SSNV148 - Modèles de Weibull et Rice-Tracey en 3D et en décharge

Résumé :

Ce test de mécanique quasi - statique non linéaire permet de valider les modèles de Weibull et de Rice et Tracey en 3D pour des cas de chargements mécaniques non monotones (cf. POST_ELEM).

A la température de $-50\,°C$, une éprouvette cylindrique lisse est tout d'abord déformée jusqu'à 10%. Après l'avoir légèrement déchargée, on maintient constant le niveau de déformation atteint tout en faisant décroître de façon homogène la température de l'éprouvette jusqu'à $-150\,°C$. A cette nouvelle température, on applique une déformation supplémentaire pour atteindre 15% au total. La probabilité de rupture par clivage ainsi que le taux de croissance des cavités de l'éprouvette sont calculés pour l'ensemble du trajet de chargement.

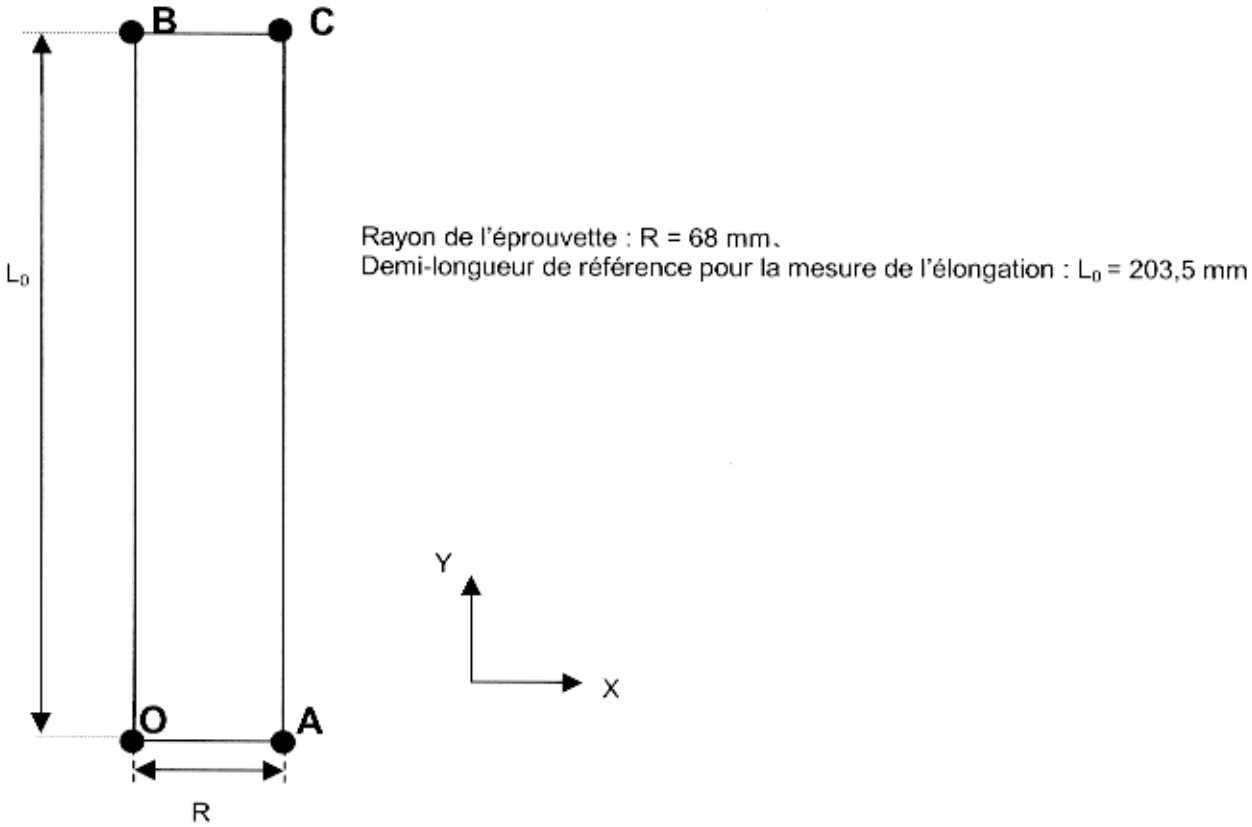
La modélisation de l'éprouvette est réalisée avec des éléments 3D (HEXA20, PENTA15).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

