SNNP106 – Calcul du ferraillage d'une poutre-voile avec trémie par la méthode Bielles-Tirants

Résumé

Ce cas-test de non-régression permet de valider la construction et l'optimisation d'un modèle Bielles-Tirants via la macro-commande CALC_BT [R7.04.06]. Le modèle Bielles-Tirants est construit à partir des résultats d'une modélisation plane. Deux schémas d'optimisation ont été testés : optimisation des sections des éléments et optimisation des sections des éléments avec optimisation topologique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Table des Matières

1Problème de référence....3
1.1Géométrie....3
1.2Matériaux....3
1.3Conditions aux limites et chargement....4
1.4Caractéristiques du maillage....4
1.5Solution de référence....4
1.5.1Schéma du treillis Bielles-Tirants....4
1.5.2Résultats de référence....4
2Modélisation A : C_PLAN....6
2.1Paramètres d'optimisation....6
2.2Structure de base construite....6
2.3Optimisation SCHEMA = 'SECTION'....8
2.4Optimisation SCHEMA = 'TOPO'....9
3Modélisation B : D_PLAN....11
3.1Paramètres d'optimisation....11
3.2Structure de base construite....11
3.3Optimisation SCHEMA = 'SECTION'....12
3.4Optimisation SCHEMA = 'TOPO'....13
4Synthèse des résultats....14
5Références....14

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

P=3MN

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

Ce cas-test de de non-régression représente un test à trois points d'une poutre épaisse. La poutre est représentée par un élément rectangulaire de 7.5 mètres de longueur et 4.7 mètres de hauteur, l'élément contient une trémie carrée de 1.5 mètres de côté situé selon la Figure 1.1.-a. Un appui fixe est placé à l'extrémité gauche de la base de l'élément et un appui vertical est considéré à l'extrémité droite. Une charge verticale égale à 3 MN est appliquée au sens de la gravité à 4.7 mètres du bord gauche. La géométrie, les conditions aux limites et la définition des matériaux ont été pris directement de la référence [Shlaich et al., 1987].

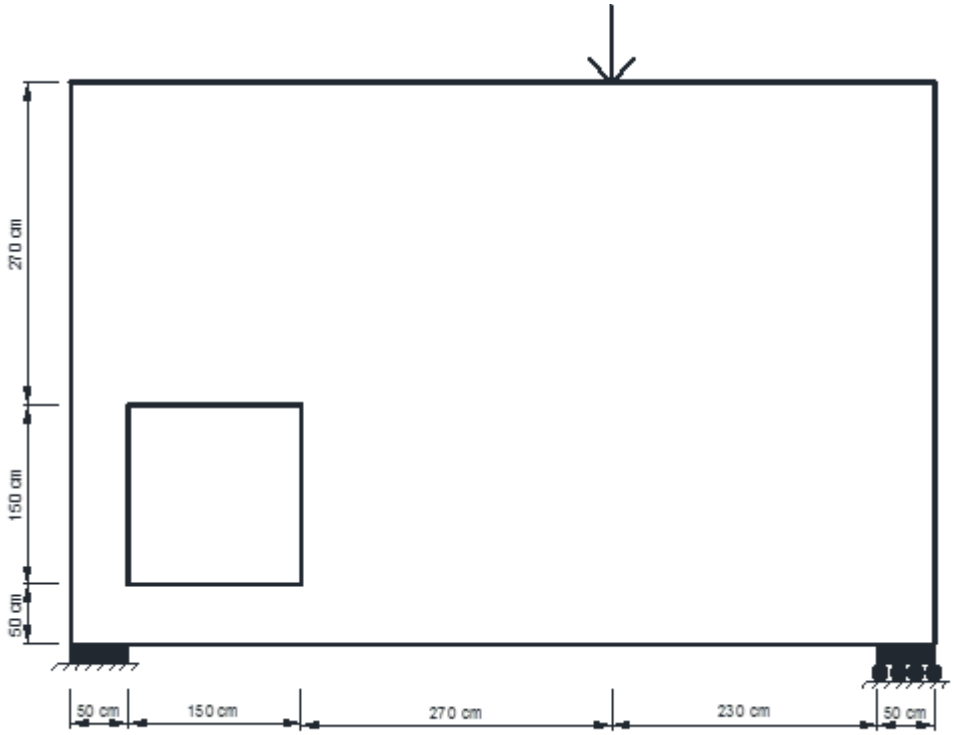


Image 1.1-1: Poutre-voile avec trémie

1.2 Matériaux

Le béton armé utilisé pour la modélisation plane correspond à un matériau élastique linéaire avec les caractéristiques suivantes :

