SSNP133 - Fissuration d'une plaque trouée avec les modèles cohésifs

Résumé :

Ce test permet de modéliser la propagation de deux fissures dans une plaque trouée élastique.

Modélisation A : Éléments de joint, loi cohésive CZM_LIN_REG
Modélisation B : Éléments à discontinuité interne, loi cohésive CZM_EXP.
Modélisation C : Éléments d'interface, loi cohésive CZM_OUV_MIX
Modélisation D : Éléments de joint, loi cohésive CZM_EXP_REG
Modélisation E : Modélisation XFEM, loi cohésive CZM_EXP_REG. Maillage conforme aux fissures.
Modélisation F : Modélisation XFEM, loi cohésive CZM_EXP_REG. Maillage triangles non conforme.
Modélisation G : Modélisation XFEM, loi cohésive CZM_EXP_REG. Maillage non structuré.
Modélisation H : Modélisation XFEM, loi cohésive CZM_LIN_REG. Maillage conforme aux fissures.
Modélisation I : Modélisation XFEM, loi cohésive CZM_OUV_MIX. Maillage conforme aux fissures.
Modélisation J : Modélisation XFEM, loi cohésive CZM_OUV_MIX. Maillage non conforme.

La numérotation locale *ad hoc* des éléments cohésifs (sauf $X-FEM$) est assurée par la commande MODI_MAILLAGE et le mot clé ORIE_FISSURE. L'ouverture brutale des fissures est assurée par le pilotage du chargement disponible pour chacune de ces lois (voir [R7.02.11]).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie et chargement

On considère une plaque carrée de côté $2000\,mm$ avec un trou de rayon $R=500\,mm$ centré dans la direction verticale et décentré dans la direction horizontale (voir Figure 1.1-a). La plaque admet un plan de symétrie horizontal (AB') passant par le centre du trou. Cette symétrie peut nous permettre de réduire notre étude à la moitié supérieure de la plaque quand cela est possible.

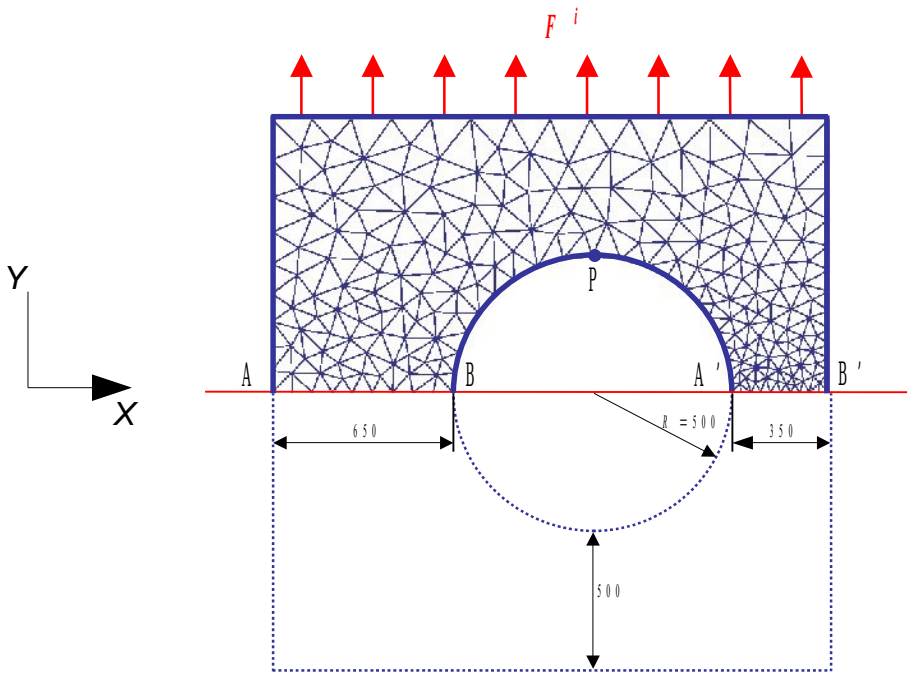


Figure 1.1-a : Schéma de la plaque trouée, conditions aux limites et chargement.

