# SSNL133 – Post-flambement élastique d'une structure en L

**Résumé :**

Une structure en forme de L composée de deux poutres élancées de section rectangulaire mince est encastrée à une de ses extrémités et soumise à une force à son autre extrémité. On cherche le comportement post-flambement associé aux valeurs positives de la force. Le domaine du test est :

- mécanique élastique non-linéaire (grands déplacements, grandes rotations),
- flambement de poutres (instabilité),
- les modélisations testées sont POU_D_TGM, POU_D_T_GD, POU_D_TG, POU_D_T, POU_D_E et POU_D_EM.

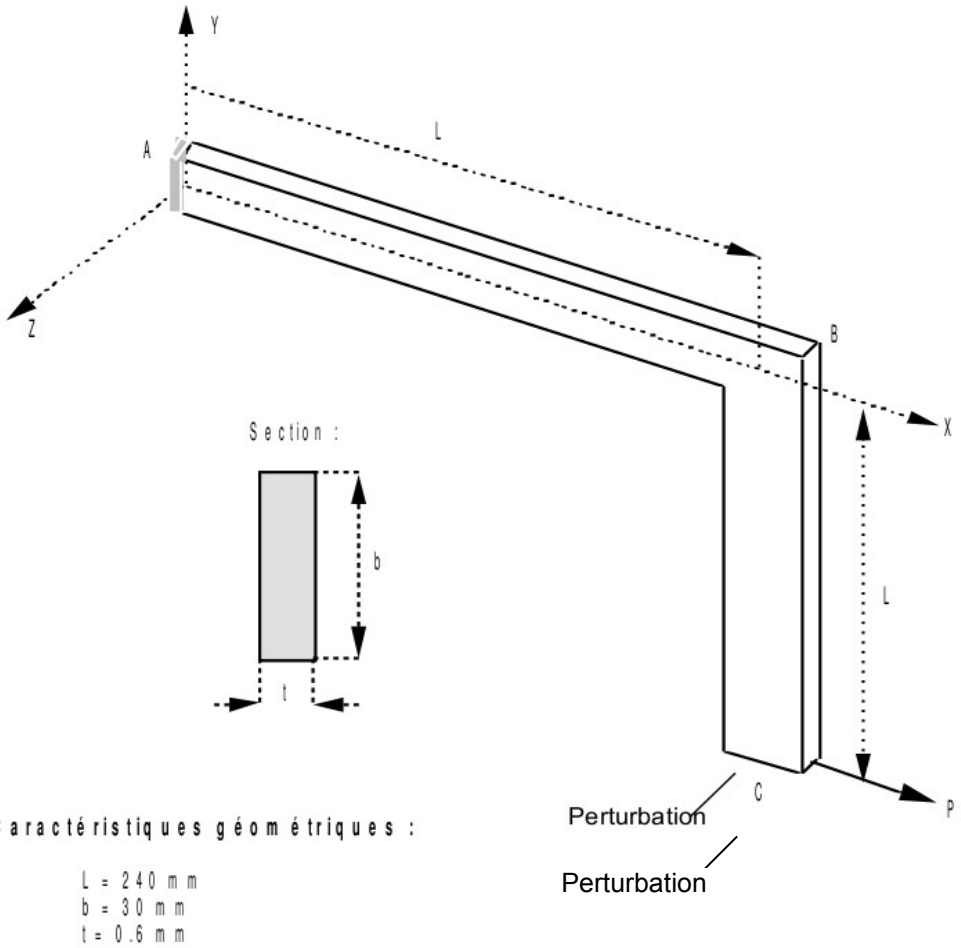
Elle permet de tester la cinématique en grands déplacements et grandes rotations activée via le mot clé GROT_GDEP.
Remarque : on pourra se référer au cas test SSLL105 pour une détermination des charges critiques de flambement pour cette structure.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 1 Problème de référence

## 1.1 Géométrie




## 1.2 Propriétés de matériaux

$E = 71240\, MPa$
$\nu = 0.3$

## 1.3 Conditions aux limites et chargements

Condition aux limites : encastrement en $A$
Chargement en C en fonction du pseudo-temps $t \in [0;5]$ :
$F_x = 1.0 \times t\,[N]$
$F_z = 0.001 \times t\,[N]$ (perturbation pour initier le comportement post-flambement de la lame)



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 2 Solution de référence

## 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

On prend comme solution de référence, la réponse post-flambement obtenue avec la modélisation POU_D_T_GD (modélisation A), qui fournira des valeurs de non-régression.