Le béton :

Module de Young	E	21GPa
Coefficient de Poisson	ν	0.2
Limite élastique	f_{cm}	36MPa

Tableau 1.2-1

L'acier de ferraillage :

Module de Young	E	210GPa
Limite élastique	f_y	500MPa

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Tableau 1.2-2

1.3 Conditions aux limites et chargement

La poutre est supposée avec un appui fixe au niveau du côté gauche et un appui de type chariot (bloqué dans la direction verticale) au niveau du côté droit. La charge et les conditions aux limites sont prises comme il est indiqué sur la Figure 1.1-1.

1.4 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 13504
Nombre de mailles et types : 13200 mailles QUAD4

1.5 Solution de référence

1.5.1 Schéma du treillis Bielles-Tirants

Une des solutions proposées dans la référence [Schlaich et al., 1987] est présentée sur la Figure 2.1-a. L'auteur aborde le problème via une définition *ad hoc* du modèle Bielles-Tirants.

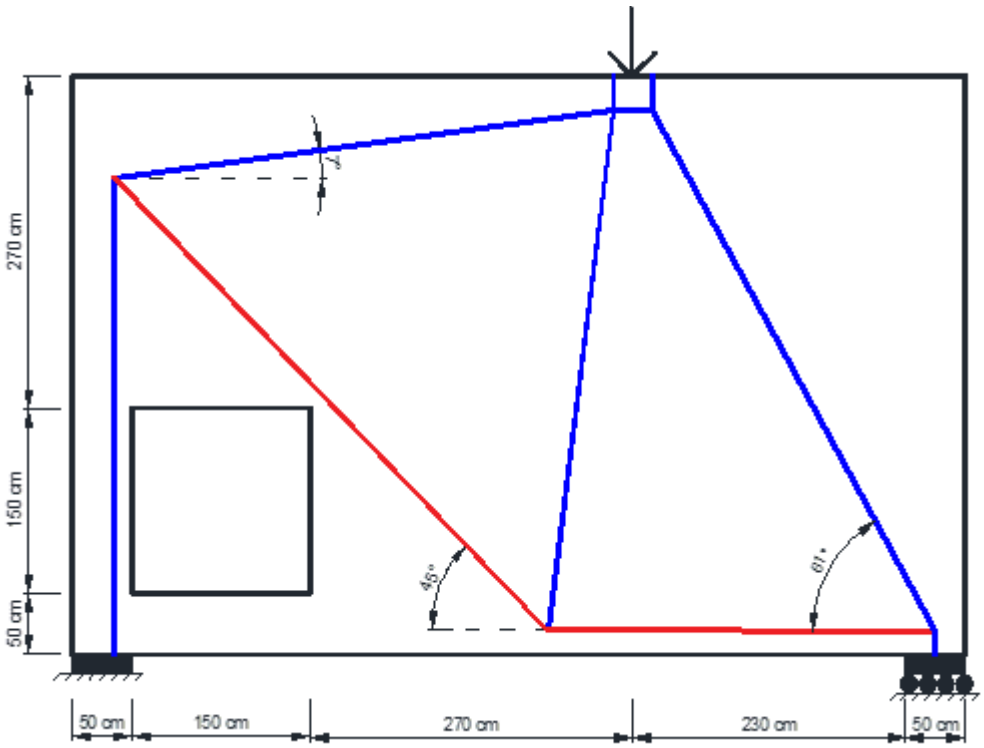


Image 1.5-1:Modèle BT de référence [Shclaich et al., 1987]

1.5.2 Résultats de référence

Les sections des tirants sont présentées dans le tableau suivant:

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Tirant	Nœud i	Nœud j	Force [MN]	Longueur [m]*	As [m ^{2}]*
T2	5	6	1.33	5.6	0.0024
T1	0	5	1.07	3	0.0027

Tableau 1.5-1 : Sections des tirants [Shclaich et al. 1897]

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Modélisation A : C_PLAN

Modélisation C_PLAN. Analyse statique à comportement élastique linéaire.