On considère *a priori* que les fissures se développeront le long de l'axe de symétrie de part et d'autre du trou. On dispose donc les éléments cohésifs le long des trajets $[AB]$ et $[A'B']$. Le chargement consiste à appliquer une densité de force surfacique F^i unitaire dirigée dans la direction Y sur la partie supérieure du domaine. L'intensité de cette force sera donnée par le pilotage du chargement (voir [R7.02.11]). Par ailleurs, on impose des conditions de symétrie (déplacements nuls suivant Y) sur la face inférieure des éléments cohésifs. Enfin, on bloque les mouvements de corps rigide en imposant un déplacement nul suivant X sur le point P, sommet du trou.

Pour les modélisations E à J, nous avons une formulation X-FEM : il est alors nécessaire de modéliser la structure entière pour le moment. On introduit une interface sur la droite (AB'). On rappelle l'approximation du champ de déplacement pour les noeuds dont le support est intersecté par une interface XFEM :

$$\boldsymbol{u}_h(\boldsymbol{x})=\sum_i \Phi_i(\boldsymbol{x})\,\boldsymbol{a}_i+\sum_i \Phi_i(\boldsymbol{x})\,\boldsymbol{b}_i\,H\left(lsn(\boldsymbol{x})\right)$$

Afin de bloquer les mouvements de corps rigide, on souhaite que l'interface soit un axe de symétrie pour le problème. Si on considère M^+ et M^- des points situés immédiatement au dessus et au dessous de l'interface, nous voulons que $u_y(M^+)+u_y(M^-)=0$.
Pour une interface conforme, ceci implique $a_y=0$ sur les noeuds de l'interface (figure 1.1-a).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Pour une interface non-conforme qui intersecte les arêtes en leur milieu, en notant N_{SUP} et N_{INF} les noeuds en vis à vis de part et d'autre de la fissure (figure 1.1-b), ceci implique :

$$a_y(N_{\mathrm{SUP}})+a_y(N_{\mathrm{INF}})=0$$

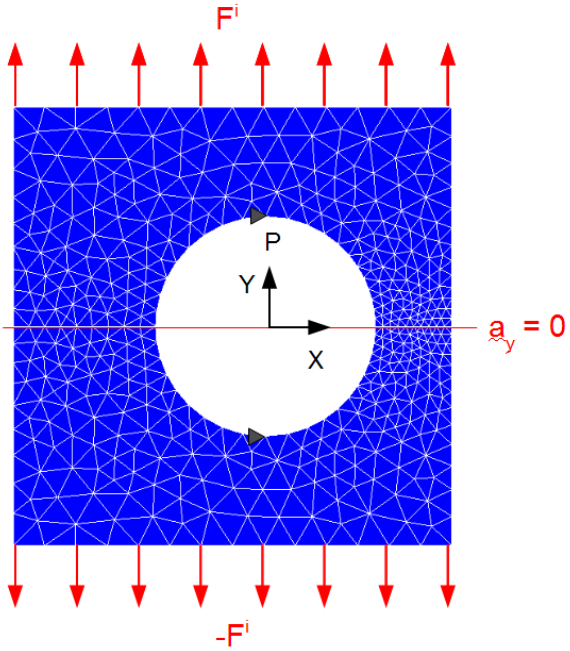


Figure 1.1-a: chargement avec une fissure conforme.

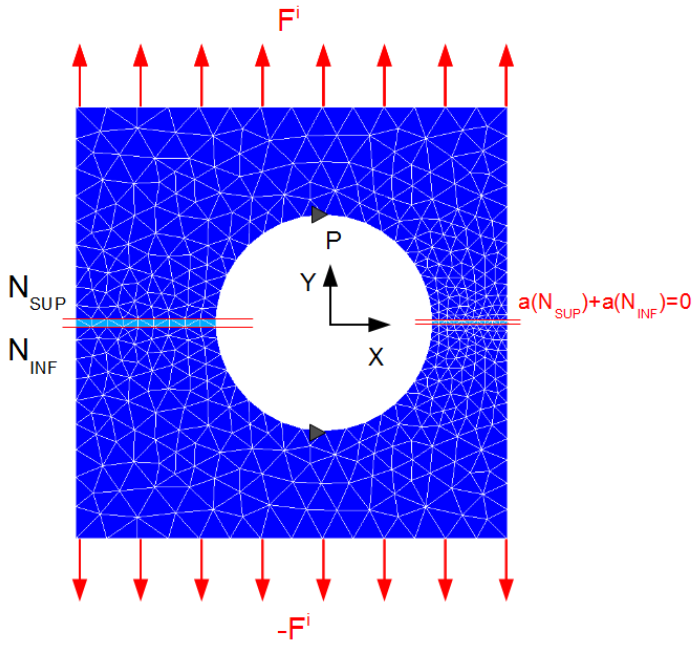


Figure 1.1-b: chargement pour une fissure non-conforme.

