SSNV129 - Contact de 2 plaques en appui simple dont une est soumise à pression

Résumé :

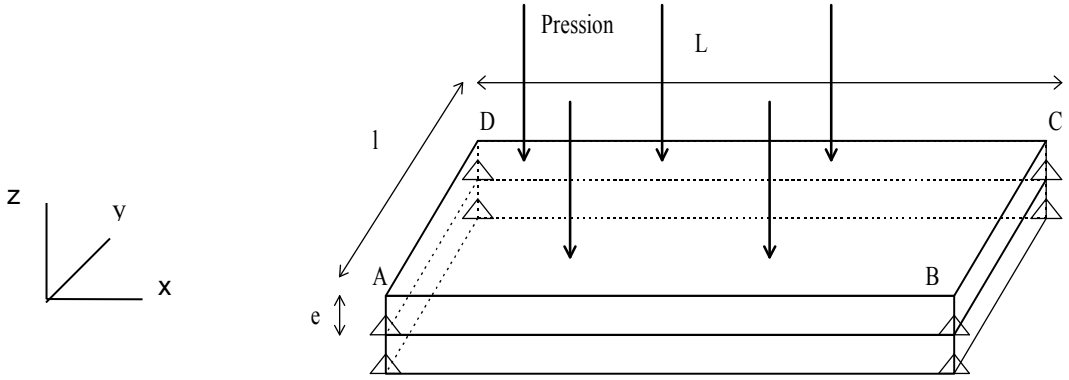
Une plaque rectangulaire est soumise à une force de pression uniforme et est comprimée sur une plaque identique où elle subit des forces de contact.

Ce test comporte deux modélisations (éléments linéaires QUAD4 avec modélisation DKT - éléments quadratiques QUAD9 avec modélisation COQUE_3D). Les calculs de référence ont été effectués sans contact.
Les résultats de *Code_Aster* avec contact sont obtenus en non régression et analysés par rapport aux résultats obtenus sans contact.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



Épaisseur de la plaque : $e=0,5\ cm$.
Largeur de la plaque : $l=5\ cm$.
Longueur de la plaque : $L=10\ cm$.

Coordonnées des points de référence (cm)

	x	y	z
A	0	–2.5	0
B	10	–2.5	0
C	10	2.5	0
D	0	2.5	0

1.2 Propriétés de matériaux

Plaques :

Coefficient de Poisson : 0.3
Module d'Young : $2.10^{15} N/m^2$

1.3 Conditions aux limites et chargements

La plaque est bloquée :

- sur AB et CD pour les déplacements selon y et z ,
- sur BC et DA pour les déplacements selon x et z ,
- sur AB et CD pour les rotations selon y ,
- sur AD et BC pour les rotations selon x .

On bloque également le noeud central de chaque plaque pour lui laisser la seule possibilité de se déplacer suivant l'axe z .

La plaque est soumise à une pression verticale répartie sur la plaque supérieure :

- Pression : $p=2.510^{12}\ N/m^2$,

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Référence Bibliographique

La solution de référence provient des résultats obtenus dans " Formulas for Stress and Strain " de ROARK'S (6ème édition - McGraw-Hill International Editions), que l'on peut aussi retrouver dans l'aide-mémoire sur la résistance des matériaux de Jean Goulet et Jean-Pierre Boutin, page 192, combiné avec " Formulas for Stress, Strains and Structural Matrices" de W. D. Pilkey, page 969.

2.2 Résultats analytiques de référence sans contact

Les résultats obtenus ont été calculés sur une plaque en appui simple soumise à une pression verticale (pas de contact).

- Calcul de la flèche au centre de la plaque :

$$max\ z = -\frac{\alpha\, p\, l^4}{E\, e^3}$$

- Calcul de la contrainte au centre de la plaque suivant la largeur de la plaque en peau inférieure :

$$\sigma_{yy} = \frac{+\beta\ \mathrm{pl}^2}{\mathrm{e}^2} \quad \sigma_{yy} = +\frac{\beta\, p\, l^2}{e^2}$$

- p désigne la pression appliquée sur la plaque,
- E le module d'Young,
- L , la longueur,
- l , la largeur,
- e , l'épaisseur,
- α , β étant deux coefficients obtenus à partir du rapport a/b .

$$\begin{cases} \alpha = 0.1110 \\ \beta = 0.6102 \end{cases}$$

Soit :

$$\begin{cases} max\ z = -0.69375\ cm \\ \sigma_{yy} = 1.5255\, 10^{10}\ N/cm^2 \end{cases}$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2.3 Résultats obtenus sans contact avec *Code_Aster*

2.3.1 Modélisation DKT

Modélisation : DKT pour tester le contact entre deux plaques.

