SSNV127 - Cylindre dans un alésage avec contact et frottement

Résumé :

Ce problème correspond à une analyse quasi-statique d'un problème de mécanique avec contact et frottement. Un cylindre est comprimé dans un alésage cylindrique de diamètre légèrement supérieur par une force concentrée appliquée sur son axe.

Ce test, nommé "problème de Klang", est assez largement utilisé dans la littérature pour valider des modélisations de contact avec frottement et a notamment été utilisé par P. Alart et A. Curnier [bib1] pour valider leurs éléments finis de contact et de frottement.

Trois modélisations 2D sont proposées (D et H avec des éléments linéaires et F avec des éléments quadratiques) :
La modélisation D teste l'algorithme de la méthode « PENALISATION » avec appariement maître-esclave, la pénalisation porte sur le contact et le frottement.
Les modélisations F et H testent l'algorithme de la méthode « CONTINUE » avec des éléments quadratiques (SEG3) et linéaires (SEG2) de contact, respectivement.

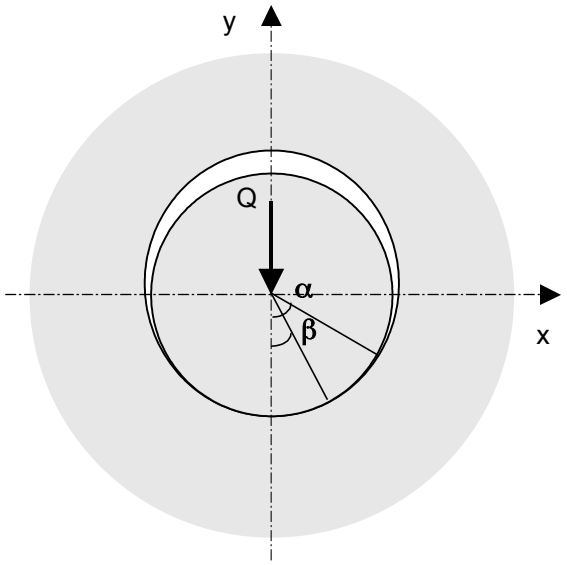
Les résultats sont comparés à une solution analytique donnée par Klang [bib2].
Au lieu de reproduire cette solution analytique relativement compliquée nous utiliserons les valeurs des pressions obtenues à partir de celle-ci [bib1].

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

Contraintes planes



α = angle de contact
β = angle pour le glissement

Rayon du cylindre : $r=5.999\,cm$.

Rayon de l'alésage : $R=6.\,cm$.

Position des points de référence sur la surface de contact: un point tous les trois degrés d'angle à partir du bas, jusqu'à 60°.

1.2 Propriétés de matériaux

Cylindre et alésage :

Module d'Young : $E=2.1\,10^{11}\,N/m^2$
Coefficient de Poisson : $\nu=0.3$
Coefficient de friction : $\mu=0.4$

1.3 Conditions aux limites et chargements

Le massif contenant l'alésage est censé être infini, ses déplacements seront bloqués (suivant x et y) sur un cercle concentrique avec l'alésage.

Le cylindre est soumis à une force répartie Q suivant l'épaisseur (z) valant : $Q=-1875\,10^3\,N/m$.
Cette force est appliquée en un incrément.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

La solution de référence est analytique [bib2].

2.2 Résultats de référence

Prédiction sur la zone de contact : 60 degrés.
Prédiction sur le début de la zone de glissement : 26,2 degrés.

Efforts de pression sur les points de la surface de contact :

Identification		Référence
SIXX pour un angle de	0°	–1.7813E+07
SIXX	3°	–1.7813E+07
SIXX	6°	–1.7750E+07
SIXX	9°	–1.7688E+07
SIXX	12°	–1.7594E+07
SIXX	15°	–1.7470E+07
SIXX	18°	–1.7312E+07
SIXX	21°	–1.7125E+07
SIXX	24°	–1.6906E+07
SIXX	27°	–1.6656E+07
SIXX	30°	–1.6343E+07
SIXX	33°	–1.5937E+07
SIXX	36°	–1.5406E+07
SIXX	39°	–1.4781E+07
SIXX	42°	–1.4031E+07
SIXX	45°	–1.3094E+07
SIXX	48°	–1.1169E+07
SIXX	51°	–1.0593E+07

2.3 Références bibliographiques

1) P. Alart, A. Curnier "A mixed formulation for frictional contact problems" Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering (1991)p. 353-375

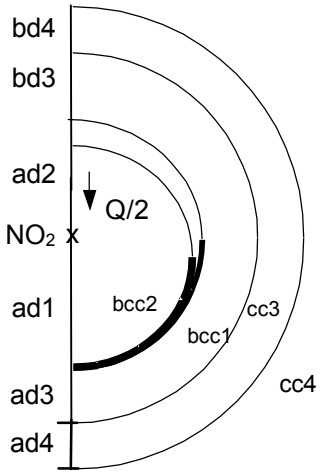
2) M. Klang "On interior contact under friction between cylindrical elastic bodies in contact" Thesis, Linköping University, Linköping, 1979.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation D

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Cette modélisation est identique à la modélisation A (et notamment le maillage). Seule diffère la méthode de résolution qui est ici « PENALISATION » avec pénalisation sur le contact et le frottement.




```
CONTACT
METHODE = 'PENALISATION
COULOMB = 0.4

APPARIEMENT='MAIT_ESCL'
Maître : bcc1
Esclave : bcc2
```

3.2 Valeurs testées : SIGM_ELNO

On teste les efforts de pression normale engendrés par le contact-frottement. Ces efforts définis en coordonnées polaires sont exprimés en Pa .