2.1 Paramètres d'optimisation

La structure de base a été construite en considérant les paramètres suivants :

- Pas de maille pour l'interpolation de grille en direction X PAS_X = 0.05m
- Pas de maille pour l'interpolation de grille en direction Y PAS_Y = 0.05m
- Longueur maximale d'élément LONGUEUR_MAX = 7m
- Distance minimale entre pics de contrainte TOLE_BASE = 0.026

L'optimisation de la géométrie de base selon le schéma 1 (optimisation de sections [Code_Aster, CALC_BT]) est effectuée avec les paramètres suivants :

- Nombre maximal d'itérations MAXITER = 200
- Seuil de convergence de l'optimisation RESI_RELA_SECTION = 0.000001
- Taux d'évolution maximal de section par itération CRIT_SECTION = 50%
- Section minimale d'élément SECTION_MINI = 10^{-10} m^2

L'optimisation selon le schéma TOPO (optimisation de sections plus topologique) est effectuée avec les paramètres complémentaires suivants :

- Seuil de convergence de l'optimisation RESI_RELA_TOPO = 0.00001
- Taux maximum d'élimination d'éléments CRIT_ELIM = 0.5
- Contrôle des variables pseudo-aléatoires INIT_ALEA = 0

2.2 Structure de base construite

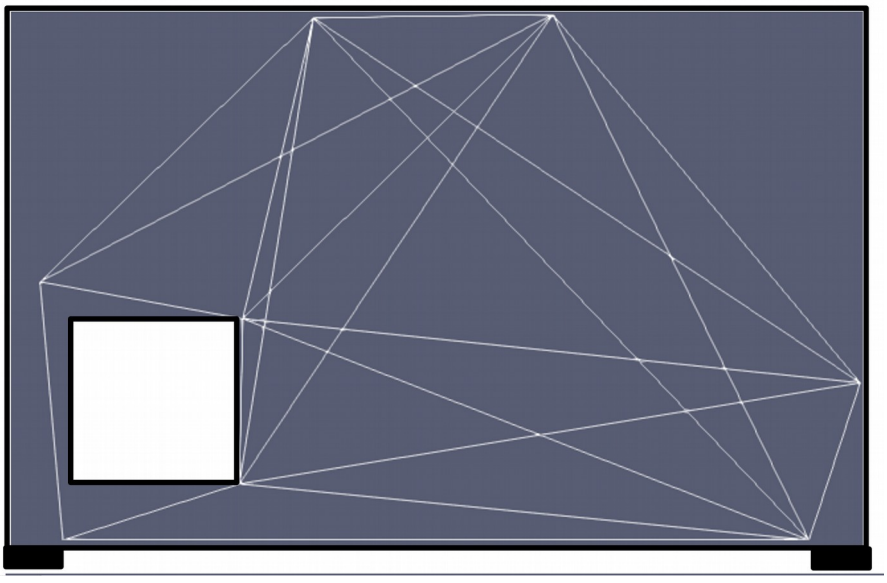


Image 2.2-1: Structure de base : C_PLAN

La structure de base est ainsi construite à l'intérieur de la macro-commande CALC_BT à partir des résultats de la modélisation 2D et en considérant les paramètres définis auparavant.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2.3 Optimisation SCHEMA = 'SECTION'