256 éléments finis QUAD4 sont disposés sur la surface de contact initiale. Le maillage n'a qu'une couche d'éléments dans l'épaisseur de la plaque.

2.3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 289 nœuds
Nombre de mailles et type : 256 QUAD4

2.3.3 Valeurs de référence Aster

Identification	Référence	*Aster* (DKT)	Erreur
DZ au centre de la plaque	- 0.69375	- 0.69138	0.35 %
σ_{yy} au centre de la plaque	+ 1.5255 E+10	+ 1.5298 E+10	0.28 %

2.3.4 Modélisation COQUE_3D

Modélisation : COQUE_3D pour tester le contact entre deux plaques.

256 éléments finis QUAD9 sont disposés sur la surface de contact initiale. Le maillage n'a qu'une couche d'éléments dans l'épaisseur de la plaque.

2.3.5 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 578 nœuds
Nombre de mailles et type : 256 QUAD9

2.3.6 Valeurs de référence Aster

Identification	Référence	*Aster* (COQUE_3D)	Erreur
DZ au centre de la plaque	- 0.69375	- 0.65927	4.97 %
σ_{yy} au centre de la plaque	+ 1.5255 E+10	+ 1.41316 E+10	7.36 %

2.4 Commentaires

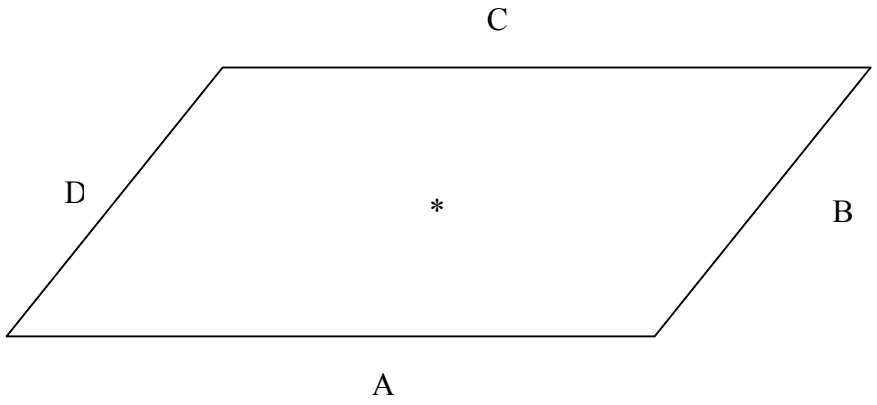
On constate que les résultats obtenus sans contact sont très satisfaisants pour une modélisation de type DKT. L'erreur obtenue pour une modélisation de type COQUE_3D peut s'expliquer par la prise en compte des effets de cisaillement transverse qui ne doivent pas être négligeables pour cette plaque relativement épaisse puisque le rapport l/e vaut $1/10$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation : DKT pour tester le contact entre deux plaques.



où * désigne le nœud milieu de la plaque.
$A = DR1$ ou $DR21$,
$B = DR2$ ou $DR22$,
$C = DR3$ ou $DR23$,
$D = DR4$ ou $DR24$.

Les nœuds sur lesquels on applique les conditions aux limites sont les nœuds nommés centre1 et centre2 situés au centre de chaque plaque.

Le calcul par la méthode des contraintes actives est effectué sans réactualisation géométrique et sur un seul pas de temps.

3.2 Caractéristiques du maillage

Utilisation de mailles QUAD4

3.3 Valeurs testées

Identification du nœud central	*Analytique*
DZ	-3.426875 E-01
σ_{yy}	+7.6481 E+09

3.4 Commentaires

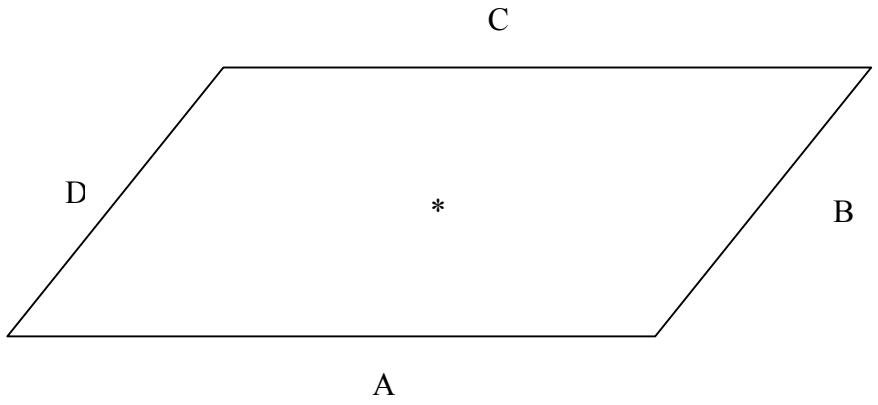
Les résultats obtenus avec contact sont très satisfaisants puisqu'on obtient, avec moins de 1% d'erreur, les résultats obtenus sans contact à un facteur de 2 près. C'est effectivement le résultat attendu puisque ajouter le contact entre deux plaques identiques à celle du paragraphe 2 revient à supposer une plaque soumise à pression avec une rigidité deux fois plus élevée.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation : COQUE_3D pour tester le contact entre deux plaques.



