SSNV115 - Tôle ondulée en comportement non linéaire

Résumé :

Ce problème valide la loi de comportement élasto-plastique avec critère de Von Misès à écrouissage linéaire isotrope pour les modélisations de plaques [R3.07.03] et de coques volumiques [R3.07.04] où les effets de membrane et de flexion sont également importants.

La géométrie du modèle respecte 3 contraintes :

- l'épaisseur est faible pour respecter l'hypothèse des coques minces,
- le problème doit être en déformation plane selon Oz ,
- la courbure selon Oy est choisie pour que la "flexion" et la "membrane" soient toutes deux significatives.

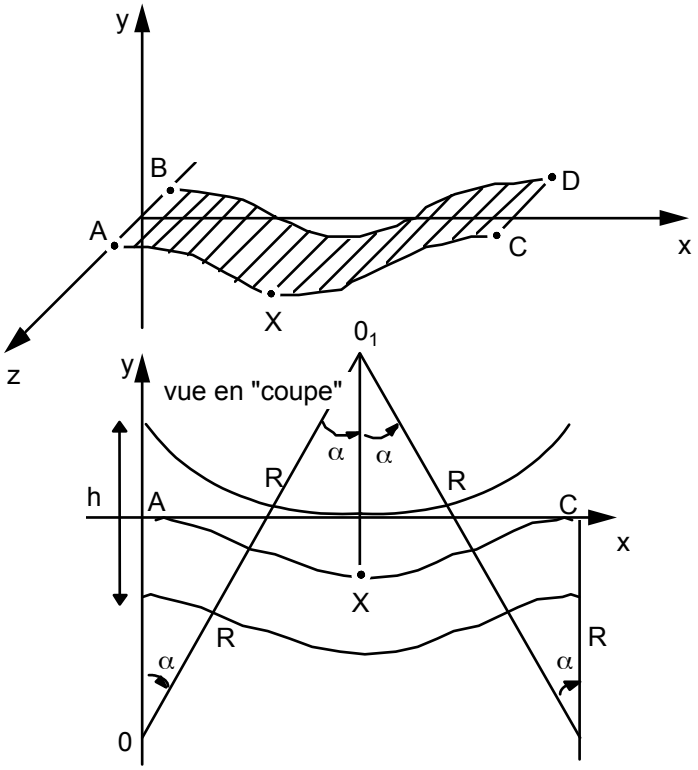
Il n'y a pas de solution analytique. La modélisation A (2D D_PLAN) sert de référence. Le test n'a pas de signification physique et les valeurs des déplacements obtenus sont très importantes par rapport aux dimensions de la structure initiale. Ce test est donc plutôt un test de non-régression et de comparaison inter-modélisations.

Les résultats (en déplacement) diffèrent de 2 à 3% entre les modélisations plaque et la référence 2D. Cet écart se réduit à 0.5% entre les modélisations coques volumiques et la référence 2D.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



Caractéristiques de la coque :

- épaisseur $h=0.05\,mm$,
- rayon de courbure $R=1\,mm$,
- largeur $L=AB=CD=0.1\,mm$,
- position du premier centre de courbure : $0=(0,-R)$ et $\|OA\|=R=0.1$,
- l'angle α est choisi de façon à ce que la surface **supérieure** de la coque au point X soit à $(y=0)$, c'est-à-dire alignée avec A et C ,

$$\cos\ \alpha\ =\ 1-\frac{1}{4}\frac{h}{R}$$

- position du second centre de courbure : $0_1\left(2R\cos\alpha, R-\frac{h}{2}\right)$ et $\|0,x\|=R$.

1.2 Propriétés de matériaux

$E=2\ 000\,MPa$

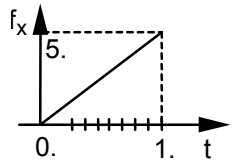
$\nu=0.3$

On utilise une loi de comportement élasto-plastique avec critère de Von Misès à écrouissage isotrope linéaire : $\sigma_y=100\,MPa\quad E_T:200\,MPa$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1.3 Conditions aux limites et chargements

- sur AB : encastrement : $DX=DY=DZ=DRX=DRY=DRZ=0$,
- sur toute la coque : déformation plane selon Oz soit $DZ=DRX=DRY=0$,
- sur CD : effort linéique (par unité de longueur Oz) suivant Ox donné par : $f_x=50\,N/mm$ Il est équivalent à une pression de $p_X=f_x/h=100\,MPa$ s'exerçant sur le côté CD ,
- le chargement est appliqué progressivement à la structure. Le trajet de chargement est découpé en 10 incréments égaux.