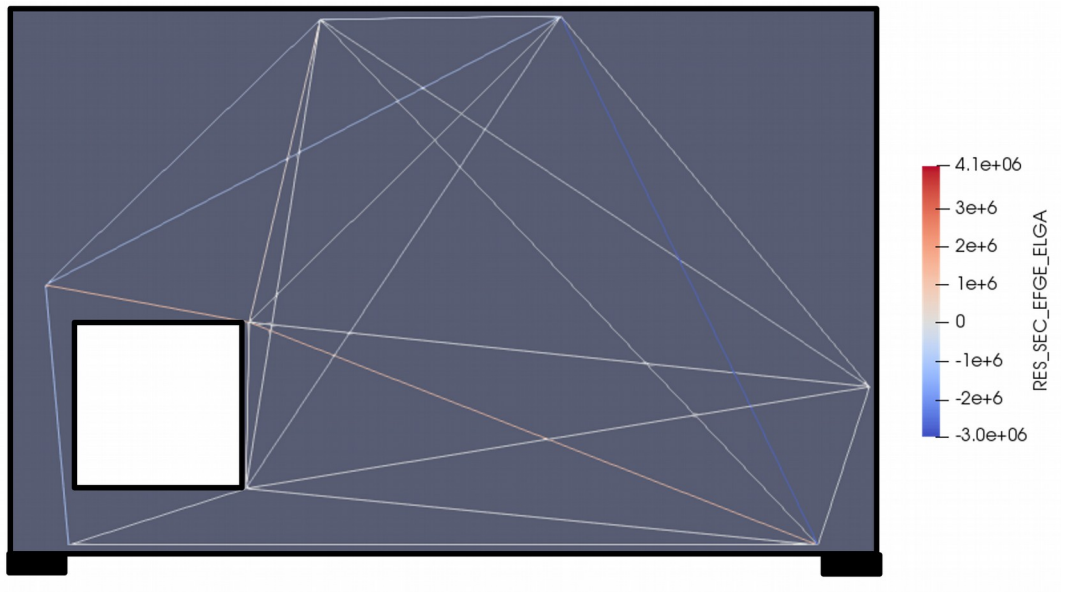


Image 2.3-1: Structure optimisée : C_PLAN, SCHEMA = SECTION

La Figure 2.3-1 présente les forces reparties dans les éléments de la structure à la fin du processus d'optimisation suivant le schéma SECTION (optimisation de sections seule).

Le Tableau suivant présente les caractéristiques géométriques des éléments de la structure de base à la fin de la procédure d'optimisation. Afin de faciliter la comparaison de résultats, la numérotation des éléments (première colonne) a été manuellement modifiée.

	COORD XI	COORD YI	COORD XJ	COORD YJ	TYPE	N	A	L	ENEL_ELEM
B1	0.45	0.00	0.25	2.30	BIELLE	-1.01E+06	2.87E-02	2.31	3.87E+04
B2	0.45	0.00	7.00	0.00	BIELLE	-6.46E-01	1.00E-06	6.55	1.30E-03
B3	0.45	0.00	2.00	0.50	BIELLE	-9.16E+04	2.62E-03	1.63	2.49E+03
T1	0.25	2.30	2.03	1.97	TIRANT	1.27E+06	2.54E-03	1.81	5.46E+04
B4	0.25	2.30	2.65	4.65	BIELLE	-4.92E+05	1.41E-02	3.36	2.75E+04
B5	0.25	2.30	4.75	4.68	BIELLE	-9.14E+05	2.61E-02	5.09	7.75E+04
T3	2.03	1.97	2.65	4.65	TIRANT	3.49E+05	6.99E-04	2.75	2.29E+04
T5	2.03	1.97	4.75	4.68	TIRANT	3.74E-01	1.00E-06	3.84	2.56E-05
T2	2.03	1.97	7.00	0.00	TIRANT	1.26E+06	2.52E-03	5.35	1.60E+05
T6	2.03	1.97	7.45	1.40	TIRANT	4.34E-01	1.00E-06	5.45	4.90E-05
T4	2.03	1.97	2.00	0.50	TIRANT	1.08E+05	2.15E-04	1.47	3.77E+03
B6	2.65	4.65	4.75	4.68	BIELLE	-2.73E+05	7.80E-03	2.10	9.55E+03
T7	2.65	4.65	7.00	0.00	TIRANT	1.22E-01	1.00E-06	6.37	4.53E-06
T8	2.65	4.65	7.45	1.40	TIRANT	2.30E-01	1.00E-06	5.80	1.46E-05
T9	2.65	4.65	2.00	0.50	TIRANT	1.00E+00	1.00E-06	4.20	2.01E-04
B7	4.75	4.68	7.00	0.00	BIELLE	-2.70E+06	7.71E-02	5.19	2.34E+05