où * désigne le nœud milieu de la plaque.
$A = DR1$ ou $DR21$,
$B = DR2$ ou $DR22$,
$C = DR3$ ou $DR23$,
$D = DR4$ ou $DR24$.

Les nœuds sur lesquels on applique les conditions aux limites sont les nœuds nommés $cente1$ et $cente2$ situés au centre de chaque plaque.

4.2 Caractéristiques du maillage

Utilisation de mailles QUAD9

4.3 Valeurs testées

Identification du nœud central	*Analytique*
DZ	-3.426875 E-01
σ_{yy}	+7.6481 E+09

4.4 Commentaires

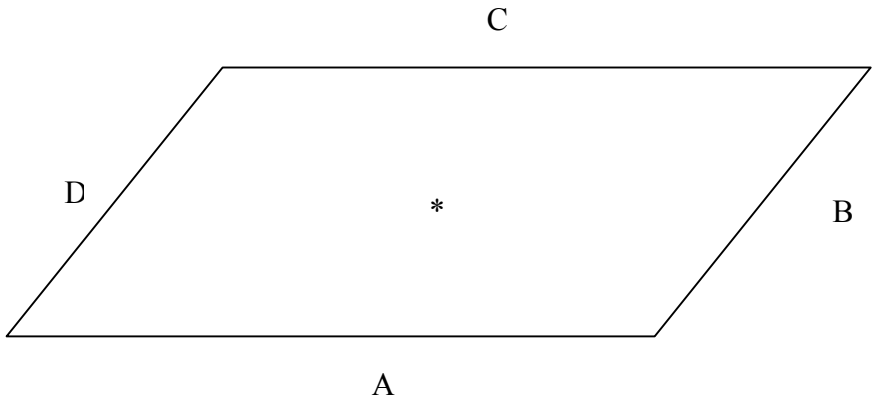
Les résultats obtenus avec contact sont acceptables puisqu'on obtient une erreur du même ordre de grandeur que ceux sans contact avec une seule plaque 2 fois plus épaisse.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation : COQUE_3D pour tester le contact entre deux plaques.



où * désigne le nœud milieu de la plaque.
$A = DR1$ ou $DR21$,
$B = DR2$ ou $DR22$,
$C = DR3$ ou $DR23$,
$D = DR4$ ou $DR24$.

Les nœuds sur lesquels on applique les conditions aux limites sont les nœuds nommés cente1 et cente2 situés au centre de chaque plaque.

Le calcul par la méthode des contraintes actives est effectué sans réactualisation géométrique et sur un seul pas de temps.

5.2 Caractéristiques du maillage

Utilisation de mailles TRIA6

5.3 Valeurs testées

Identification du nœud central	*Analytique*
DZ	-3.426875 E-01
σ_{yy}	7.6481 E+09

5.4 Commentaires

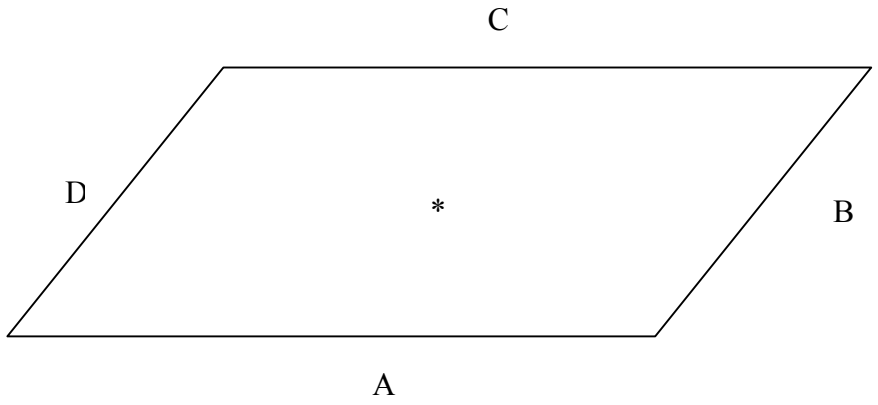
Les résultats obtenus avec contact sont acceptables puisqu'on obtient une erreur du même ordre de grandeur que ceux sans contact avec une seule plaque 2 fois plus épaisse.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation : DKT pour tester le contact entre deux plaques.



où * désigne le nœud milieu de la plaque.
$A = DR1$ ou $DR21$,
$B = DR2$ ou $DR22$,
$C = DR3$ ou $DR23$,
$D = DR4$ ou $DR24$.