1.2 Propriétés matériau

Les valeurs du module d'Young, du coefficient de Poisson, de la contrainte critique et de la ténacité du matériau sont choisies de la façon suivante :

$$E=30000\,MPa \quad \nu=0.2 \quad \sigma_c=0.2\,MPa$$

$$G_c=100\,Pa.mm \quad \Rightarrow \quad \text{problème symétrisé}$$

$$G_c=200\,Pa.mm \quad \Rightarrow \quad \text{problème non symétrisé}$$

Ce sont des valeurs « tests » qui ne correspondent à aucun matériau en particulier. Le choix des paramètres cohésifs a pour but d'obtenir une solution avec un maillage relativement grossier. On rappelle que pour assurer une solution correcte (précision et bonne convergence) avec ces modèles, il est nécessaire qu'il y ait plusieurs éléments dans la zone cohésive (voir doc [U2.05.07]).

Remarque :

Lorsque le problème mécanique est symétrisé, on ne modélise que la moitié des fissures (une seule lèvre). Ces dernières dissipent une énergie deux fois moins importante que si on avait modélisé la plaque entièrement. Pour modéliser un matériau de ténacité donnée G_c, il est donc nécessaire d'effectuer la simulation avec une valeur de $G_c/2$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

Il n'y a pas de solution de référence pour ce problème. On réalise donc des tests de non régression. On vérifie que les tests $XFEM$ donnent les mêmes résultats que leur homologues FEM. A ce titre, la modélisation D constitue une référence pour les modélisations E à G, la modélisation A constitue une référence pour la modélisation H et la modélisation C constitue une référence pour les modélisations I et J.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

La simulation de la propagation des fissures par rupture fragile est effectuée avec la modélisation PLAN_JOINT et la loi de comportement CZM_LIN_REG pour les mailles cohésives. Les éléments volumiques, en déformations planes D_PLAN, sont élastiques.

3.2 Caractéristiques du maillage

On réalise un maillage non structuré linéaire de la demi-plaque trouée et de la fissure potentielle.
Éléments volumiques (DCB) : 404 TRIA3
Éléments de joint (trajet de fissure) : 19 QUAD 4

3.3 Grandeurs testées et résultats

On effectue des tests de non régression sur la réponse globale : F^i résultante de la force imposée sur la face supérieure *versus* U déplacement du nœud P au sommet du trou.

Grandeur testée	*Code_Aster*	*Tolérance (* $\%$ *)*
U à l'instant 50	3.3166D-03	0.10
F à l'instant 50	4.26153D+07	0.10
U à l'instant 100	1.29488D-03	0.10
F à l'instant 100	2.73873D+06	0.10
U à l'instant 150	6.45752D-03	0.10
F à l'instant 150	7.87206D+06	0.10
U à l'instant 200	1.04754D-02	0.10
F à l'instant 200	2.16189D+06	0.10

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

La simulation de la propagation des fissures par rupture fragile est effectuée avec la modélisation PLAN_ELDI et la loi de comportement CZM_EXP pour les mailles cohésives. Les éléments volumiques, en déformations planes D_PLAN, sont élastiques.

4.2 Caractéristiques du maillage

On réalise un maillage non structuré linéaire de la demi-plaque trouée et de la fissure potentielle.
Éléments volumiques (DCB) : 404 TRIA3
Éléments à discontinuité interne (trajet de fissure) : 19 QUAD4

4.3 Grandeurs testées et résultats

On effectue des tests de non régression sur la réponse globale : F^i résultante de la force imposée sur la face supérieure *versus* U déplacement du nœud P au sommet du trou.

