# SSNP110 - Fissure de bord dans une plaque rectangulaire finie en élastoplasticité

**Résumé :**

Ce test est un cas-test en mécanique de la rupture non linéaire.

On considère une plaque rectangulaire finie, fissurée et soumise à un chargement de traction. La loi de comportement utilisée est une loi élastoplastique de Von Mises .

Ce cas-test comprend cinq modélisations en $2D$ :

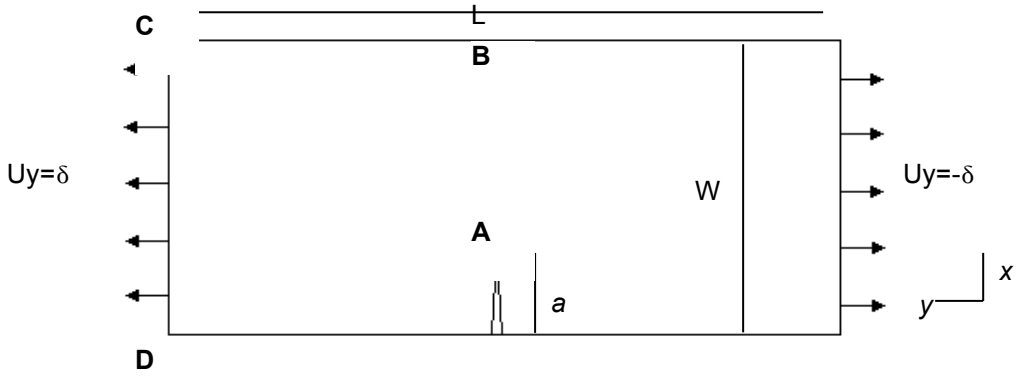
- les modélisations A et B, en contraintes planes, visent à étudier l'influence de la prise en compte ou non des termes de second ordre des déformations ( DEFORMATION = 'PETIT' ou 'GREEN' dans l'opérateur STAT_NON_LINE ) sur le calcul du taux de restitution de l'énergie $G$ ;
- les modélisations C et D, en contraintes planes, visent à tester la méthode X-FEM (fissure non maillée) en élasticité non linéaire et en élastoplasticité pour le calcul du champ de déplacement ;
- la modélisation E, en déformations planes, valide le calcul de $G$ pour les différentes méthodes de définition de la courbe d'écrouissage.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 1 Problème de référence

## 1.1 Géométrie




| | |
|---|---|
| Longueur | $L=50\,mm$ |
| Largeur | $W=16\,mm$ |
| Profondeur de fissure | $a=6\,mm$ |

## 1.2 Propriétés du matériau

Le matériau est élastoplastique de type Von Mises. Pour les modélisations A à D, il n'y a pas d'écrouissage. Pour la modélisation E, différentes lois d'écrouissage sont comparées (écrouissage linéaire ou puissance). Les propriétés du matériau sont les suivantes :

| | |
|---|---|
| Module d'Young | $E=2{,}0601\,10^5\,MPa$ |
| Coefficient de Poisson | $\nu=0.3$ |
| Limite élastique | $\sigma_y=808{,}34\,MPa$ |
| Module d'écrouissage | $H=0$ (modélisation A à D) ou $H=6{,}867\ \ 10^4\,MPa$ (modélisation E) |

## 1.3 Conditions aux limites et chargement

Pour les modélisations A, B et E, le modèle est limité à la moitié de la structure, le plan de la fissure verticale étant un plan de symétrie. Pour les modélisations C et D, la totalité de la structure est représentée.

**Conditions aux limites**

Déplacement vertical $UX=0$ au point $B$

Déplacement horizontal $UY=0$ dans le ligament $AB$ (condition de symétrie pour les modélisations A, B et E)

**Chargement**

Déplacement horizontal imposé sur le segment $CD$ : $UY=\delta$



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 2 Solution de référence

Pas de solution de référence. Ceci est un test de non-régression.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 3 Modélisation A

## 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit d'un calcul en élastoplasticité sous l'hypothèse des petits déplacements, en contraintes planes.

## 3.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage, construit avec une procédure automatique `gibi`, est constitué de 400 éléments quadratiques (1000 nœuds). Des tores sont définis en fond de fissure afin d'améliorer la précision du calcul en mécanique de la rupture, cf. [Figure 3.2-a] ci-dessous. Le rayon du plus grand tore est de $1,5\ mm$ .

