_{zz}>0$ : $FZ$ sur $F3$ et $-1/\sqrt{3}\,FZ$ sur $F4$ , $FZ<0$ (traction selon $z$ )
$\sigma_{zz}<0$ : $FZ$ sur $F3$ et $-1/\sqrt{3}\,FZ$ sur $F4$ , $FZ<0$ (compression selon $z$ )




Blocages :
$N0 : DX = DY = DZ = 0$

Relations linéaires :
$DY(N1) = DX(N2)$
$DZ(N1) = DX(N3)$
$DZ(N2) = DY(N3)$

Traction/compression en déplacement imposé :
Selon $x$ $DX$ imposé sur $N1$
Selon $y$ $DY$ imposé sur $N2$
Selon $z$ $DZ$ imposé sur $N3$




Définition des faces :
$F1 = N0\ N2\ N3$
$F2 = N0\ N1\ N3$
$F3 = N0\ N1\ N2$
$F4 = N1\ N2\ N3$

Traction/compression en force imposée :
Selon $x$ : $FX$ sur $F1$ et $-1/\sqrt{3}\,FX$ sur $F4$
Selon $y$ : $FY$ sur $F2$ et $-1/\sqrt{3}\,FY$ sur $F4$
Selon $x$ : $FZ$ sur $F3$ et $-1/\sqrt{3}\,FZ$ sur $F4$

**Figure 1.1-a : Géométrie et conditions aux limites des tests uniaxiaux**



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

## 1.2 Propriétés de matériaux

Les caractéristiques matériaux sont identiques pour les 5 tests qui sont présentés.

Les caractéristiques élastiques du matériaux sont les suivantes :

$$E = 32000\ Mpa\ ;\ \nu = 0.2$$

Les contraintes de rupture en traction et en compression sont :

$$\sigma_{rupture}^{traction} = 3.2\ MPa\ ;\ \sigma_{rupture}^{compression} = -31.8\ MPa$$

On utilise le jeu de paramètre suivant pour la loi de comportement :

| $ALPHA$ | $K0(Mpa)$ | $ECROB(MJ/m^3)$ | $ECROD(MJ/m^3)$ | $K_1(Mpa)$ | $K_2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 0.87 | $3.10^{-4}$ | $1.10^{-3}$ | $6.10^{-2}$ | 10.5 | $6.10^{-4}$ |

**Remarque :**

*Il existe plusieurs jeux de paramètres qui fournissent les mêmes contraintes de rupture. Les paramètres ont été identifiés pour que l'enveloppe de rupture des essais biaxiaux ne présente pas de gonflement (cf doc. [R7.01.09]).*

Les réponses du modèle pour les tests uniaxiaux sont représentées ci-dessous.