Grandeur testée	*Code_Aster*	*Tolérance ($\%$)*
U à l'instant 50	3.60651D-03	0.10
F à l'instant 50	5.78832D+07	0.10
U à l'instant 75	3.54604D-03	0.10
F à l'instant 75	5.11117D+07	0.10
U à l'instant 100	3.39435D-03	0.10
F à l'instant 100	4.43684D+07	0.10
U à l'instant 159	4.32977D-03	0.10
F à l'instant 159	1.001265D+07	0.10

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

La simulation de la propagation des fissures par rupture fragile est effectuée avec la modélisation PLAN_INTERFACE et la loi de comportement CZM_OUV_MIX pour les mailles cohésives. Les éléments volumiques, en déformations planes D_PLAN, sont élastiques.

5.2 Caractéristiques du maillage

On réalise un maillage non structuré quadratique de la demi-plaque trouée et de la fissure potentielle.
Éléments volumiques (DCB) : 404 TRIA6
Éléments d'interface (trajet de fissure) : 19 QUAD8

5.3 Grandeurs testées et résultats

On effectue des tests de non régression sur la réponse globale : F^i résultante de la force imposée sur la face supérieure versus U déplacement du nœud P au sommet du trou.

Grandeur testée	*Code_Aster*	*Tolérance (%)*
U à l'instant 50	2.87853E-03	0.10
F à l'instant 50	2.88263E+07	0.10
U à l'instant 75	6.55609E-03	0.10
F à l'instant 75	1.04922E+07	0.10
U à l'instant 100	7.47879E-03	0.10
F à l'instant 100	4.94452E+06	0.10
U à l'instant 140	0.0157679	0.10
F à l'instant 140	8.56080E+05	0.10

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques de la modélisation D

La simulation de la propagation des fissures par rupture fragile est effectuée avec la modélisation PLAN_JOINT et la loi de comportement CZM_EXP_REG pour les mailles cohésives. Les éléments volumiques, en déformations planes D_PLAN, sont élastiques.

6.2 Caractéristiques du maillage

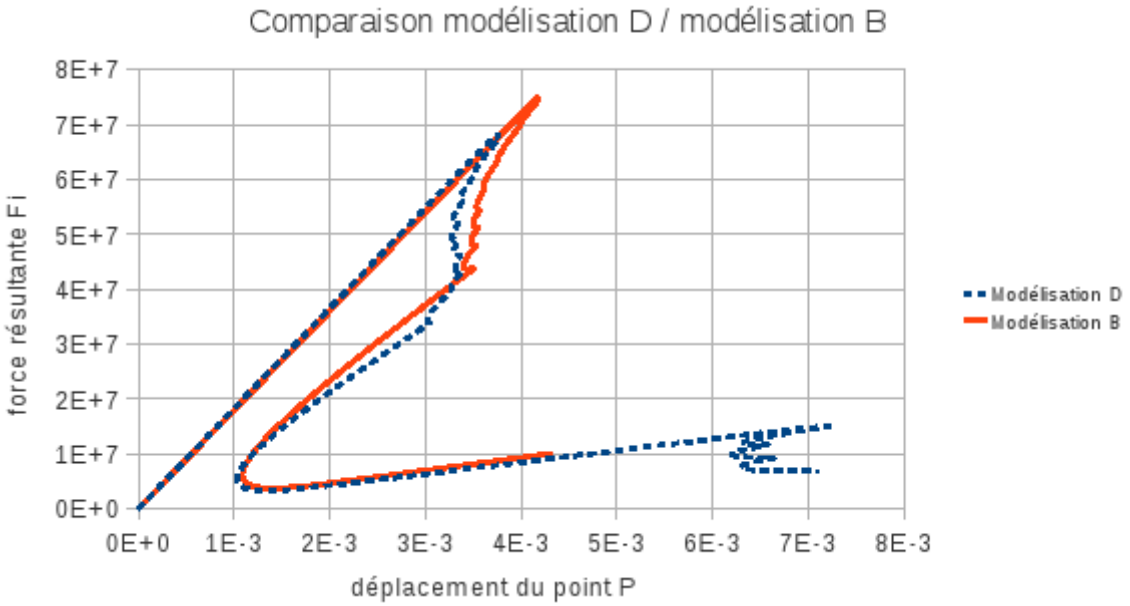
On réalise un maillage non structuré linéaire de la demi-plaque trouée et de la fissure potentielle.
Éléments volumiques (DCB) : 804 TRIA3
Éléments de joint (trajet de fissure) : 19 QUAD4

6.3 Grandeurs testées et résultats

On effectue des tests de non régression sur la réponse globale : F^i résultante de la force imposée sur la face supérieure versus U déplacement du nœud P au sommet du trou.