2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

La modélisation A (2D D_PLAN) sert de référence pour les modélisations de coque.

2.2 Résultats de référence

Déplacements suivant Ox et Oy du point X en mm .

2.3 Incertitude sur la solution

L'expérience montre que si l'on double le nombre d'éléments dans les deux directions, le résultat varie de moins de 2%.

Les critères de convergence choisis doivent également permettre d'atteindre la précision estimée pour ce calcul 2D : (2 ou 3%).

3 Bibliographie

1) F. VOLDOIRE, C. SEVIN :Coques thermoélastiques axisymétriques et 1D. Documentation de Référence du *Code_Aster* [R3.07.02].

2) P. MASSIN : Eléments de plaque DKT, DST, DKQ, DSQ et Q4γ. Documentation de Référence du *Code_Aster* [R3.07.03].

3) P. MASSIN, A. LAULUSA : Eléments de coque tridimensionnelle. Documentation de Référence du *Code_Aster* [R3.07.04].

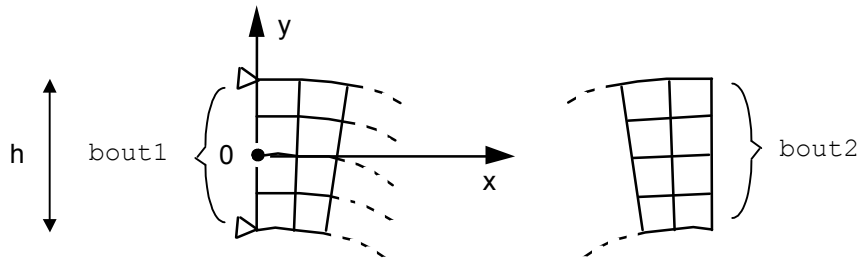
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation A

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Discrétisation : 20 x 4 éléments QUAD8 avec modélisation D_PLAN.

Conditions aux limites :



0 : DX = DY = 0.
bout1 : DX = 0.

Nom des nœuds : point X = group_no X = N148

Chargement : force linéique (par unité de longueur Oz) FX répartie sur le group_ma bout2 $FX=5./h=100.$ Ce chargement est équivalent à une pression de $100\,MPa$.

4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds :	289
Nombre de mailles et type :	80 QUAD8

4.3 Valeurs testées

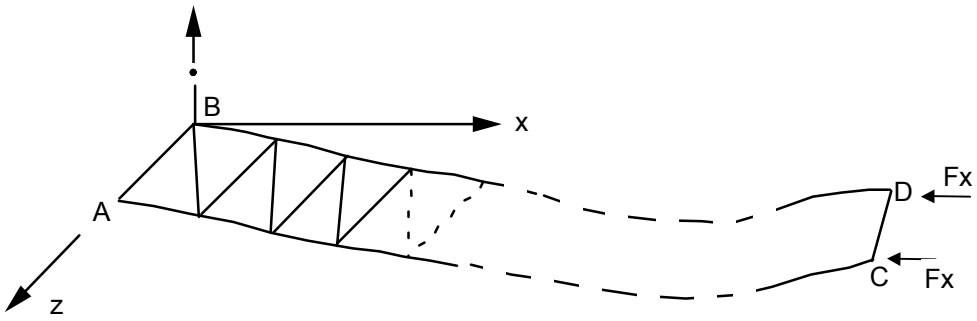
Au numéro d'ordre 10

Identification	*Aster* (mm)
$DX(X)$ à $t=1.$	0.02743
$DY(X)$ à $t=1.$	–0.2804

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation B

5.1 Caractéristiques de la modélisation



On cherche un mouvement indépendant de z ; une seule "rangée" d'éléments triangulaires suffit donc.

Découpage : 20 quadrangles => 40 triangles DKT. Modélisation `DKT`.

L'épaisseur des éléments est divisée en 17 couches pour le calcul non linéaire [R3.07.03]. Chaque couche comporte 3 points d'intégration en peau supérieure de couche, au milieu de chaque couche et en peau inférieure de couche. Le modèle ici étudié comprend donc 15 points d'intégration dans l'épaisseur de la plaque.

Conditions aux limites :

```
AB (GROUP_NO : bout1) : DX = DY = DZ = DRX = DRY = DRZ = 0
TOUT: 'OUI' : DZ = DRX = DRY = 0
```

Chargement : forces nodales en C et D $FX = pXLh/2 = 0.25\,N$.

5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds :	42
Nombre de mailles et type :	40 TRIA3

5.3 Valeurs testées

Au numéro d'ordre 10 soit $t = 1$.