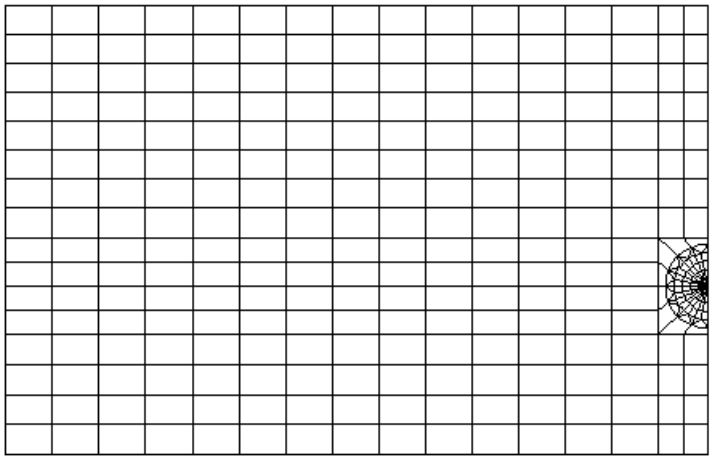


**Figure 3.2-a : Maillage de la plaque rectangulaire fissurée**



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

## 3.3 Grandeurs testées et résultats

Les valeurs du taux de restitution sont testées pour cinq valeurs du déplacement horizontal imposé $\delta$. On compare les résultats obtenus pour trois couronnes d'intégration différentes :

- couronne 1 : $R_{inf}=0,15\,mm$ ; $R_{\sup}=0,6\,mm$
- couronne 2 : $R_{inf}=0,3\,mm$ ; $R_{\sup}=0,9\,mm$
- couronne 3 : $R_{inf}=0,9\,mm$ ; $R_{\sup}=1,5\,mm$

| **Déplacement imposé $\delta$ ( $mm$ )** | $G(N/mm)$ **couronne 1** | $G(N/mm)$ **couronne 2** | $G(N/mm)$ **couronne 3** |
|---|---|---|---|
| 0,02 | 3.29 | 3.20 | 3.20 |
| 0,04 | 13.60 | 13.24 | 13.24 |
| 0,06 | 31.97 | 31.22 | 31.24 |
| 0,08 | 58.99 | 57.74 | 57.76 |
| 0,1 | 91.42 | 89.64 | 89.71 |

Les résultats sont satisfaisants : l'écart maximal entre les valeurs de $G$ obtenues sur les trois couronnes d'intégration est inférieur à $2\,\%$.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 4 Modélisation B

## 4.1 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit d'un calcul en élastoplasticité sous l'hypothèse des grands déplacements, en contraintes planes.

## 4.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage est identique à celui de la modélisation A.

## 4.3 Grandeurs testées et résultats

Les valeurs du taux de restitution sont testées pour les mêmes couronnes d'intégration que dans la modélisation A.

| **Déplacement imposé $\delta$ ( $mm$ )** | $G(N/mm)$ **couronne 1** | $G(N/mm)$ **couronne 2** | $G(N/mm)$ **couronne 3** |
|---|---|---|---|
| 0,02 | 3.26 | 3.17 | 3.18 |
| 0,04 | 13.36 | 13.03 | 13.07 |
| 0,06 | 31.02 | 30.50 | 30.67 |
| 0,08 | 56.33 | 55.90 | 56.51 |
| 0,1 | 85.84 | 85.91 | 87.47 |

Les résultats sont satisfaisants : l'écart maximal entre les valeurs de $G$ obtenues sur les trois couronnes d'intégration est inférieur à $2\%$ .

L'effet des termes de second ordre dans la déformation est relativement faible : l'écart entre les résultats des deux modélisations est croissant avec le déplacement imposé $\delta$ et vaut au maximum $6\%$ , cf. [Figure 4.4-a].