Les nœuds sur lesquels on applique les conditions aux limites sont les nœuds nommés cente1 et cente2 situés au centre de chaque plaque.

Le calcul par la méthode des contraintes actives est effectué sans réactualisation géométrique et sur un seul pas de temps.

6.2 Caractéristiques du maillage

Utilisation de mailles QUAD4

6.3 Valeurs testées

Identification du nœud central	*Analytique*
DZ	-3.426875 E-01
σ_{yy}	7.6481 E+09

6.4 Commentaires

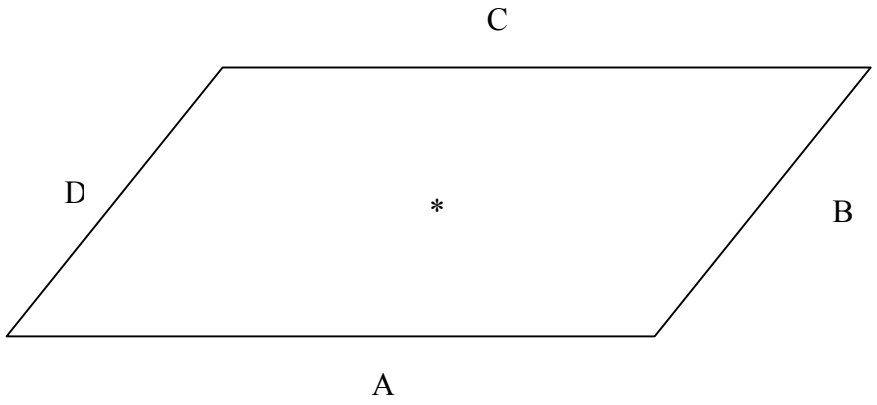
Les résultats obtenus avec contact sont très satisfaisants puisqu'on obtient, avec moins de 1% d'erreur, les résultats obtenus sans contact à un facteur de 2 près. C'est effectivement le résultat attendu puisque ajouter le contact entre deux plaques identiques à celle du paragraphe 2 revient à supposer une plaque soumise à pression avec une rigidité deux fois plus élevée.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Modélisation E

7.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation : DKT pour tester le contact entre deux plaques.



où * désigne le nœud milieu de la plaque.
$A = DR1$ ou $DR21$,
$B = DR2$ ou $DR22$,
$C = DR3$ ou $DR23$,
$D = DR4$ ou $DR24$.

Les nœuds sur lesquels on applique les conditions aux limites sont les nœuds nommés cente1 et cente2 situés au centre de chaque plaque.

Le calcul par la méthode des contraintes actives est effectué sans réactualisation géométrique et sur un seul pas de temps.

7.2 Caractéristiques du maillage

Utilisation de mailles QUAD4

7.3 Valeurs testées

Identification du nœud central	*Analytique*
DZ	-3.426875 E-01
σ_{yy}	7.6481 E+09

7.4 Commentaires

Les résultats obtenus avec contact sont très satisfaisants puisqu'on obtient, avec moins de 1% d'erreur, les résultats obtenus sans contact à un facteur de 2 près. C'est effectivement le résultat attendu puisque ajouter le contact entre deux plaques identiques à celle du paragraphe 2 revient à supposer une plaque soumise à pression avec une rigidité deux fois plus élevée.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

8 Synthèse des résultats

On constate de très bons résultats en présence de contact pour les deux modélisations.

Les modélisations A, D et E (DKT) présentent des résultats très satisfaisants par rapport aux résultats analytiques (–1% d'erreur avec ou sans contact). Lorsqu'on remplace une plaque sous pression par deux plaques dont l'une vient se coller à l'autre, la multiplication de la rigidité par deux se traduit par une division par deux de la flèche maximale ainsi que de la contrainte au centre des plaques.

Les modélisation B, C (COQUE_3D) donnent un comportement équivalent à celui rencontré pour les modélisations A, D et E en DKT lorsqu'on remplace une plaque sous pression par deux plaques en contact. On observe une division par deux de la flèche maximale ainsi que de la contrainte au centre des plaques. En outre, la valeur de la flèche obtenue est plutôt satisfaisante (~7% d'erreur) par rapport aux résultats analytiques. Cette différence peut s'expliquer par la prise en compte du cisaillement transverse pour les COQUE_3D pour une plaque qui est somme toute relativement épaisse puisque $l/e=1/10$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)