Identification	Référence
$DX(X)$	0.02743
$DY(X)$	–0.2804
$FX(A)$	–0.25

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

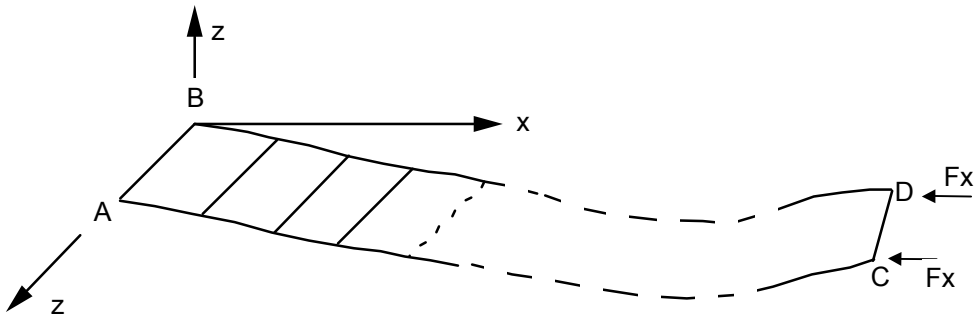
Remarque :

Si on augmente encore le nombre de couches pour l'intégration dans l'épaisseur, l'erreur relative sur $DX(X)$ passe en dessous de 2%. Pour 19 couches on trouve ainsi une erreur de 1.29%. Celle sur $DY(X)$ reste inchangée.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Modélisation C

6.1 Caractéristiques de la modélisation



On cherche un mouvement indépendant de z ; une seule "rangée" d'éléments quadrangulaires suffit donc.

Découpage : 40 quadrangles DKQ. Modélisation `DKT`.

L'épaisseur des éléments est divisée en 7 couches pour le calcul non linéaire [R3.07.03], de façon à avoir une très grande précision sur l'état de contraintes dans l'épaisseur de la plaque. Chaque couche comporte 3 points d'intégration en peau supérieure de couche, au milieu de chaque couche et en peau inférieure de couche. Le modèle étudié ici comprend donc 15 points d'intégration dans l'épaisseur de la plaque.

Conditions aux limites :

```
AB (GROUP_NO : bout1) : DX = DY = DZ = DRX = DRY = DRZ = 0
TOUT: 'OUI' : DZ = DRX = DRY = 0
```

Chargement : forces nodales en C et D $FX = pXLh/2 = 0.25\,N$.

6.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds :	82
Nombre de mailles et type :	40 QUA4

6.3 Valeurs testées

Au numéro d'ordre 10 soit, $t = 1$.

Identification	Référence
$DX(X)$	0.02743
$DY(X)$	–0.2804
$FX(A)$	–0.25

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

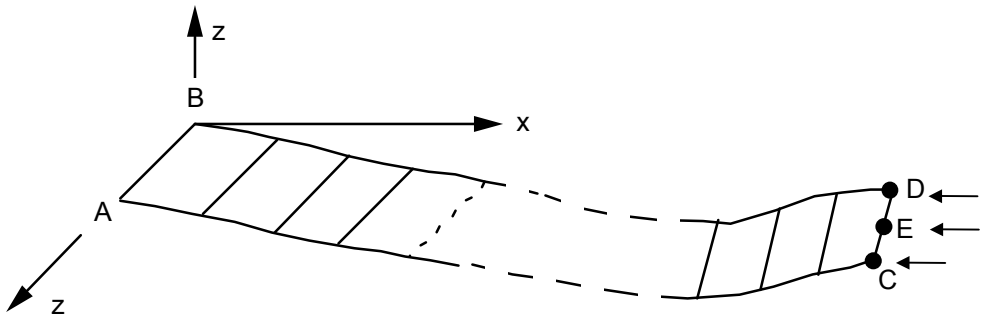
Remarque :

Si on augmente encore le nombre de couches pour l'intégration dans l'épaisseur l'erreur relative sur $DX(X)$ passe en dessous de 1%. Celle sur $DY(X)$ reste inchangée.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Modélisation D

7.1 Caractéristiques de la modélisation



On cherche un mouvement indépendant de z ; une seule "rangée" d'éléments quadrangulaires suffit donc.

Découpage : 8 quadrangles MEC3QU9H. Modélisation COQUE_3D.

L'épaisseur des éléments est divisée en 3 couches pour le calcul non linéaire [R3.07.04]. Chaque couche comporte 3 points d'intégration en peau supérieure de couche, au milieu de chaque couche et en peau inférieure de couche. Le modèle ici étudié comprend donc 7 points d'intégration dans l'épaisseur de la plaque.