Identification		Référence	*Aster*	% différence
SIXX pour un angle de	0°	–1.7813E+07	–1.867141E+07	4.819
SIXX	3°	–1.7813E+07	–1.972695E+07	10.745
SIXX	6°	–1.7750E+07	–1.999288E+07	12.636
SIXX	9°	–1.7688E+07	–1.988495E+07	12.421
SIXX	12°	–1.7594E+07	–1.971935E+07	12.080
SIXX	15°	–1.7470E+07	–1.954087E+07	11.854
SIXX	18°	–1.7312E+07	–1.916115E+07	10.681
SIXX	21°	–1.7125E+07	–1.880513E+07	9.811
SIXX	24°	–1.6906E+07	–1.824592E+07	7.926
SIXX	27°	–1.6656E+07	–1.782171E+07	6.999
SIXX	30°	–1.6343E+07	–1.713057E+07	4.819
SIXX	33°	–1.5937E+07	–1.640937E+07	2.964
SIXX	36°	–1.5406E+07	–1.558344E+07	1.152
SIXX	39°	–1.4781E+07	–1.467761E+07	–0.699
SIXX	42°	–1.4031E+07	–1.366763E+07	–2.590
SIXX	45°	–1.3094E+07	–1.276022E+07	–2.549
SIXX	48°	–1.1169E+07	–1.241550E+07	11.160
SIXX	51°	–1.0593E+07	–1.086923E+07	2.608

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

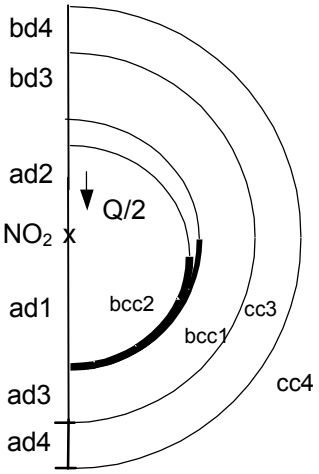
4 Modélisation F

4.1 Caractéristiques de la modélisation

La symétrie du problème permet de n'en modéliser que la moitié ($X \geq 0$).

60 éléments finis SEG3 sont disposés régulièrement sur la surface de contact initiale (3 degrés d'angle pour chacun).

Le cylindre et le volume circulaire entourant l'alésage sont maillés avec des éléments QUA8 et TRIA6.




```
CONTACT
METHODE = 'CONTINUE'
COULOMB = 0.4

APPARIEMENT='MAIT_ESCL'
Maître : bcc1
Esclave : bcc2
```

Condition aux limites :

- sur le GROUP_MA $CC4$: $DX=0$, $DY=0$.
- sur les GROUP_MA $AD1$, $AD2$, $AD3$, $AD4$, $BD3$, et $BD4$: $DX=0$.

Chargements :

La symétrie du problème par rapport au plan $x=0$ permet de modéliser la force concentrée par une force nodale $Fy=-937.5\,10^3\,N$, équivalente à $Q/2$ pour un cylindre de longueur unité, appliquée sur le groupe de nœuds O_2 , centre du cylindre.
Cette force est appliquée en 1 incrément.

4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1603
Nombre de mailles et types : 88 SEG3
58 TRIA6
456 QUAD8

4.3 Valeurs testées : SIGM_ELNO

On teste les efforts de pression normale engendrés par le contact-frottement. Ces efforts définis en coordonnées polaires sont exprimés en Pa .

Identification		Référence	*Aster*	% différence
SIXX pour un angle de	0°	–1.7813E+07	–1.88235E+07	5.673
SIXX	3°	–1.7813E+07	–1.87386E+07	5.196
SIXX	6°	–1.7750E+07	–1.85220E+07	4.349
SIXX	9°	–1.7688E+07	–1.84104E+07	4.084
SIXX	12°	–1.7594E+07	–1.81071E+07	2.917