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

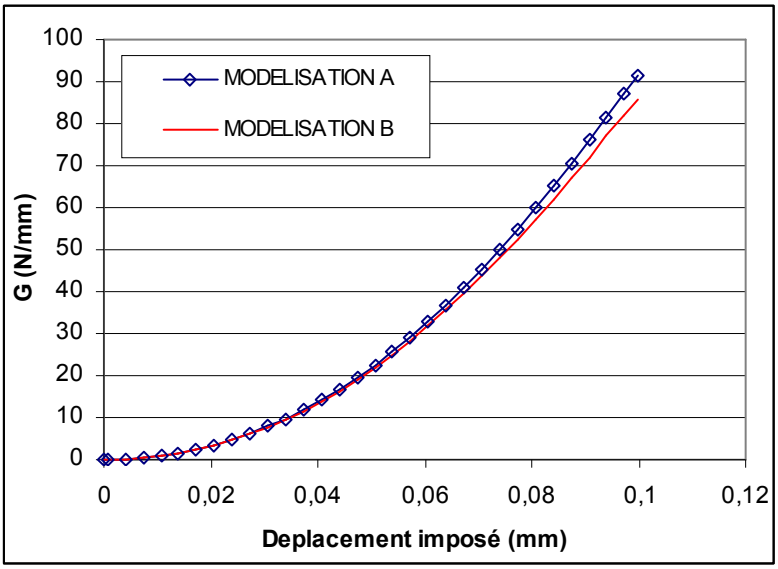



**Figure 4.4-a : Comparaison des taux de restitution d'énergie des deux modélisations**



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 5 Modélisation C

## 5.1 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit d'un calcul en élasticité non linéaire sous l'hypothèse des petits déplacements, avec la méthode X-FEM (fissure non maillée). La modélisation est en contraintes planes.

## 5.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage est composé d'éléments linéaires (560 mailles QUA4 - 600 nœuds). Le raffinement du maillage est uniforme (18 éléments selon $x$ et 31 éléments selon $y$ ).

## 5.3 Grandeurs testées et résultats

On teste la composante $DY$ du déplacement aux deux points où la fissure débouche (points de chacune des lèvres), au dernier instant du calcul (déplacement imposé $0,1\,mm$ ). Ce test est réalisé sur le champ de déplacement créé par l'opérateur POST_CHAM_XFEM.

La valeur de référence est la solution obtenue dans la modélisation A.

| Lèvre considérée | Référence ( $mm$ ) | Code_Aster ( $mm$ ) | Différence ( $\%$ ) |
|---|---|---|---|
| Lèvre $y>0$ | 9,876.10 $^{-2}$ | 9,516.10 $^{-2}$ | -3,6 % |
| Lèvre $y<0$ | -9,876.10 $^{-2}$ | -9,516.10 $^{-2}$ | -3,6 % |

Ce test valide le calcul en élasticité non linéaire pour des modèles X-FEM.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 6 Modélisation D

## 6.1 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit d'un calcul en élasto-plasticité sous l'hypothèse des petits déplacements, avec la méthode X-FEM (fissure non maillée). On représente l'ouverture de la fissure et sa fermeture en activant le contact sur les lèvres.

Par rapport à la modélisation C on remplace l'élasticité non-linéaire par l'élasto-plasticité. Jusqu'à l'instant 0,1 le chargement est monotone et les résultats sont donc identiques entre les modélisations C et D. Dans la modélisation D, on effectue ensuite une décharge et on applique un chargement opposé, activant ainsi le contact sur les lèvres de la fissure.

## 6.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage est identique à celui de la modélisation C.

## 6.3 Grandeurs testées et résultats

On teste deux grandeurs :

- la composante $DY$ du déplacement aux deux points où la fissure débouche (points de chacune des lèvres), à l'instant 0,1 du calcul (déplacement imposé $0,1\,mm$ ) et au dernier instant 0,3 (déplacement imposé $-0,1\,mm$ ) ;
- les valeurs de la déformation plastique effective ( $V1$ ) sur la maille $M277$ , dans le point 10 et aux instants 0,1, 0,14 et 0,3.

Pour l'instant 0,1, la valeur de référence du déplacement est la solution obtenue dans la modélisation A. Pour le reste, les tests sont de non-regression.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

| Déplacement | Référence ( $mm$ ) | Code_Aster ( $mm$ ) | Différence ( % ) |
|---|---|---|---|
| Lèvre $y>0$ , $t=0.1$ | 9,876.10 -2 | 9,532.10 -2 | -3,5 % |
| Lèvre $y<0$ , $t=0.1$ | -9,876.10 -2 | -9,533.10 -2 | -3,5 % |
| Lèvre $y>0$ , $t=0.3$ | 1,782.10 -2 | *Non-régression* | |
| Lèvre $y<0$ , $t=0.3$ | -1,782.10 -2 | *Non-régression* | |
| **Déformation plastique effective ( $V1$ sur $M277$ )** | | | |
| $t=0.1$ | 1.270.10 -2 | *Non-régression* | |
| $t=0.14$ | 1.270.10 -2 | *Non-régression* | |
| $t=0.3$ | 2.451.10 -2 | *Non-régression* | |

Ce test valide le calcul en élasto-plasticité pour des modèles X-FEM.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 7 Modélisation E

## 7.1 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit d'un calcul en élasticité non linéaire sous l'hypothèse des petits déplacements, en déformations planes.

## 7.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage est identique à celui de la modélisation A.

## 7.3 Grandeurs testées et résultats

La grandeur testée est le taux de restitution $G$, calculé pour la première couronne d'intégration définie dans la modélisation A et pour dix valeurs du déplacement horizontal imposé $\delta$. ($\delta$ variant de $0$ à $0{,}2\,mm$).

