SSNL501 - Poutre encastrée aux deux extrémités soumise à une pression uniforme

Résumé :

Ce test représente un calcul quasi-statique d'une poutre encastrée soumise à une pression uniforme, constituée d'un matériau élastique parfaitement plastique. Ce test permet de valider les modélisations éléments finis suivantes :

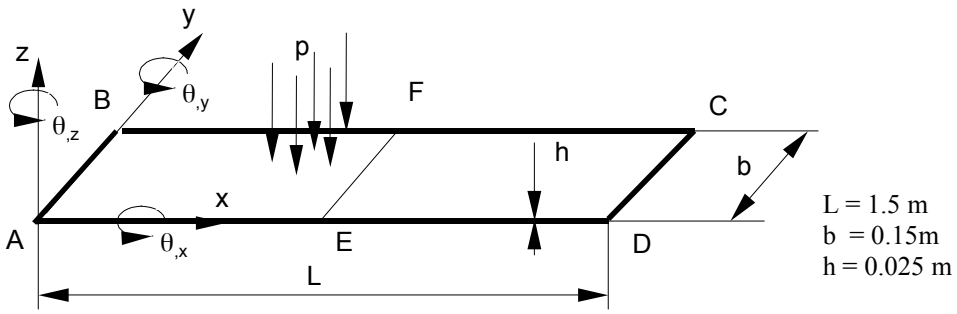
- DKT (TRIA3, QUAD4),
- COQUE_3D (TRIA7, QUAD9),
- POU_D_TGM (SEG2).

La pression limite est comparée à une solution de référence analytique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



1.2 Propriétés du matériau

Les propriétés du matériau constituant la poutre sont :

$E=2.10^{11}\ Pa$ Module de Young
$\nu=0.3$ Coefficient de poisson

Le matériau suit une loi de comportement élastique parfaitement plastique :

$\sigma_e=2.35\,10^{8}\ Pa$ Limite élastique
$\varepsilon_e=1.175\,10^{-3}$ Déformation élastique limite

1.3 Conditions aux limites et chargements

- Conditions aux limites : Cotés AB et CD encastrés
- Déplacement imposé suivant Z en E ($x=L/2$) :

$DZ_e=6.60910^{-3}m$ ($DZ_e=\frac{q_e L^4}{384EI}$)

$DZ(E)$ varie de 0 à $30\,DZ_e$

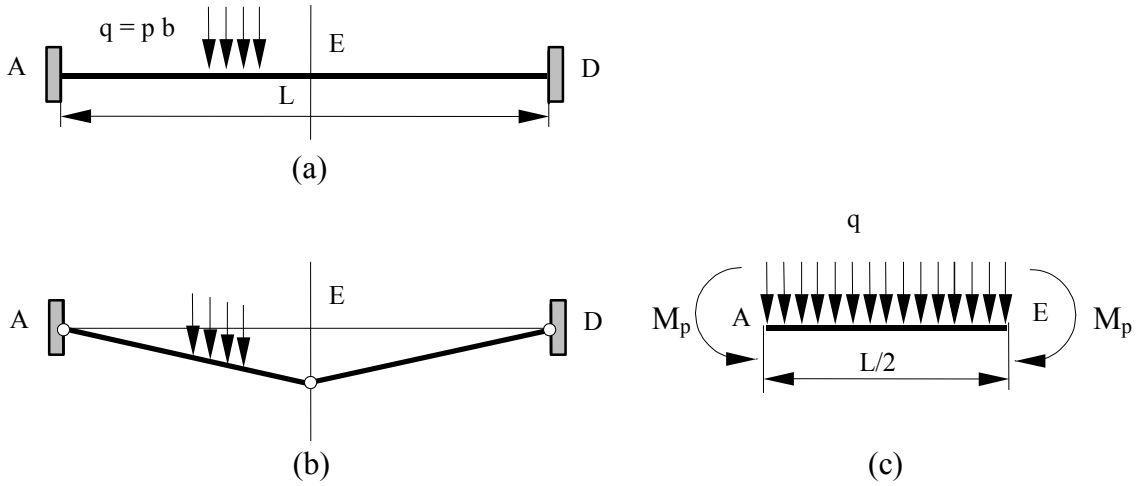
1.4 Conditions initiales

Sans objet

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence



La ruine de la poutre apparaît lorsqu'il y a des rotules plastiques aux points A, D et E (figure b). L'équilibre statique de la moitié gauche de la poutre, permet de déterminer la pression limite (figure c)

$$\sum M_A = 2M_p - q_L(\frac{L}{2})(\frac{L}{4}) = 0 \qquad \Rightarrow q_L = \frac{16M_p}{L^2}$$

où :

q_L représente la pression limite

M_p représente le moment plastique ($M_p = \sigma_e \frac{bh^2}{4}$)

L'apparition du premier point plastique sur la fibre extérieure de la poutre a lieu aux points A et D, les autres fibres étant en régime élastique. La pression limite élastique est de $q_e = 2\sigma_e \frac{bh^2}{L^2}$.

