SSNV146 - Analyse limite régularisée. Réservoir à fond torisphérique

Résumé

Ce test permet de qualifier les opérateurs utilisés en analyse limite régularisée.

On calcule la charge limite par une approche cinématique régularisée par la méthode de Norton-Hoff-Friaâ. Par rapport à l'indice A de ce document, il est à noter que la méthode de calcul a été modifiée dans le Code_Aster qui n'utilise plus à présent le matériau Norton-Hoff mais fait appel à la résolution plus générale avec des éléments incompressibles.

Le problème de référence est issu d'un benchmark européen réalisé dans le cadre d'un projet Brite EuRam BE97-4547 « LISA », en 1998.

On considère un réservoir axisymétrique à fond torisphérique. Le matériau constitutif vérifie le critère de Von Mises et la structure est soumise à une pression interne.

La structure est modélisée par des éléments incompressibles.

La résolution par la méthode régularisée de Norton-Hoff-Friaâ est réalisée dans la commande STAT_NON_LINE. Un post-traitement dans la commande POST_ELEM permet d'obtenir les estimations des bornes supérieure et inférieure de la charge limite.

La solution de référence est numérique et les résultats sont en parfait accord avec les valeurs de référence. Certains détails de mise en œuvre de ce cas-test sont présentés dans le document d'aide à l'utilisation [U2.05.04].

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

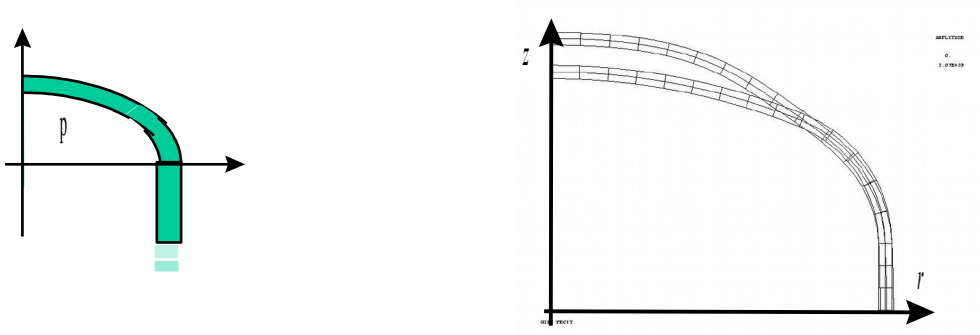
1 Problème de référence

Le test est le cas-test LA6 d'un benchmark du projet européen Brite EuRam BE97-4547 « LISA » étudié par trois organismes :

- EDF (méthode Norton-Hoff avec trois valeurs du paramètre de régularisation : le coefficient Norton-Hoff n) ;
- LTAS à Liège (méthode cinématique régularisée du logiciel universitaire dédié « **ELSA** ») ;
- ForschungZentrum de Jülich (méthode statique approchée par éléments finis en déplacements, représentation réduite des champs d'auto-contraintes et algorithme d'optimisation du code **Permas**).

On considère un réservoir axisymétrique à fond torisphérique soumise à une pression interne.

Le même maillage est utilisé par les trois organismes participants. Il contient deux éléments Q8 dans l'épaisseur, et en tout il y a 34 éléments, et 141 nœuds. Le matériau constitutif est homogène et vérifie le critère de Von Mises avec pour seuil la limite d'élasticité (σ_y) de $100\,MPa$.



Résultats EDF LISA : maillage initial et déformée obtenue pour le coefficient Norton-Hoff *n*=31

Le calcul de la charge limite par la méthode Norton-Hoff-Friaâ est détaillé dans le document de référence [R7.07.01].

Rappelons brièvement que l'on vise à chercher la charge limite λ_{lim} , pour laquelle la structure, constituée d'un matériau du type élastoplastique parfait à seuil de von Mises, peut supporter les chargements surfaciques $\lambda_{lim} F$ et les chargements de volume $\lambda_{lim} f$ auxquels on peut éventuellement ajouter des chargements constants (F_0 et f_0). Code_Aster permet de calculer, pour chaque instant du calcul, c'est-à-dire pour des régularisations de plus en plus faibles, deux paramètres :

•une estimation d'une borne supérieure de la charge limite : :

$$\hat{\lambda}_m = \int_\Omega \sigma_y \sqrt{\frac{2}{3}\varepsilon(u_m)\cdot\varepsilon(u_m)}\,d\Omega - L_0(u_m)$$

•et, en l'absence de chargement constant, une estimation d'une borne inférieure $\underline{\lambda}_m$:

$$\underline{\lambda}_m = \int_\Omega \frac{A(m)}{m}\cdot\left(\sqrt{\varepsilon(u_m)\cdot\varepsilon(u_m)}\right)^m d\Omega \cdot \left(\operatorname*{Sup}_{x\in\Omega}\left(\sqrt{\frac{\frac{3}{2}\sigma^D(u_m)\cdot\sigma^D(u_m)}{\sigma_y}}\right)\right)^{-1} \leq \hat{\lambda}_m$$

si un chargement constant est présent, on a la puissance du chargement constant dans le champ de vitesse solution du problème.

On constate que le tenseur déviatorique des contraintes vérifie la relation de comportement de Norton-Hoff :

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$$\sigma^D(u)=A(m).\left(\sqrt{\varepsilon^D(u).\varepsilon^D(u)}\right)^{m-2}.\varepsilon^D(u) \Leftrightarrow \sigma^D(u)=A(m)^n.\left(\sqrt{\sigma^D(u).\sigma^D(u)}\right)^{1-n}.\varepsilon^D(u)$$

avec $\mathrm{tr}\,\varepsilon(u)=0$, et : $A(m)=k^{1-m}\left(\frac{2}{3}\right)^{m/2}\sigma_y{}^m$ et $n=\frac{1}{m-1}$.