Grandeur testée	*Code_Aster*	*Tolérance (%)*
U à l'instant 50	3.32215D-03	0.10
F à l'instant 50	4.21054D+07	0.10
U à l'instant 100	2.52359D-03	0.10
F à l'instant 100	5.3546D+06	0.10
U à l'instant 150	7.09118D-03	0.10
F à l'instant 150	6.75039D+06	0.10

On voit que la pénalisation de la loi cohésive introduit une légère différence entre les résultats. Si nous comparons ainsi les résultats de la modélisation D à ceux de la B, nous avons la courbe force – déplacement de la figure 6.3-a.



Manue **Figure 6.3-a: comparaison éléments de joint avec éléments à discontinuité interne.**

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Modélisation E

7.1 Caractéristiques de la modélisation E

Une interface d'équation $[Y=0]$ est introduite dans le modèle à l'aide d'une formulation XFEM, par l'intermédiaire d'une level set normale. La simulation de la propagation des fissures par rupture fragile est effectuée grâce à une relation de type CZM_EXP_REG entre contrainte et saut de déplacement entre les lèvres de l'interface. Syntaxiquement, cette relation est incluse dans la définition d'une zone de contact entre les deux lèvres de la fissure, avec intégration FPG3 ou FPG2 et en formulation CZM. Ceci signifie que le contact est géré par la loi cohésive et qu'il n'y a pas de frottement. Physiquement, nous nous retrouvons alors rigoureusement dans la même situation que la modélisation D. Les éléments volumiques, en déformations planes D_PLAN, sont élastiques.

7.2 Caractéristiques du maillage

On réalise un maillage de la plaque trouée conforme à la fissure.
Éléments volumiques (DCB) : 804 TRI3

7.3 Grandeurs testées et résultats

La modélisation D sert de référence. On voit sur la figure 7.3-a que les résultats sont parfaitement superposables.

Grandeur testée	Type de Référence	Code_Aster	Tolérance (%)
U à l'instant 50	AUTRE_ASTER	3.32215D-03	0.10
F à l'instant 50	AUTRE_ASTER	4.21054D+07	0.10
U à l'instant 100	AUTRE_ASTER	2.52359D-03	0.10
F à l'instant 100	AUTRE_ASTER	5.3546D+06	0.10
U à l'instant 150	AUTRE_ASTER	7.09118D-03	0.10
F à l'instant 150	AUTRE_ASTER	6.75039D+06	0.10