2.2 Résultats de référence

Pression limite $q_L = 39\,166.67\,N/m$

2.3 Incertitudes sur la solution

Solution analytique

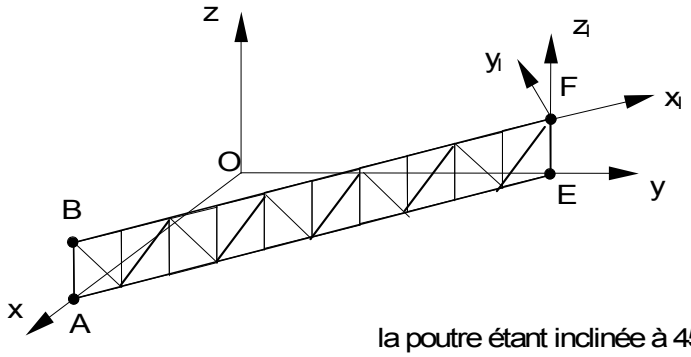
2.4 Références bibliographiques

1) WILLIAM A. NASH : Theory and problems of Strength of material, Schaum's outline series, 2/ed, McGRAW-HILL

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation



Modélisation DKT (TRIA3)
$OE = OA = L/2\sqrt{2}$
AB // EF // axe Z

Conditions aux limites (repère gobal)
- côté AB: u = v =w = θ_x= θ_y= θ_z= 0

Conditions de symétrie
- côté EF: u = □ (repère local x_1 y_1 z_1)
- côté EF: θ_z= □ (repère global)

la poutre étant inclinée à 45°, la valeur du déplacement imposé est alors : DX_e=6.609 10^{-3} m . sin(45°)

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 43
Nombre de mailles et type : 20 TRIA3

3.3 Valeurs testées

$DX(E)/DX_e$	Identification	Instants	Référence	*Aster*	% différence
5	ETA_PILOTAGE	5	1.0	1.11133	11.11
25	ETA_PILOTAGE	15	1.0	1.142	11.42

3.4 Remarques

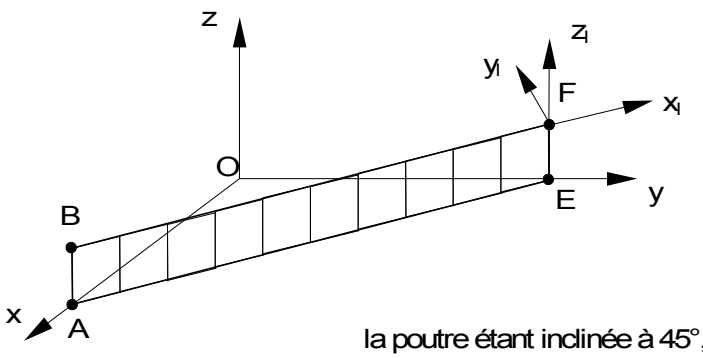
Dans cette analyse, on utilise pour trouver la solution, une technique de résolution de type déplacement imposé ('DDL_IMPO'). Cette méthode fournit pour chaque valeur de déplacement imposé, un coefficient multiplicateur du chargement ('ETA_PILOTAGE'). La valeur du chargement imposé dans 'AFFE_CHAR_MECA' est égale à la pression limite, en conséquence la valeur de référence du paramètre 'ETA_PILOTAGE' est égale à 1.
Les calculs ont été arrêtés lorsque la valeur du paramètre ETA_PILOTAGE s'est stabilisée.

La référence étant prise par rapport à la solution poutre avec 50 éléments, on observe une amélioration des résultats DKT TRIA3 lorsque l'on raffine le maillage.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation



Modélisation DKT (QUAD4)
$OE = OA = L/2\sqrt{2}$
$AB // EF // axe Z$

Conditions aux limites (repère gobal)
- côté AB: $u = v = w = \theta_x = \theta_y = \theta_z = 0$

Conditions de symétrie
- côté EF: $u =$ □ (repère local $x_1\ y_1\ z_1$)
- côté EF: $\theta_z =$ □ (repère global)

la poutre étant inclinée à 45°, la valeur du déplacement imposé est alors : $DX_e = 6.609\ 10^{-3}$ m . sin(45°)