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

T10	4.75	4.68	7.45	1.40	TIRANT	1.09E-01	1.00E-06	4.25	2.39E-06
B8	4.75	4.68	2.00	0.50	BIELLE	-1.63E+05	4.65E-03	5.00	1.36E+04
T11	7.00	0.00	7.45	1.40	TIRANT	4.13E-01	1.00E-06	1.47	1.19E-05
B9	7.00	0.00	2.00	0.50	BIELLE	-1.36E+00	1.00E-06	5.02	4.45E-03
B10	7.45	1.40	2.00	0.50	BIELLE	-8.29E-01	1.00E-06	5.52	1.81E-03

Tableau 2.3-1 : Structure optimisée : C_PLAN, SCHEMA = SECTION

2.4 Optimisation SCHEMA = 'TOPO'

La Figure 2.3.5-a et le Tableau 2.3.5-a présentent la distribution de forces dans les éléments de la structure à la dernière itération. Comme pour que dans les résultats de la section 2.3.4, la numérotation des éléments (première colonne du Tableau 2.3.5-a) a été manuellement modifiée pour les éléments dénotés T1 et T2.

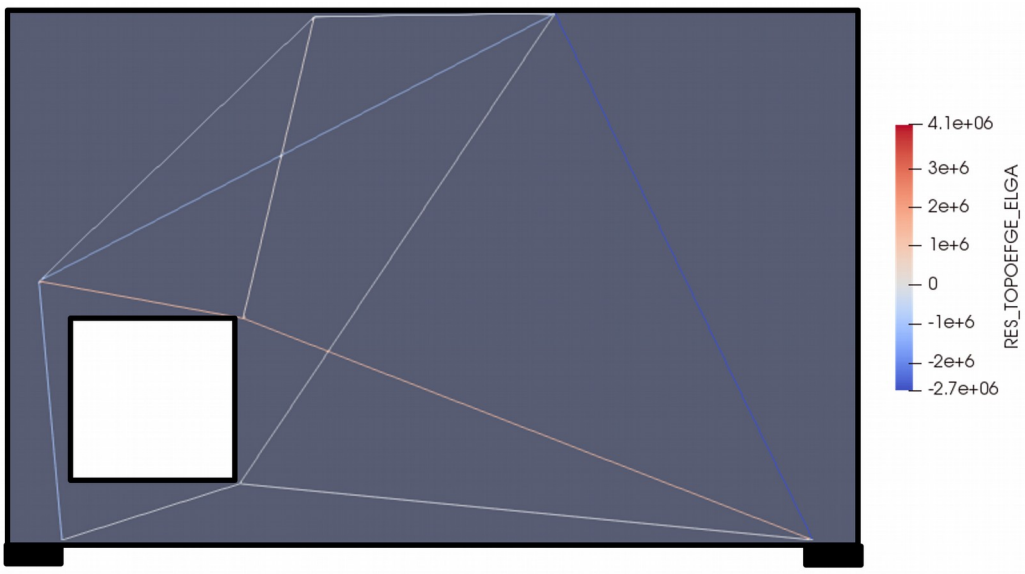


Image 2.4-1:Structure optimisée : C_PLAN, SCHEMA = TOPO

#	COORD XI	COORD YI	COORD XJ	COORD YJ	TYPE	N	A	L	ENEL_ELEM
B1	4.75	4.68	7.00	0.00	BIELLE	-2.73E+06	7.79E-02	5.19	2.36E+05
B2	0.45	0.00	0.25	2.30	BIELLE	-1.01E+06	2.87E-02	2.31	3.87E+04
B3	0.25	2.30	4.75	4.68	BIELLE	-1.08E+06	3.09E-02	5.09	9.18E+04
B4	0.25	2.30	2.65	4.65	BIELLE	-3.64E+05	1.04E-02	3.36	2.04E+04
B5	2.65	4.65	4.75	4.68	BIELLE	-2.02E+05	5.77E-03	2.10	7.07E+03
B6	4.75	4.68	2.00	0.50	BIELLE	-4.14E+04	2.32E-03	5.00	1.76E+03
B7	0.45	0.00	2.00	0.50	BIELLE	-9.16E+04	2.62E-03	1.63	2.49E+03
T2	0.25	2.30	2.03	1.97	TIRANT	1.33E+06	2.65E-03	1.81	5.72E+04
T1	2.03	1.97	7.00	0.00	TIRANT	1.34E+06	2.68E-03	5.35	1.71E+05
T3	2.03	1.97	2.65	4.65	TIRANT	2.59E+05	5.17E-04	2.75	1.69E+04
B8	7.00	0.00	2.00	0.50	BIELLE	-6.48E+04	1.50E-06	5.02	6.69E+06