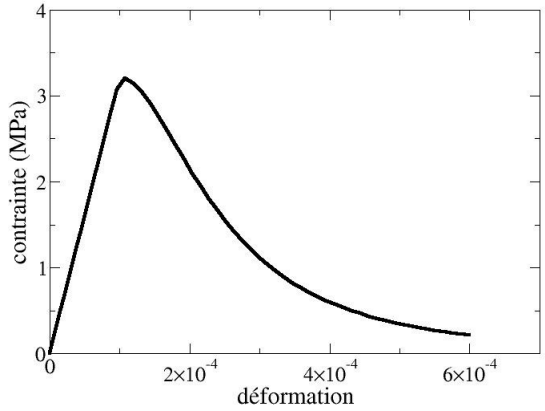



**Figure 1.2-a : Réponse de la loi ENDO_ORTH_BETON en traction simple**



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

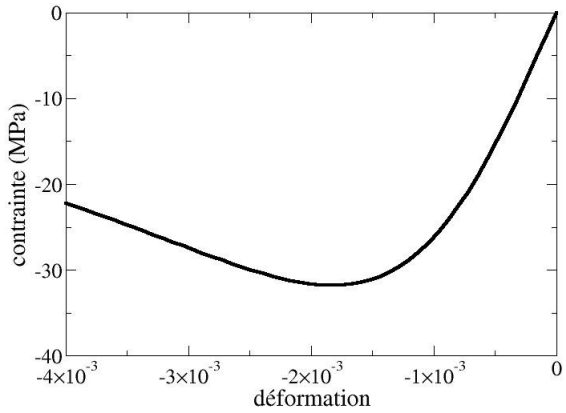



**Figure 1.2-b : Réponse de la loi ENDO_ORTH_BETON en compression simple**

Les variables internes, qui sont numérotées dans Aster, ont la signification suivante :

$$V1=D_{xx}\,;V2=D_{yy}\,;V3=D_{zz}\,;V4=D_{xy}\,;V5=D_{xz}\,;V6=D_{yz}\,;V7=d\,;$$

Où $D$ est le tenseur représentant l'endommagement orthotrope de traction, et $d$ est l'endommagement isotrope de compression (cf. doc. [R7.01.09]).

# 2 Solution de référence

Ce test est un test de non régression.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 3 Modélisation A

## 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation 3D

Elément MECA_TETRA4.

## 3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 4

Nombre de mailles et types : 1 TETRA4

## 3.3 Fonctionnalités testées

La loi de comportement ENDO_ORTH_BETON en traction simple (sans pilotage).

## 3.4 Trajet de chargement

L'élément est soumis à une traction uniaxiale dans la direction $X$. Le déplacement $DX$ est imposé sur le nœud $N1$.

## 3.5 Valeurs testées

| Instant | Nom du champ | Composante | Lieu | *Aster* |
|---|---|---|---|---|
| 50 | DEPL | $DX$ | $N1$ | 3.E-04 |
| 50 | EPSI_ELGA | $EPXX$ | VOLUME, point 1 | 3.E-04 |
| 50 | SIEF_ELGA | $SIXX$ | VOLUME, point 1 | 1.11388E+00 |
| 50 | VARI_ELGA | $V1(D_{xx})$ | VOLUME, point 1 | 6.59365E-01 |
| 50 | VARI_ELGA | $V7(d)$ | VOLUME, point 1 | 2.42260E-04 |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 4 Modélisation B

## 4.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation 3D

Elément MECA_TETRA4.

## 4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 4

Nombre de mailles et types : 1 TETRA4

## 4.3 Fonctionnalités testées

La loi de comportement ENDO_ORTH_BETON en compression simple (sans pilotage du chargement).

## 4.4 Trajet de chargement

L'élément est soumis à une traction uniaxiale dans la direction $X$. Le déplacement $DX$ est imposé sur le nœud $N1$.

## 4.5 Valeurs testées

| Instant | Nom du champ | Composante | Lieu | *Aster* |
|---|---|---|---|---|
| 50 | DEPL | $DX$ | $N1$ | -3.E-03 |
| 50 | EPSI_ELGA | $EPXX$ | VOLUME, point 1 | -3.E-03 |
| 50 | SIEF_ELGA | $SIXX$ | VOLUME, point 1 | -2.74465E+01 |
| 50 | VARI_ELGA | $V2(D_{yy})$ | VOLUME, point 1 | 1.30416E-01 |
| 50 | VARI_ELGA | $V7(d)$ | VOLUME, point 1 | 4.80080E-01 |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 5 Modélisation C

## 5.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation 3D

Elément MECA_TETRA4.

## 5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 4

Nombre de mailles et types : 1 TETRA4

## 5.3 Fonctionnalités testées

La loi de comportement ENDO_ORTH_BETON en traction simple (avec pilotage du chargement).

## 5.4 Trajet de chargement

L'élément est soumis à une traction uniaxiale dans la direction $X$. Le déplacement $DX$ est imposé sur le nœud $N1$. La différence avec la modélisation A est qu'on utilise la méthode de pilotage du chargement PRED_ELAS (cf. doc. [R5.03.80]).