Deux séries distinctes de calculs sont effectuées :
dans un premier temps, on prend une loi de comportement à écrouissage linéaire. Trois calculs sont menés avec les différentes méthodes disponibles pour définir la même courbe d'écrouissage (TRACTION, ECRO_LINE et ECRO_PUIS). On compare entre elles les solutions obtenues par ces trois calculs ;
ensuite on choisit une loi de comportement à écrouissage en loi puissance et on compare les résultats obtenus entre ELAS_VMIS_TRAC et ELAS_VMIS_PUIS.

Le test est de type non-régression. On vérifie que :
les trois différents calculs en écrouissage linéaire conduisent exactement au même résultat sur $G$ ;
les deux calculs en écrouissage en loi puissance conduisent à des résultats très proches (écart inférieur à 0,3 %). L'écart diminue si on diminue le pas de temps du calcul.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

| Déplacement imposé $\delta$ ( $mm$ ) | $G(N/mm)$ - écrouissage linéaire : ELAS_VMIS_TRAC | $G(N/mm)$ - écrouissage linéaire : ELAS_VMIS_LINE | $G(N/mm)$ - écrouissage linéaire : ELAS_VMIS_PUIS |
|---|---|---|---|
| 0,02 | 3,59 | 3,59 | 3,59 |
| 0,04 | 14,47 | 14,47 | 14,47 |
| 0,06 | 32,88 | 32,88 | 32,88 |
| 0,08 | 59,42 | 59,42 | 59,42 |
| 0,10 | 94,50 | 94,50 | 94,50 |
| 0,12 | 134,98 | 134,98 | 134,98 |
| 0,14 | 178,95 | 178,95 | 178,95 |
| 0,16 | 226,24 | 226,24 | 226,24 |
| 0,18 | 276,47 | 276,47 | 276,47 |
| 0,20 | 329,61 | 329,61 | 329,61 |

| Déplacement imposé $\delta$ ( $mm$ ) | $G(N/mm)$ - écrouissage puissance : ELAS_VMIS_TRAC | $G(N/mm)$ - écrouissage puissance : ELAS_VMIS_PUIS |
|---|---|---|
| 0,02 | 3,59 | 3,59 |
| 0,04 | 14,44 | 14,44 |
| 0,06 | 32,76 | 32,76 |
| 0,08 | 58,99 | 58,98 |
| 0,10 | 93,76 | 93,77 |
| 0,12 | 136,14 | 136,18 |
| 0,14 | 184,04 | 184,09 |
| 0,16 | 236,31 | 236,38 |
| 0,18 | 292,38 | 292,46 |
| 0,20 | 351,82 | 351,90 |

Ce test valide le calcul de $G$ en élasticité linéaire pour les différentes méthodes de définition de la courbe d'écrouissage.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 8 Modélisation F

## 8.1 Caractéristiques de la modélisation

idem modélisation C avec des éléments quadratiques.

## 8.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage est composé d'éléments linéaires (560 mailles QUA8 - 600 nœuds). Le raffinement du maillage est uniforme (18 éléments selon $x$ et 31 éléments selon $y$ ), identique à la modélisation C.

## 8.3 Grandeurs testées et résultats

On teste la composante $DY$ du déplacement aux deux points où la fissure débouche (points de chacune des lèvres), au dernier instant du calcul (déplacement imposé $0,1\,mm$ ). Ce test est réalisé sur le champ de déplacement créé par l'opérateur POST_CHAM_XFEM.
La valeur de référence est la solution obtenue dans la modélisation A.

| Lèvre considérée | Référence ( $mm$ ) | Différence ( $\%$ ) |
|---|---|---|
| Lèvre $y>0$ | 9,876.10 $^{-2}$ | 2 % |
| Lèvre $y<0$ | -9,876.10 $^{-2}$ | 2 % |

Ce test valide le calcul en élasticité non linéaire pour des modèles X-FEM et des éléments quadratiques en contraintes planes.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 9 Synthèse des résultats

Ce cas test vise à valider le calcul du taux de restitution des contraintes en élastoplasticité :

- les modélisations A et B permettent de s'assurer de l'invariance du calcul du taux de restitution de l'énergie par la méthode thêta suivant les couronnes d'intégration pour des lois de comportement de type élastique-parfaitement plastique. On note également la faible contribution des termes de second ordre dans la déformation ;
- la modélisation E valide les différentes méthodes de définition de la courbe d'écrouissage.

Les modélisations C, D et F permettent de valider le calcul du champ de déplacement pour les modèles X-FEM.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)