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Tableau 2.4-1. Structure optimisée : C_PLAN, SCHEMA = TOPO

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation B : D_PLAN

Modélisation D_PLAN. Analyse statique à comportement élastique.

3.1 Paramètres d'optimisation

Les valeurs des paramètres identiques que pour la modélisation en contrainte plane à l'exception de la valeur suivante :

- Contrôle des variables pseudo-aléatoires INIT_ALEA = 2

3.2 Structure de base construite

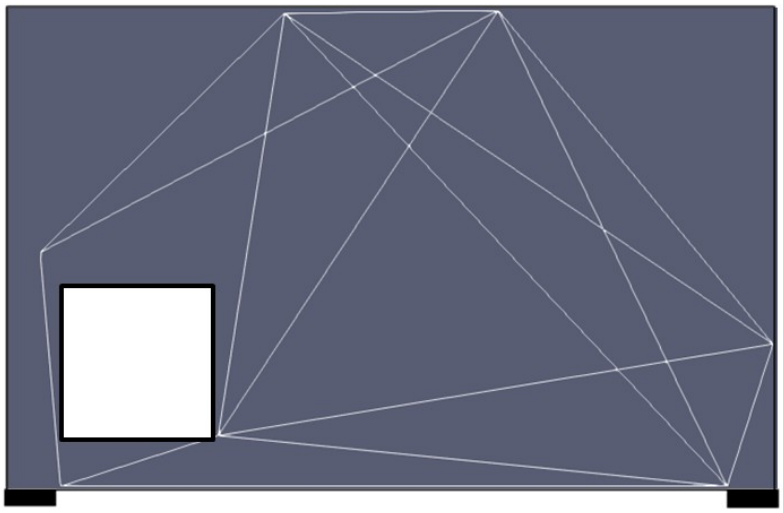


Image 3.2-1:Structure base : D_PLAN

La structure de base est ainsi construite à l'intérieur de la macro-commande CALC_BT à partir des résultats de la modélisation 2D et en considérant les paramètres auparavant.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3.3 Optimisation SCHEMA = 'SECTION'