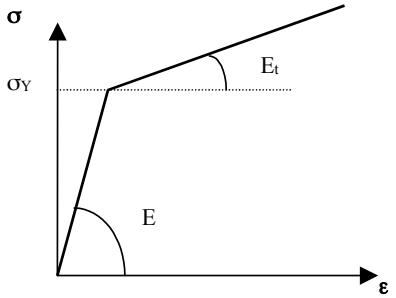
On considère une demi - éprouvette cylindrique lisse.



Rayon de l'éprouvette : R = 68 mm.
Demi-longueur de référence pour la mesure de l'élongation : L_0 = 203,5 mm

1.2 Propriétés du matériau

On adopte une loi de comportement élasto-plastique de Von Mises à écrouissage isotrope linéaire 'VMIS_ISOT_LINE'. Les déformations utilisées dans la relation de comportement sont les déformations linéarisées.



Le module d'Young E, le module tangent E_t ainsi que le coefficient de Poisson ne dépendent pas de la température. On prend : $E=200\,GPa$, $E_t=2000\,MPa$ et $\nu=0{,}3$.

L'évolution de la limite d'élasticité avec la température est donnée dans le tableau suivant :

Température $[°C]$	**–150**	**–100**	**–50**
$\sigma_Y[MPa]$	750	700	650

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Enfin, on néglige la dilatation thermique (coefficient de dilatation thermique pris égal à 0).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1.3 Conditions aux limites et chargements

En se rapportant à la figure du [§1.1] les conditions aux limites sont les suivantes :

- sur la surface $SSUP\ \ BC$ ($Y=L_0$) déplacement l imposé suivant la direction OY,
- sur la surface $SINF\ \ OA$ ($Y=0$) déplacements bloqués suivant la direction OY,
- déplacements de A bloqués suivant X et Z,
- déplacements de B bloqués suivant Z.

Les évolution temporelles de la température (supposée homogène dans l'éprouvette) et de l'allongement l sont reportées dans le tableau suivant :

Temps $[s]$	10	20	30	40
Température $[°C]$	–50	–50	–150	–150
Déplacement $l - L_0$ $[mm]$	20,35	20,30	20,30	32,525

1.4 Conditions initiales

Contraintes et déformations nulles.

2 Solutions de référence

2.1 Méthode de calcul

En traction simple et avec l'hypothèse des petites déformations, la contrainte de traction $\sigma(u)$ ainsi que le multiplicateur plastique $\dot{p}(u)$ à l'instant u sont donnés dans le cas considéré par :

- si $0 \le u \le t_1^p$: $\sigma(u)=E\dfrac{l(u)-L_0}{L_0}\ \dot{p}(u)=0\ l(t_1^p)=L_0\left(1+\dfrac{\sigma_Y(-50°C)}{E}\right)$
- si $t_1^p \le u \le 10$: $\sigma(u)=E_t\left(\dfrac{l(u)-L_0}{L_0}\right)+\dfrac{E-E_t}{E}\sigma_Y(-50°C)\ \dot{p}(u)=\left(1-\dfrac{E_t}{E}\right)\dfrac{\dot{l}(u)}{L_0}$,
- si $10 \le u \le 20$: $\sigma(u)=\sigma(u=10)-E\left(\dfrac{l(u=10)-l(u)}{L_0}\right)\dot{p}(u)=0$,
- si $20 \le u \le 30$: $\sigma(u)=\sigma(u=20)\ \dot{p}(u)=0$,
- si $30 \le u \le 40$: $\sigma(u)=\sigma(u=20)+E_t\left(\dfrac{l(u)-l(u=20)}{L_0}\right)\dot{p}(u)=\left(1-\dfrac{E_t}{E}\right)\dfrac{\dot{l}(u)}{L_0}$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2.2 Weibull