## 2.2 Résultats de référence

Tests de non-régression sur quelques points des courbes force-déplacement représentatives du comportement de la structure (Force appliquée au point $C$ en fonction du déplacement du point $C$ suivant $X$ et $Z$).

## 2.3 Incertitude sur la solution

Autre modélisation Aster.

## 2.4 Références bibliographiques

[1] G. DEVESA : Traitement des grands déplacements dans l'élément de cornière à 7 ddl implanté dans le *Code_Aster* validation par un cas test classique (HM-77/94/079).

[2] H. Shakourzadeh. Modélisation des structures-poutres tridimensionnelles à parois minces et simulation du comportement non linéaire géométrique et élastoplastique. Thèse de doctorat, Université de Compiègne, Compiègne (1994).



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 3 Modélisation A

## 3.1 Caractéristiques de la modélisation

20 éléments POU_D_T_GD

## 3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 21
Nombre de mailles et types : 20 SEG2 (10 dans chaque branche)

## 3.3 Grandeurs testées et résultats

Pour cette modélisation, les tests sont de non-régression. Les valeurs apparaissent comme références dans toutes les autres modélisations.

### 3.3.1 Résultats graphiques de la modélisation A

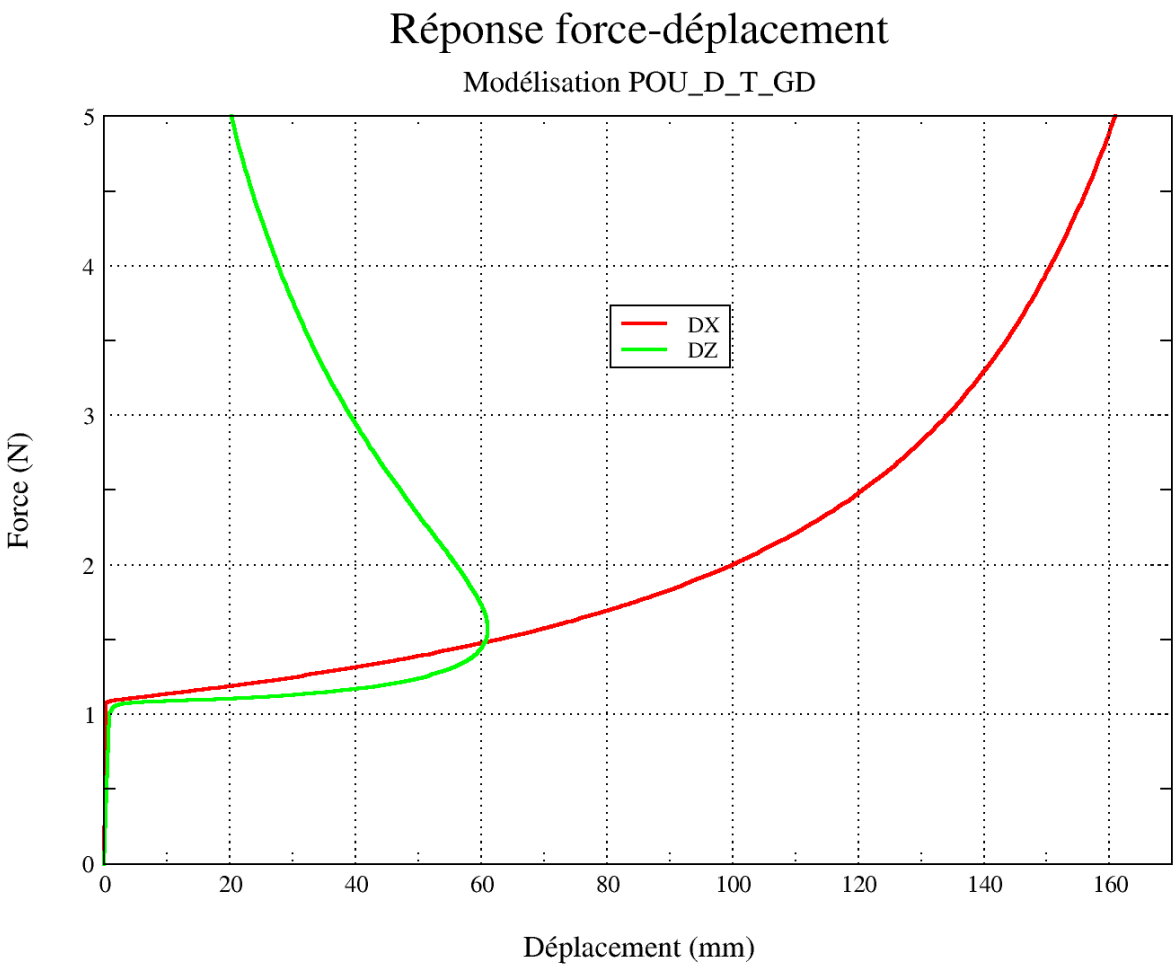



**Figure 3.3.1-a : Réponse Force-Déplacement, modélisation POU_D_T_GD.**



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Les valeurs servant de référence pour les toutes les autres modélisations sont celles du tableau 3.3.1-a. Les tolérances sont adaptées pour que le test passe sur les différentes plates-formes.

| Effort ( $N$ ) | $DX$ ( $mm$ ) | $DZ$ ( $mm$ ) | Tolérance / $DX$ | Tolérance / $DZ$ |
|---|---|---|---|---|
| 1.0 | 1.9557493476051e-01 | 8.1849504447187e-01 | 1.0e-06 | 1.0e-06 |