1.1 Données pour la modélisation

Géométrie	Le réservoir axisymétrique à fond torisphérique a les caractéristiques suivantes : • rayon interne de la partie cylindrique : $49\,mm$; • épaisseur : $2\,mm$; • rayon de la partie sphérique à l'apex : $98\,mm$; • rayon du tore de raccordement : $20\,mm$.
• Propriétés de matériau	Limite d'élasticité : $\sigma_y=100\,MPa$
Conditions aux limites	Déplacement axial DY nul sur l'extrémité $BORD_{INF}$ de la partie cylindrique (conditions de symétrie)
Chargements	Pression interne de $1\,MPa$ appliquée sur la paroi interne B_D

1.2 Résultats de référence

Pour ce cas test, on ne dispose pas de résultats analytiques mais uniquement des valeurs numériques issues des calculs réalisés dans le cadre du benchmark LISA et rappelées Tableau 1.2-1.

Les méthodes cinématiques régularisées d'EDF et de l'Université de Liège donnent des résultats très voisins. La borne inférieure fournie par FZJ est plus importante que les bornes supérieures précédentes, ce qui est une anomalie.

Les résultats retenus comme valeurs de référence sont donc ceux fournis par Ulg et par EDF avec l'ancienne méthode de calcul de la charge limite implantée dans le Code_Aster (utilisant le matériau Norton-Hoff) que nous identifierons ci-dessous comme « EDF LISA ».

Modélisation			Valeur supérieure estimée	Valeur inférieure estimée
EDF (1)	$m=1,0476$	$n=21$	3.9514	3,6049
	$m=1,0322$	$n=31$	3.9456	3,7090
	$m=1,0141$	$n=71$	3.9404	3,8372
	$m=1,0099$ (2)	$n=101$ (2)	3.9396	3.8673
Univ. de Liège/LTAS			3,931	néant
Centre de recherche FZJ			néant	3.997

Tableau 1.2-1 : Résultats du benchmark LISA

Nota (1) : *les résultats fournis par EDF étaient obtenus avec une ancienne version de Code_Aster qui utilisait, pour le calcul de la charge limite, le matériau Norton-Hoff* $n=(m-1)^{-1}$

Nota (2) : *valeur obtenue ultérieurement au benchmark*

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1.3 Références bibliographiques

[1] Voldoire F. : Calcul de charge limite avec *Code_Aster* et benchmark du Brite EuRam « LISA ». Note HI-74/98/026/A.

[2] Heitzer M . « Traglast- und Einspielanalyse zur Bewertung der Sicherheit passiver Komponenten. » Thesis., RWTH Aachen (1999).

[3] Yan A.M. « Contributions to the direct limit state analysis of plastified and cracked structures ». Thesis, Univ. Liège, (1999).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Modélisation A

Pour l'analyse limite, Code_Aster utilise :
- des éléments finis quasi-incompressibles ;
- une approche cinématique régularisée (méthode de régularisation de Norton-Hoff-Friaâ, cf [R7.07.01]) pour le critère de résistance de Von Mises (réglage par un coefficient de régularisation dont la valeur limite conduit à la convergence) ;
- une résolution statique non linéaire par pilotage paramétrique ;
- le post-traitement pour obtenir une estimation des valeurs supérieure $\lambda_{\text{lim}}^{\text{sup}}$ et inférieure $\lambda_{\text{lim}}^{\text{inf}}$ qui encadrent la valeur limite λ_{lim} .

La liste d'instants sert à contrôler la méthode de régularisation de Norton-Hoff par l'intermédiaire d'un coefficient t , ($m=1+10^{1-t}$), et non pas l'évolution du chargement comme lors d'un calcul ordinaire.

2.1 Caractéristiques de la modélisation

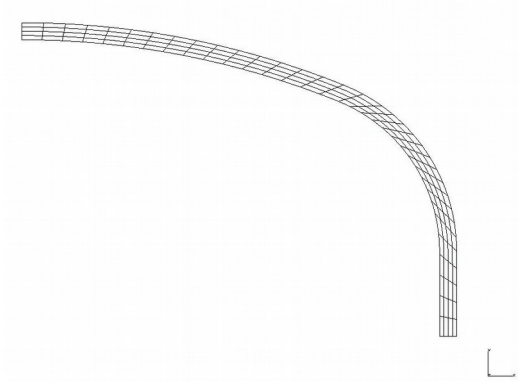
On considère un cylindre modélisé par des éléments axisymétriques incompressibles de type QUAD8.

2.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 485

Nombre de mailles : 212

Type de mailles :
136 mailles de type QUAD8 incompressible ;
76 mailles de type SEG3 pour l'application de la pression.



2.3 Grandeurs testées et résultats

Avec le maillage considéré, le calcul du cas-test est arrêté à $t=2,85126\,s$. Des détails supplémentaires sur le calcul sont indiqués dans le document d'aide à l'utilisation [U2.05.04].

Le coefficient Norton-Hoff correspondant à cet instant est $m=1,0141$ soit $n=71$.

Identification	Référence	*Aster*	% différence
	EDF LISA n = 71		
Charge limite supérieure	3,9404	3,9351	-0,133
Charge limite estimée	3,8372	3,8245	-0,331
	EDF LISA n = 101		
Charge limite supérieure	3,9396	3,9351	-0,1142

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Charge limite estimée	3,8673	3,8245	-1,0861
	Univ, de Liège/LTAS		
Charge limite supérieure	3,931	3,9351	0,106

Tableau 2.3-1 **: Résultats de la comparaison**

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Synthèse des résultats

Les résultats numériques de *Code_Aster* sont en bon accord avec les valeurs des références numériques.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)