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

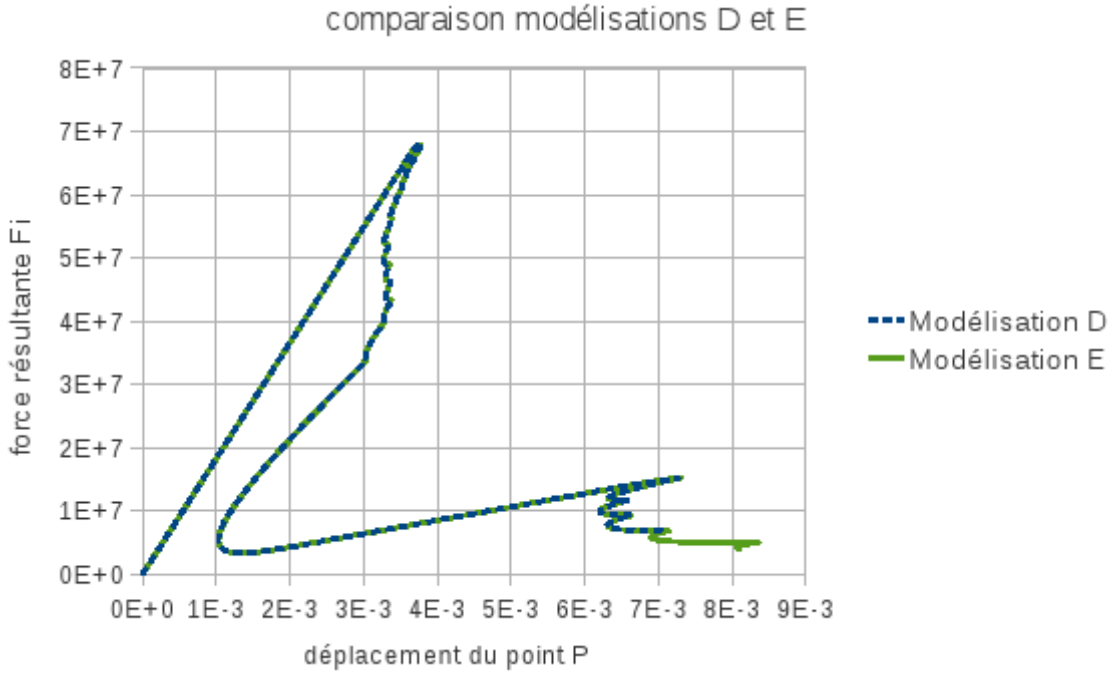


Figure 7.3-a: adéquation de la modélisation D avec la modélisation E

7.4 Commentaires

Les solutions FEM sont superposables aux solutions $XFEM$ qui ont la même loi cohésive. Par conséquent, ce test permet de valider l'implémentation $XFEM$ de la loi cohésive, ainsi que celle du pilotage par prédiction élastique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

8 Modélisation F

8.1 Caractéristiques de la modélisation F

Les caractéristiques de la modélisation sont strictement identiques à la modélisation E. Seul le maillage diffère.

8.2 Caractéristiques du maillage

On réalise un maillage de la plaque entièrement triangulaire, non-conforme avec la fissure, tel que certaines arêtes intersectées soient non vitales.
Éléments volumiques (DCB) : 842 TRI3

8.3 Grandeurs testées et résultats

Le début du calcul demande un peu plus de subdivisions que la modélisation E. Compte tenu de cette différence dans les séquences de subdivision, les résultats des modélisations E et F sont légèrement différents comparés instant par instant. En revanche, on voit sur la figure 8.3-a qu'ils sont superposables. Ayant prouvé cette correspondance, on prend donc pour valeur de référence de non régression celles de la modélisation F.