## 5.5 Valeurs testées

| Instant | Nom du champ | Composante | Lieu | *Aster* |
|---|---|---|---|---|
| 51 | DEPL | $DX$ | $N1$ | 1.44744E-04 |
| 51 | EPSI_ELGA | $EPXX$ | VOLUME, point 1 | 1.44744E-04 |
| 51 | SIEF_ELGA | $SIXX$ | VOLUME, point 1 | 2.89945E+00 |
| 51 | VARI_ELGA | $V1(D_{xx})$ | VOLUME, point 1 | 2.08793E-01 |
| 51 | VARI_ELGA | $V7(d)$ | VOLUME, point 1 | 2.30235E-04 |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 6 Modélisation D

## 6.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation 3D

Elément MECA_TETRA4.

## 6.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 4

Nombre de mailles et types : 1 TETRA4

## 6.3 Fonctionnalités testées

La loi de comportement ENDO_ORTH_BETON en compression simple (avec pilotage du chargement).

## 6.4 Trajet de chargement

L'élément est soumis à une traction uniaxiale dans la direction $X$. Le déplacement $DX$ est imposé sur le nœud $N1$. La différence avec la modélisation B est qu'on utilise la méthode de pilotage du chargement PRED_ELAS (cf. doc. [R5.03.80]).

## 6.5 Valeurs testées

| Instant | Nom du champ | Composante | Lieu | *Aster* |
|---|---|---|---|---|
| 51 | DEPL | $DX$ | $N1$ | -1.17993E-03 |
| 51 | EPSI_ELGA | $EPXX$ | VOLUME, point 1 | -1.17993E-03 |
| 51 | SIEF_ELGA | $SIXX$ | VOLUME, point 1 | -2.86498E+01 |
| 51 | VARI_ELGA | $V2(D_{yy})$ | VOLUME, point 1 | 4.73153E-02 |
| 51 | VARI_ELGA | $V7(d)$ | VOLUME, point 1 | 1.34312E-01 |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 7 Modélisation E

## 7.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation 3D

Elément MECA_TETRA4.

## 7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 4

Nombre de mailles et types : 1 TETRA4

## 7.3 Fonctionnalités testées

On teste ici la loi de comportement ENDO_ORTH_BETON dans 3 cas de chargement :

1) $U_1$ : Traction simple
2) $U_2$ : Compression
3) $U_3$ :Chargement biaxial (traction dans la direction $y$, compression dans la direction $x$, avec un rapport fixe des contraintes : $\sigma_{yy} = -0.2\,\sigma_{xx}$

Ce cas test permet de vérifier que le jeu de paramètres choisi par l'utilisateur respecte les données suivantes :

1) contraintes de rupture en traction,
2) contraintes de rupture en compression,
3) pas de gonflement de l'enveloppe de rupture pour des essais biaxiaux. Cela consiste à vérifier que la contrainte maximale en traction $\sigma_{yy}$ de l'essai biaxial est inférieure à la contrainte de rupture en traction simple.

## 7.4 Trajet de chargement

A la différence des modélisations A, B, C et D, c'est la force, et non le déplacement, qui est ici imposée. On utilise la méthode de pilotage du chargement PRED_ELAS, car le comportement est adoucissant. On applique les chargements suivants :

- $U_1$ : $FX$ sur $F1$, $-1/\sqrt{3}\,FX$ sur $F4$, $FX<0$ (Traction)
- $U_2$ : $FX$ sur $F1$, $-1/\sqrt{3}\,FX$ sur $F4$, $FX>0$ (Compression)
- $U_3$ : $FX$ sur $F1$, $-1/\sqrt{3}\,FX$ sur $F4$, $FX>0$ (Compression selon l'axe $x$) ;

$FY$ sur $F2$, $-1/\sqrt{3}\,FY$ sur $F4$, avec $FY=-0{,}2\,FX$ (Traction selon l'axe $y$).