4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 43
Nombre de mailles et type : 10 QUAD4

4.3 Valeurs testées

$DX(E)/DX_e$	Identification	Instants	Référence	*Aster*	% différence
5	ETA_PILOTAGE	5	1.0	1.0837	8.37
25	ETA_PILOTAGE	25	1.0	1.0998	9.98

4.4 Remarques

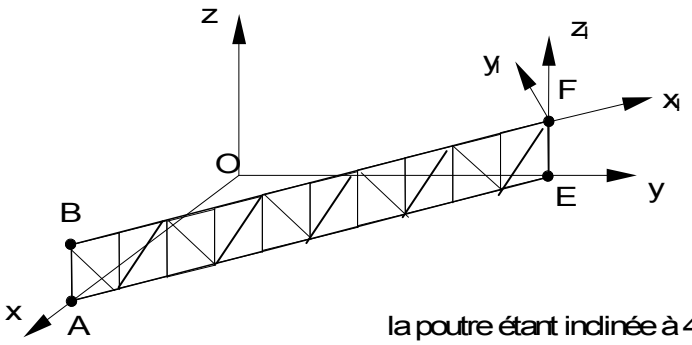
Dans cette analyse, on utilise pour trouver la solution, une technique de résolution de type déplacement imposé ('DDL_IMPO'). Cette méthode fournit pour chaque valeur de déplacement imposé, un coefficient multiplicateur du chargement ('ETA_PILOTAGE'). La valeur du chargement imposé dans 'AFFE_CHAR_MECA' est égale à la pression limite, en conséquence la valeur de référence du paramètre 'ETA_PILOTAGE' est égale à 1.
Les calculs ont été arrêtés lorsque la valeur du paramètre ETA_PILOTAGE s'est stabilisée.

La référence étant prise par rapport à la solution poutre avec 50 éléments, on observe une amélioration des résultats DKT QUAD4 lorsque l'on raffine le maillage.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation



Modélisation COQUE_3D (TRIA7)
$OE = OA = L/2\sqrt{2}$
AB // EF // axe Z

Conditions aux limites (repère gobal)
- côté AB: $u = v = w = \theta_x = \theta_y = \theta_z = 0$

Conditions de symétrie
- côté EF: $u =$ (repère local $x_1\ y_1 z_1$)
- côté EF: $\theta_z =$ (repère global)

la poutre étant inclinée à 45°, la valeur du déplacement imposé est alors : $DX_e = 6.609\ 10^{-3}$ m . sin(45°)

5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 83
Nombre de mailles et type : 20 TRIA7

5.3 Valeurs testées

$DX(E)/DX_e$	Identification	Instants	Référence	*Aster*	% différence
5	ETA_PILOTAGE	5	1.0	1.1143	11.43
15	ETA_PILOTAGE	15	1.0	1.1682	16.82

5.4 Remarques

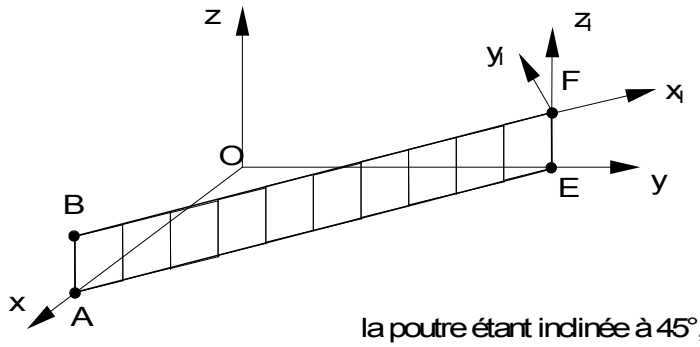
Dans cette analyse, on utilise pour trouver la solution, une technique de résolution de type déplacement imposé ('DDL_IMPO'). Cette méthode fournit pour chaque valeur de déplacement imposé, un coefficient multiplicateur du chargement ('ETA_PILOTAGE'). La valeur du chargement imposé dans 'AFFE_CHAR_MECA' est égale à la pression limite, en conséquence la valeur de référence du paramètre 'ETA_PILOTAGE' est égale à 1.
Les calculs ont été arrêtés lorsque la valeur du paramètre ETA_PILOTAGE s'est stabilisée.