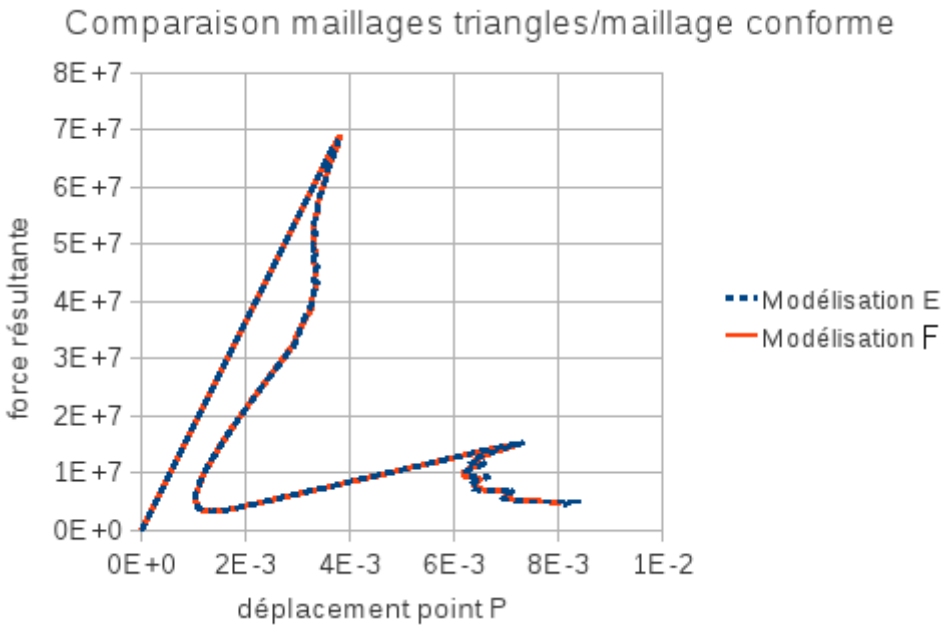


Figure 8.3-a: Comparaison maillage triangles / maillage conforme

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Grandeur testée	Type de référence	Code_Aster	Tolérance (%)
U à l'instant 50	NON_REGRESSION	3.34481D-03	0.10
F à l'instant 50	NON_REGRESSION	4.26501D+07	0.10
U à l'instant 100	NON_REGRESSION	2.28519D-03	0.10
F à l'instant 100	NON_REGRESSION	4.85041D+06	0.10
U à l'instant 150	NON_REGRESSION	6.83775D-03	0.10
F à l'instant 150	NON_REGRESSION	6.86061D+06	0.10

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

9 Modélisation G

9.1 Caractéristiques de la modélisation G

Les caractéristiques de la modélisation sont strictement identiques à la modélisation E. Seul le maillage diffère.

9.2 Caractéristiques du maillage

On réalise un maillage de la plaque entièrement triangulaire, non réglé. Certaines arêtes sont conformes avec la fissure. Certaines sont intersectées.
Éléments volumiques (DCB) : 698 TRI3

9.3 Résultats de la modélisation G

On obtient un résultat légèrement différent de la modélisation D. Ceci est du à la différence de maillage entre les deux modélisations. Les petits snap-backs sont d'origine numériques et liés au raffinement du maillage. Ils sont ici plus gros car le maillage est moins raffiné (fig.9.3-a). On change donc les valeurs de référence pour les mêmes raisons que la modélisation F.

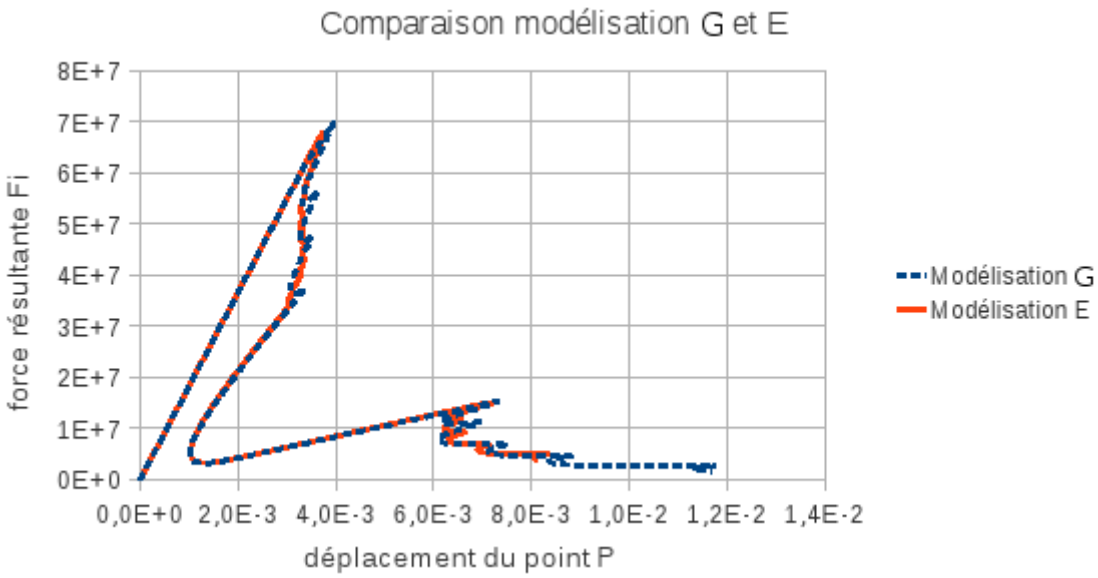


Figure 9.3-a: comparaison entre modélisations G et E

Grandeur testée	*Type de référence*	*Code_Aster*	*Tolérance (%)*
U à l'instant 50	NON_REGRESSION	3.21777D-03	0.10
F à l'instant 50	NON_REGRESSION	3.6512D+07	0.10
U à l'instant 100	NON_REGRESSION	7.41292D-03	0.10
F à l'instant 100	NON_REGRESSION	1.54984D+07	0.10
U à l'instant 150	NON_REGRESSION	7.76637D-03	0.10
F à l'instant 150	NON_REGRESSION	4.65793D+06	0.10

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

10 Modélisation H

10.1 Caractéristiques de la modélisation H

L es caractéristiques de la modélisation sont strictement identiques à celles de la modélisation E . Seule la loi cohésive diffère : la loi CZM_LIN_REG est utilisée.