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

SIXX	15°	–1.7470E+07	–1.78019E+07	1.900
SIXX	18°	–1.7312E+07	–1.73913E+07	0.458
SIXX	21°	–1.7125E+07	–1.68233E+07	1.762
SIXX	24°	–1.6906E+07	–1.65322E+07	–2.211
SIXX	27°	–1.6656E+07	–1.63678E+07	–1.730
SIXX	30°	–1.6343E+07	–1.60549E+07	–1.763
SIXX	33°	–1.5937E+07	–1.56070E+07	–2.071
SIXX	36°	–1.5406E+07	–1.48829E+07	–3.395
SIXX	39°	–1.4781E+07	–1.41776E+07	–4.082
SIXX	42°	–1.4031E+07	–1.29292E+07	–7.852
SIXX	45°	–1.3094E+07	–1.19737E+07	–8.555
SIXX	48°	–1.1169E+07	–1.06929E+07	–4.263
SIXX	51°	–1.0593E+07	–0.96396E+07	–8.999

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

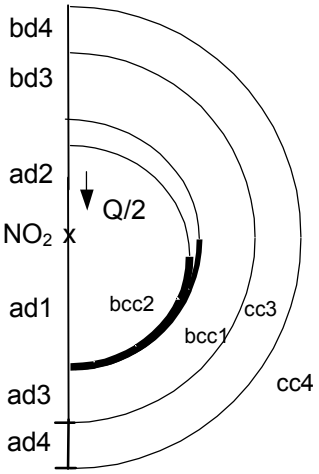
5 Modélisation H

5.1 Caractéristiques de la modélisation

La symétrie du problème permet de n'en modéliser que la moitié ($X \geq 0$).

60 éléments finis SEG2 sont disposés régulièrement sur la surface de contact initiale (3 degrés d'angle pour chacun).

Le cylindre et le volume circulaire entourant l'alésage sont maillés avec des éléments QUA4 et TRIA3.




```
CONTACT
METHODE = 'CONTINUE'
COULOMB = 0.4

APPARIEMENT='MAIT_ESCL'
Maître : bcc1
Esclave : bcc2
```

Condition aux limites :

- sur le GROUP_MA $CC4$: $DX=0$, $DY=0$.
- sur les GROUP_MA $AD1$, $AD2$, $AD3$, $AD4$, $BD3$, et $BD4$: $DX=0$.

Chargements :

La symétrie du problème par rapport au plan $x=0$ permet de modéliser la force concentrée par une force nodale $Fy=-937.5\,10^3\,N$, équivalente à $Q/2$ pour un cylindre de longueur unité, appliquée sur le groupe de nœuds O_2 , centre du cylindre.
Cette force est appliquée en 1 incrément.

5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds :	1282
Nombre de mailles et types :	128 SEG2
	162 TRIA3
	1106 QUAD4

5.3 Valeurs testées : SIGM_ELNO

On teste les efforts de pression normale engendrés par le contact-frottement. Ces efforts définis en coordonnées polaires sont exprimés en Pa .

Identification		Référence	*Aster*	% différence
SIXX pour un angle de	0°	–1.7813E+07	–1.79054E+07	0.519
SIXX	3°	–1.7813E+07	–1.88551E+07	5.850
SIXX	6°	–1.7750E+07	–1.89952E+07	7.015
SIXX	9°	–1.7688E+07	–1.88212E+07	6.407
SIXX	12°	–1.7594E+07	–1.85900E+07	5.661

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

SIXX	15°	–1.7470E+07	–1.83361E+07	4.958
SIXX	18°	–1.7312E+07	–1.78879E+07	3.327
SIXX	21°	–1.7125E+07	–1.74676E+07	2.001
SIXX	24°	–1.6906E+07	–1.67457E+07	–0.948
SIXX	27°	–1.6656E+07	–1.60969E+07	–3.357
SIXX	30°	–1.6343E+07	–1.56549E+07	–4.211
SIXX	33°	–1.5937E+07	–1.57323E+07	–1.284
SIXX	36°	–1.5406E+07	–1.55859E+07	1.168
SIXX	39°	–1.4781E+07	–1.51202E+07	2.295
SIXX	42°	–1.4031E+07	–1.42668E+07	1.680
SIXX	45°	–1.3094E+07	–1.33861E+07	2.230
SIXX	48°	–1.1169E+07	–1.24518E+07	11.485
SIXX	51°	–1.0593E+07	–1.11524E+07	5.280

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Synthèse des résultats

Les résultats sont de bonne qualité si l'on considère qu'ils sont comparés à une solution analytique et que les maillages utilisés ne sont pas particulièrement fins.

La meilleure solution est donnée par la modélisation F (algorithme continu) qui utilise des éléments quadratiques avec projection quadratique (sans utiliser cette projection, les résultats sont faux). Vient ensuite la modélisation H qui, comme la précédente, utilise l'algorithme continu mais avec des éléments linéaires et avec appariement maître-esclave. Enfin la modélisation D qui utilise l'algorithme de pénalisation donne des résultats acceptables. Notons que la convergence avec cet algorithme est beaucoup plus lente et difficile.

Si l'on examine l'étendue de la surface de contact à l'aide de l'impression de la structure de données CONT_NOEU (voir fichier de résultats), on constate qu'elle est donnée très précisément (60°). En ce qui concerne la surface adhérente, les algorithmes renvoient une valeur acceptable de l'ordre de 30° au lieu de 26.2° analytiquement.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)