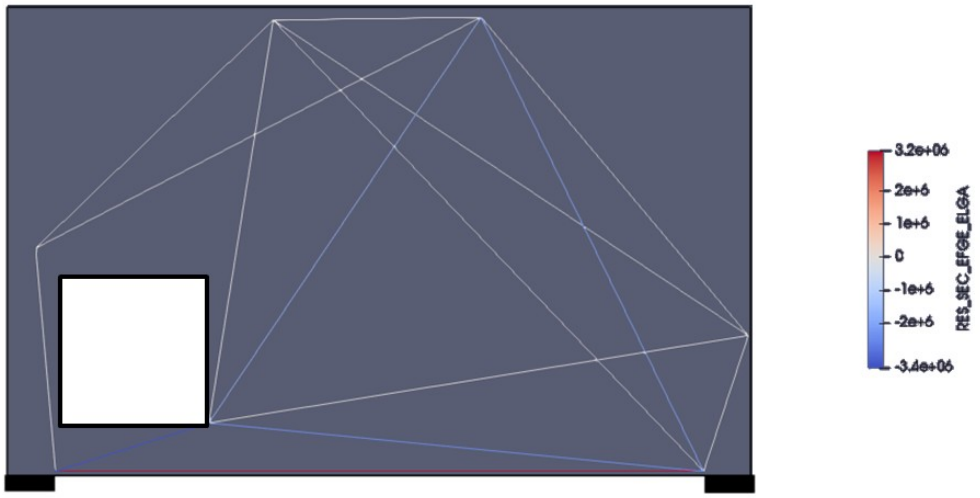


Image 3.3-1:Structure optimisée : D_PLAN, SCHEMA = SECTION

#	COORD XI	COORD YI	COORD XJ	COORD YJ	TYPE	N	A	L	ENEL_ELEM
B1	0.45	0.00	0.25	2.30	BIELLE	-1.58E-02	1.00E-06	2.31	2.75E-07
T1	0.45	0.00	7.00	0.00	TIRANT	3.19E+06	6.39E-03	6.55	4.98E+05
B2	0.45	0.00	2.00	0.50	BIELLE	-3.36E+06	9.59E-02	1.63	9.11E+04
B3	0.25	2.30	2.65	4.65	BIELLE	-5.12E-02	1.00E-06	3.36	4.19E-06
T2	0.25	2.30	4.75	4.68	TIRANT	4.29E-02	1.00E-06	5.09	4.47E-07
B4	2.65	4.65	4.75	4.68	BIELLE	-3.65E-02	1.00E-06	2.10	1.33E-06
T3	2.65	4.65	7.00	0.00	TIRANT	5.72E-03	1.00E-06	6.37	9.91E-09
T4	2.65	4.65	7.45	1.40	TIRANT	9.31E-04	1.00E-06	5.80	2.39E-10
T5	2.65	4.65	2.00	0.50	TIRANT	3.10E-02	1.00E-06	4.20	1.92E-07
B5	4.75	4.68	7.00	0.00	BIELLE	-1.92E+06	5.50E-02	5.19	1.66E+05
B6	4.75	4.68	7.45	1.40	BIELLE	-6.43E-04	1.00E-06	4.25	8.37E-10
B7	4.75	4.68	2.00	0.50	BIELLE	-1.52E+06	4.33E-02	5.00	1.26E+05
T6	7.00	0.00	7.45	1.40	TIRANT	9.44E-05	1.00E-06	1.47	6.24E-13
B8	7.00	0.00	2.00	0.50	BIELLE	-2.37E+06	6.78E-02	5.02	1.99E+05
B9	7.45	1.40	2.00	0.50	BIELLE	-3.96E-04	1.00E-06	5.52	4.13E-10

Tableau 3.3-1: Structure optimisée : D_PLAN, SCHEMA = SECTION

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3.4 Optimisation SCHEMA = 'TOPO'