10.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage est le même que celui de la modélisation E . Rappelons qu'il est conforme à la fissure. Éléments volumiques (DCB) : 804 TRI3.

10.3 Résultats de la modélisation H

La modélisation A sert de référence. Les résultats sont parfaitement superposables.

Grandeur testée	*Type de référence*	*Code_Aster*	*Tolérance (%)*
U à l'instant 50	AUTRE_ASTER	3.3166D-03	0.10
F à l'instant 50	AUTRE_ASTER	4.26153D+07	0.10
U à l'instant 100	AUTRE_ASTER	1.29488D-03	0.10
F à l'instant 100	AUTRE_ASTER	2.73873D+06	0.10
U à l'instant 150	AUTRE_ASTER	6.45752D-03	0.10
F à l'instant 150	AUTRE_ASTER	7.87206D+06	0.10

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

11 Modélisation I

11.1 Caractéristiques de la modélisation I

Les caractéristiques de la modélisation E sont reprises, à l'exception de la loi cohésive. On utilise la loi mixte CZM_OUV_MIX. En conséquence, le maillage de la modélisation E est rendu quadratique, et on définit dans l'opérateur MODI_MODELE_XFEM une discrétisation P2P1 pour le contact.

11.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage est le même que celui de la modélisation E. Rappelons qu'il est conforme à la fissure.
Éléments volumiques : 804 TRI 6.

11.3 Résultats de la modélisation I

La modélisation C sert de référence. Les tracés des réponses pour les deux modélisations sont parfaitement superposables.

Grandeur testée	Code_Aster	Tolérance (%)
U à l'instant 50	2.8872E-03	0.10
F à l'instant 50	2.8603E+07	0.10
U à l'instant 75	6.43269E-03	0.10
F à l'instant 75	9.8916E+06	0.10
U à l'instant 100	7.8109E-03	0.10
F à l'instant 100	4.7092E+06	0.10
U à l'instant 140	2.2116E-02	0.10
F à l'instant 140	6.24908E+05	0.10

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

12 Modélisation J

12.1 Caractéristiques de la modélisation J

Les caractéristiques de la modélisation sont strictement identiques à la modélisation I. Seul le maillage diffère.

12.2 Caractéristiques du maillage

On réalise un maillage de la plaque entièrement triangulaire, non réglé. Certaines arêtes sont conformes avec la fissure. Certaines sont intersectées.
Éléments volumiques (DCB) : 698 TRI6.

12.3 Résultats de la modélisation J

On obtient un résultat légèrement différent de la modélisation I. Ceci est du à la différence de maillage entre les deux modélisations. Les petits snap-backs sont d'origine numériques et liés au raffinement du maillage. Ils sont ici plus gros car le maillage est moins raffiné. On change donc les valeurs de référence.

Grandeur testée	*Type de référence*	*Code_Aster*	*Tolérance (%)*
U à l'instant 50	NON_REGRESSION	2.9189E-03	0.10
F à l'instant 50	NON_REGRESSION	2.9439E+07	0.10
U à l'instant 75	NON_REGRESSION	6.6043E-03	0.10
F à l'instant 75	NON_REGRESSION	1.0854E+07	0.10
U à l'instant 100	NON_REGRESSION	7.2936E-03	0.10
F à l'instant 100	NON_REGRESSION	5.2103E+06	0.10
U à l'instant 140	NON_REGRESSION	0.014454	0.10
F à l'instant 140	NON_REGRESSION	9.5855E+05	0.10

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

13 Synthèse des résultats

Les modèles cohésifs permettent de simuler qualitativement la propagation brutale de deux fissures en rupture fragile à travers une plaque trouée. Les réponses globales des sept modèles (en termes de force-déplacement) sont sensiblement les mêmes. Le pilotage du chargement permet de suivre la rupture brutale des deux ligaments de part et d'autre du trou, conduisant à deux « retour arrière » dans la réponse globale.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)