La probabilité de rupture cumulée P_f à l'instant t est donnée par (cf. POST_ELEM) :

$$P_f(t) = 1 - \exp\left[- \sum_{dV} \left[\max_{t^p \leq u \leq t} \left(\frac{\sigma_I(u)}{\sigma_u(\theta(u))} \right) \right]^m \frac{dV}{V_0} \right].$$

La sommation porte sur les volumes de matière V_i plastifiés (à partir de l'instant t_p), $\sigma_I(u)$ et $\theta(u)$ désignant la contrainte principale maximale et la température dans chacun de ces volumes aux différents instants (u). Ici, le volume V_0 de référence est égal à $50 \mu m^3$. Le module de Weibull m est égal à 24 tandis que la contrainte de clivage σ_u dépend de la température selon :

Température $[°C]$	**–50**	**–100**	**–150**
$\sigma_u[MPa]$	2800	2700	2600

La probabilité de rupture cumulée varie en fonction de ($\theta(t), l(t)$) selon :

$$P_f(t) = 1 - \exp\left[- \left[\max_{t^p \leq u \leq t} \left[\frac{\sigma(u)}{\sigma_u(\theta(u))} \right] \right]^m \frac{V}{V_0} \right].$$

2.3 Rice et Tracey

En traction simple, le logarithme népérien du taux de croissance des cavités à l'instant t est donnée par (cf. POST_ELEM) :

$$Log\left[\frac{R(t)}{R_0} \right] = 0{,}283 \times \exp(0{,}5) \times \int_0^t \dot{p}(u) du$$

2.4 Grandeurs et résultats de référence

P_f et $\frac{R}{R_0}$ pour les couples (température, déplacements = $(l - l_0)$) suivants :
$(-50{,}0\,°C\,,\, 20{,}35\,mm)$;
$(-50{,}0\,°C\,,\, 20{,}30\,mm)$; $(-150{,}0\,°C\,,\, 20{,}30\,mm)$ et $(-150{,}0\,°C\,,\, 32{,}53\,mm)$.

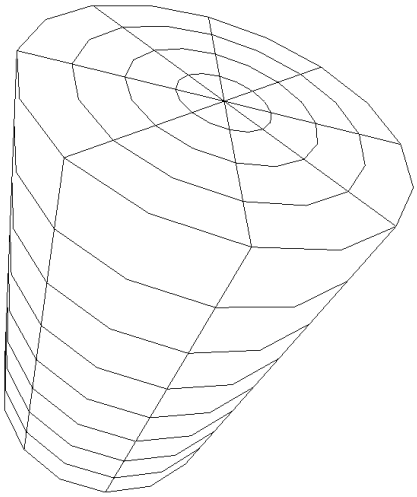
2.5 Incertitudes sur la solution

Solution analytique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques du maillage



Nombre de nœuds : 1137
Nombre de mailles et types : 64 (PENTA15), 192 (HEXA20)

3.2 Grandeurs testées et résultats

		Référence	*Code_Aster*		Référence	*Code_Aster*	
$T[°C]$	$l-L_0[mm]$	P_f	P_f	% diff.	$\frac{R}{R_0}$	$\frac{R}{R_0}$	% diff.
–50	20,35	0,01465	0,01481	1,1	1,0447	1,0458	0,1
–50	20,30	0,01465	0,01481	1,1	1,0447	1,0458	0,1
–150	20,30	0,01465	0,01481	1,1	1,0447	1,0458	0,1
–150	32,525	1,0	1,0	0,0	1,068	1,0701	0,2

4 Synthèse des résultats

Les résultats obtenus par *Code_Aster* sont très proches des solutions analytiques de référence.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)