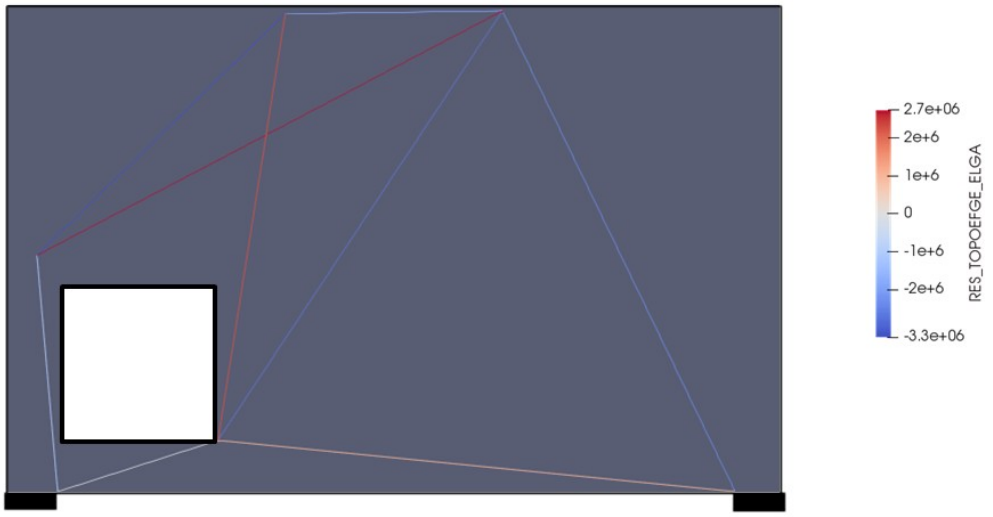


Image 3.4-1:Structure optimisée : D_PLAN, SCHEMA = TOPO

#	COORD XI	COORD YI	COORD XJ	COORD YJ	TYPE	N	A	L	ENEL_ELEM
B1	0.25	2.30	2.65	4.65	BIELLE	-3.26E+06	9.31E-02	3.36	1.82E+05
B2	4.75	4.68	2.00	0.50	BIELLE	-2.61E+06	7.46E-02	5.00	2.18E+05
B3	4.75	4.68	7.00	0.00	BIELLE	-2.30E+06	6.56E-02	5.19	1.99E+05
B4	2.65	4.65	4.75	4.68	BIELLE	-1.98E+06	5.65E-02	2.10	6.92E+04
B5	0.45	0.00	0.25	2.30	BIELLE	-1.01E+06	2.87E-02	2.31	3.87E+04
T1	0.25	2.30	4.75	4.68	TIRANT	2.73E+06	5.47E-03	5.09	3.31E+05
T2	2.65	4.65	2.00	0.50	TIRANT	2.28E+06	4.56E-03	4.20	2.28E+05
B6	0.45	0.00	2.00	0.50	BIELLE	-9.16E+04	2.62E-03	1.63	2.49E+03
T3	7.00	0.00	2.00	0.50	TIRANT	1.00E+06	2.00E-03	5.02	1.20E+05

Tableau 3.3.2-1: Structure optimisée : D_PLAN, SCHEMA = TOPO

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Synthèse des résultats

Le tableau présente les tirants principaux trouvés dans le modèle de référence et les deux modélisations présentées.

		Tirant	Force [N]	A_s [m^2]	Longueur [m]	Acier totale [m^3]
	Référence	T1	1.07E+06	2.69E-03	3	0.0215
		T2	1.33E+06	2.4E-03	5,6	
C_PLAN	SCHEMA= 'SECTION'	T1	1.27E+06	2.54E-03	1.81	0.0203
		T3	3.49E+05	6.99E-04	2.75	
		T5	3.74E-01	1.00E-06	3.84	
		T2	1.26E+06	2.52E-03	5.35	
		T6	4.34E-01	1.00E-06	5.45	
		T4	1.08E+05	2.15E-04	1.47	
		T7	1.22E-01	1.00E-06	6.37	
		T8	2.30E-01	1.00E-06	5.80	
		T9	1.00E+00	1.00E-06	4.20	
		T10	1.09E-01	1.00E-06	4.25	
		T11	4.13E-01	1.00E-06	1.47	
	SCHEMA= 'TOPO'	T2	1.33E+06	2.65E-03	1.81	0.0205
		T1	1.34E+06	2.68E-03	5.35	
		T3	2.59E+05	5.17E-04	2.75	
D_PLAN	SCHEMA= 'SECTION'	T1	3.19E+06	6.39E-03	6.55	0.042
		T2	4.29E-02	1.00E-06	5.09	
		T3	5.72E-03	1.00E-06	6.37	
		T4	9.31E-04	1.00E-06	5.80	
		T5	3.10E-02	1.00E-06	4.20	
		T6	9.44E-05	1.00E-06	1.47	
	SCHEMA= 'TOPO'	T1	2.73E+06	5.47E-03	5.09	0.057
		T2	2.28E+06	4.56E-03	4.20	
		T3	1.00E+06	2.00E-03	5.02	

Tableau 4-1 : Synthèse des résultats

Le tableau 4-1 montre les éléments tirant présentant une taille de section supérieure à la section minimale. La quantité totale d'acier est calculée en prenant en compte tous les éléments tirants.

La modélisation C_PLAN présente une variation de 6% par rapport la solution proposée en référence [Schlaich et al., 1987]. Les résultats obtenus par Code_Aster constituent des valeurs de non régression.

5 Références

[Schalich et al, 1987] Schlaich, J., Schäfer, K., & Jennewein, M. (1987). Toward a consistent design of structural concrete. PCI journal, 32(3), 74-150.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)