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

## 7.5 Valeurs testées

| Instant | Résultat | Nom du champ | Composante | Lieu | *Aster* |
|---|---|---|---|---|---|
| 42 | *U1* | SIEF_ELGA | *SIXX* | VOLUME, point 1 | 3.20684E+00 |
| 76 | *U2* | SIEF_ELGA | *SIXX* | VOLUME, point 1 | -3.18000E+01 |
| 74 | *U3* | SIEF_ELGA | *SIXX* | VOLUME, point 1 | -1.42038E+01 |

On teste pour chaque calcul, la valeur maximale (en valeur absolue) de la contrainte $\sigma_{xx}$. On obtient alors la contrainte de rupture en traction ( *U1* ), en compression ( *U2* ), et on vérifie que la contrainte de traction dans l'essai biaxial ( *U3* ) est inférieure à la contrainte de rupture en traction simple ( *U1* ) :

1) *U1* : $\sigma_{rupture}^{traction} = 3.20684\, MPa$
2) *U2* : $\sigma_{rupture}^{compression} = -31.8\, MPa$
3) *U3* : $\sigma_{U3}^{traction} = -0.2\,\sigma_{U3}^{compression} = 0.2 \times 14.2038\, Mpa$ et $\sigma_{U3}^{traction} < \sigma_{rupture}^{traction}$

**Mise en garde 1** : Il se peut que le nombre de pas de temps soit insuffisant pour atteindre la phase adoucissante. L'utilisateur vérifiera donc que pour les calculs *U1* et *U2* , le calcul *U3* étant soumis à une mise en garde supplémentaire (cf . **mise en garde 2**), il se trouve bien dans la phase adoucissante (diminution du paramètre de pilotage). La contrainte maximale en valeur absolue ne doit pas être atteinte pour le dernier pas de temps. Dans le cas contraire, il faut poursuivre le calcul jusqu'à la phase adoucissante.

**Mise en garde 2**: Il est possible, pour certains jeu de paramètres, d'observer des difficultés de convergence pour le calcul *U3* lors de la phase adoucissante. En effet, la loi de comportement assure l'existence et l'unicité de la solution en déformation imposée, mais pas en force imposée. Ces problèmes de convergence n'apparaissant que dans la phase adoucissante, l'utilisateur pourra considérer la plus grande valeur du paramètre de pilotage atteinte, égale à la plus grande contrainte de compression $\sigma_{xx}$ atteinte en valeur absolue, comme référence pour calibrer *K2* . Ceci n'est vrai que dans le cas où il y a des problèmes de convergence. S'il n'y a pas de problème de convergence pour le calcul *U3* , et que la contrainte maximale en valeur absolue est atteinte pour le dernier pas de temps, il faut poursuivre le calcul.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 8 Synthèse des résultats

L'objectif des modélisations présentées dans ce document est d'identifier les paramètres de la loi ENDO_ORTH_BETON. Dans la mesure où il n'existe pas de formule empirique pour les valeurs des paramètres à utiliser, l'utilisateur devra calibrer ses paramètres pas à pas sur les différents tests proposés. La méthode pour calibrer les paramètres, qui se trouve dans le document [R7.01.09], peut être résumée ainsi :

1) choix de $ALPHA$ : (0,85 à 0,9),
2) calibrage de $K0$, $ECROB$ sur les modélisations A, C ou E (calcul $U1$). Une fois ces paramètres calibrés, il ne doivent pas être modifiés dans la phase de calibrage des autres paramètres,
3) calibrage de $K1$, $K2$ et $ECROD$ sur les modélisations B (ou D) et E. En fait, la modélisation E (calculs $U2$ et $U3$) suffit. Elle permet de vérifier la valeur de la contrainte de rupture en compression simple, et d'assurer que l'enveloppe de rupture pour des essais biaxiaux ne gonfle pas. Il n'est pas nécessaire de calibrer le paramètre $K2$ de manière très fine car il découle d'un argument qualitatif, et aucune donnée expérimentale n'est jamais disponible pour l'identifier.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)