La référence étant prise par rapport à la solution poutre avec 50 éléments, on observe une amélioration des résultats coques 3D TRIA7 lorsque l'on raffine le maillage.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques de la modélisation



Modélisation COQUE_3D (QUAD9)
$OE = OA = L/2\sqrt{2}$
AB // EF // axe Z

Conditions aux limites (repère gobal)
- côté AB: $u = v = w = \theta_x = \theta_y = \theta_z = 0$

Conditions de symétrie
- côté EF: $u =$ □ (repère local $x_1\ y_1\ z_1$)
- côté EF: $\theta_z =$ □ (repère global)

la poutre étant inclinée à 45°, la valeur du déplacement imposé est alors : $DX_e = 6.609\ 10^{-3}$ m . sin(45°)

6.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 54
Nombre de mailles et type : 10 QUAD9

6.3 Valeurs testées

$DX(E)/DX_e$	Identification	Instants	Référence	*Aster*	% différence
5	ETA_PILOTAGE	5	1.0	1.0978	9.78
25	ETA_PILOTAGE	25	1.0	1.1085	10.85

6.4 Remarques

Dans cette analyse, on utilise pour trouver la solution, une technique de résolution de type déplacement imposé ('DDL_IMPO'). Cette méthode fournit pour chaque valeur de déplacement imposé, un coefficient multiplicateur du chargement ('ETA_PILOTAGE'). La valeur du chargement imposé dans 'AFFE_CHAR_MECA' est égale à la pression limite, en conséquence la valeur de référence du paramètre 'ETA_PILOTAGE' est égale à 1.

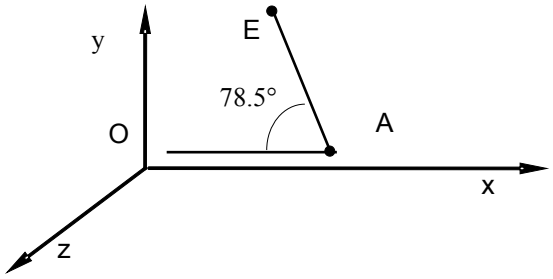
Les calculs ont été arrêtés lorsque la valeur du paramètre ETA_PILOTAGE s'est stabilisée.

La référence étant prise par rapport à la solution poutre avec 50 éléments, on observe une amélioration des résultats coques 3D QUAD9 lorsque l'on raffine le maillage.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Modélisation E

7.1 caractéristiques de la modélisation



Modélisation POU_D_TGM
A= 2.1 0.7 0.
AE =0.75 m

Conditions aux limites (repère gobal)
- noeud A: u = v =w = θ_x= θ_y= θ_z= 0

Conditions de symétrie
- noeud E: u = 0 , θ_z= 0

la poutre étant inclinée à 78.5°, la valeur du déplacement imposé est alors : DX_e=6.609 10^{-3} m . sin(78.5°)

7.2 caractéristiques du maillage

- maillage de la poutre

  Nombre de nœuds : 21
  Nombre de mailles et type : 10 SEG2

- maillage de la section



  Nombre de nœuds : 355
  Nombre de mailles et type : 280 QUAD4

7.3 Valeurs testées

$DX(E)/DX_e$	Identification	Instants	Référence	% Tolérance
5	ETA_PILOTAGE	10	1.0	14.
5.24	ETA_PILOTAGE	12	1.0	14.

Dans cette analyse, on utilise pour trouver la solution, une technique de résolution de type déplacement imposé ('DDL_IMPO'). Cette méthode fournit pour chaque valeur de déplacement imposé, un coefficient multiplicateur du chargement ('ETA_PILOTAGE'). La valeur du chargement imposé dans 'AFFE_CHAR_MECA' est égale à la pression limite, en conséquence la valeur de référence du paramètre 'ETA_PILOTAGE' est égale à 1.

Les calculs ont été arrêtés lorsque la valeur du paramètre ETA_PILOTAGE s'est stabilisée.

La solution poutre s'améliore sensiblement lorsque l'on raffine le maillage.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

8 Synthèse des résultats

Concernant l'évolution du déplacement normal au centre de la plaque en fonction du paramètre de pilotage, on observe que :

- les modélisations comportant des quadrangles donnent de meilleurs résultats, par rapport aux mailles triangles.

Les calculs ont été arrêtés lorsque la valeur du paramètre ETA_PILOTAGE s'est stabilisée, ou lorsque le calcul n'était plus possible. Compte tenu des maillages utilisés, les résultats obtenus sont satisfaisants. Les erreurs observées sont pour les modélisations :

- DKT :11.4% pour la maille TRIA3 (A) et 9.9% pour la maille QUAD4 (B),
- COQUE_3D : 16% pour la maille TRIA7 (C) et 10.8% pour la maille QUAD9 (D),
- POUT_D_TGM :9% (E).

Mais on constate qu'avec un maillage plus fin aux extrémités et au centre de la plaque, lieu ou la plastification apparaît, il est possible de minimiser l'erreur par rapport à la solution de référence.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)