Conditions aux limites :

```
AB (GROUP_NO : AB) : DX = DY = DZ = DRX = DRY = DRZ = 0
TOUT: 'OUI' : DZ = DRX = DRY = 0
```

Chargement : deux types de chargement sont appliqués :

- forces nodales en C et D et E (noeud milieu du côté CD) $FX(D)=pxLh/6=0.08333\mathrm{N}$ FX(C) =
  $FX(E)=2\mathrm{pxLh}/3=0.33\mathrm{N}.$
- force répartie sur le côté CD $FX=5\mathrm{N}/mm$.

7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 43 externes + 8 internes
Nombre de mailles et types : 8 QUA9 + 1 SEG3

7.3 Valeurs testées

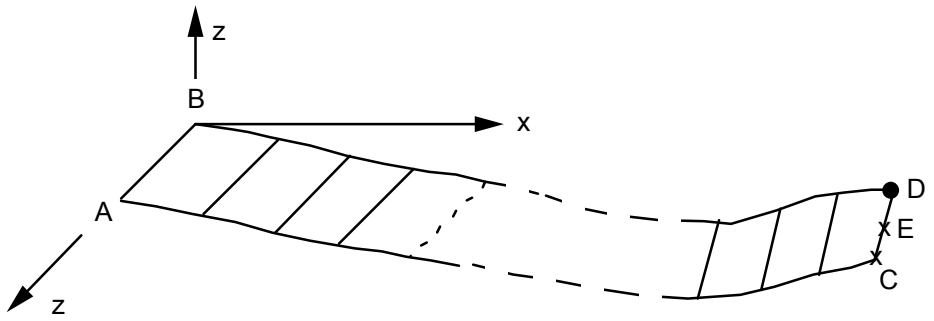
Au numéro d'ordre 10 soit $t=1$. Les résultats sont identiques avec FORCE_NODALE ou FORCE_ARETE.

Identification	Référence
$DX(X)$	0.02743
$DY(X)$	–0.2804

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

8 Modélisation E

8.1 Caractéristiques de la modélisation



On cherche un mouvement indépendant de z ; une seule "rangée" d'éléments quadrangulaires suffit donc.

Découpage : 12 triangles MEC3TR7H. Modélisation COQUE_3D.

L'épaisseur des éléments est divisée en 3 couches pour le calcul non linéaire [R3.07.04]. Chaque couche comporte 3 points d'intégration en peau supérieure de couche, au milieu de chaque couche et en peau inférieure de couche. Le modèle ici étudié comprend donc 7 points d'intégration dans l'épaisseur de la plaque.

Conditions aux limites :

```
AB (GROUP_NO : AB) : DX = DY = DZ = DRX = DRY = DRZ = 0
TOUT: 'OUI' : DZ = DRX = DRY = 0
```

Chargement : deux types de chargement sont appliqués :

- forces nodales en C et D et E (noeud milieu du côté CD) $FX(D)=pxLh/6=0.08333$N FX(C) =
  $FX(E)=2\text{pxLh}/3=0.33\text{N}.$
- force répartie sur le côté CD $FX=5\text{N}/mm.$

8.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 75 externes + 24 internes
Nombre de mailles et types : 24 TRIA7 + 1 SEG3

8.3 Valeurs testées

Au numéro d'ordre 10 soit $t=1$. Les résultats sont identiques avec FORCE_NODALE ou FORCE_ARETE.

Identification	Référence
$DX(X)$	0.02743
$DY(X)$	–0.2804

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

9 Synthèse des résultats

On remarque la bonne adéquation de la solution de référence *Aster* 2D déformation plane avec les résultats obtenus par les modélisations en coques volumiques. L'écart sur les déplacements au point de flèche maximale sur la géométrie initiale est en effet inférieur à 1%. L'écart avec la modélisation en coque linéique est de l'ordre de 1.5% sur l'estimation de la flèche maximale de la tôle. Cet écart devient plus important pour les modélisations en éléments de plaques qui ne prennent pas en compte la courbure de la tôle ondulée. L'erreur relative sur l'estimation de la flèche maximale ne semble pas vouloir descendre en dessous de 3%, et ce même en augmentant le nombre de couches pour améliorer l'intégration de la plasticité dans l'épaisseur de l'élément. On remarque à ce titre qu'une augmentation du nombre de couches dans l'épaisseur permet d'améliorer l'estimation du déplacement DX au point où la flèche est maximale sans pour autant améliorer l'estimation de cette dernière, et ce, pour l'ensemble des modèles étudiés. La différence de qualité de résultats entre les différents modèles vient sans doute de la prise en compte de la courbure de la tôle ondulée.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)