| 1.2 | 2.2002897190547e+01 | 4.5085481299695e+01 | 1.6e-05 | 1.2e-05 |
| 1.4 | 5.1370576657920e+01 | 5.9127404636640e+01 | 3.7e-06 | 5.3e-06 |
| 1.6 | 7.2308205991507e+01 | 6.1009065262385e+01 | 5.9e-06 | 9.7e-06 |
| 2.0 | 9.9971410898183e+01 | 5.5985793815570e+01 | 2.6e-06 | 7.8e-06 |
| 3.0 | 1.3415732610325e+02 | 3.9186782348842e+01 | 1.0e-06 | 7.0e-06 |
| 4.0 | 1.5070726838590e+02 | 2.7660150436455e+01 | 1.0e-06 | 6.5e-06 |
| 5.0 | 1.6092764983263e+02 | 2.0199366888417e+01 | 1.0e-06 | 6.2e-06 |

**Tableau 3.3.1-a : valeurs de référence.**

## 3.4 Remarques

La stratégie adoptée pour obtenir la réponse en force-déplacement de la structure est de piloter en effort.
Il faut par ailleurs utiliser la subdivision automatique du pas de temps. En effet, l'élément `POU_D_T_GD` ne converge pas uniformément en résidu et il est donc difficile de mener un calcul à son terme avec un découpage uniforme du temps à moins de prendre de très petits pas de temps ce qui est sous-optimal.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 4 Modélisation B

## 4.1 Caractéristiques de la modélisation

20 éléments POU_D_TGM

## 4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 21
Nombre de mailles et types : 20 SEG2 (10 dans chaque branche)

## 4.3 Caractéristiques du maillage de la section transverse

Nombre de fibres : 100 (10 dans chaque côté)
Nombre de mailles et types : 100 QUAD4

## 4.4 Grandeurs testées et résultats

### 4.4.1 Valeurs testées

Les valeurs testées sont issues du tableau 3.3.1-a.

| Effort ( $N$ ) | $DX$ ( $mm$ ) | $DZ$ ( $mm$ ) | Tolérance / $DX$ | Tolérance / $DZ$ |
|---|---|---|---|---|
| 1.0 | 1.9557493475982E-01 | 8.1849504440533E-01 | 2.0E-02 | 7.0E-02 |
| 1.2 | 2.2003159601578E+01 | 4.5085834614729E+01 | 6.0E-02 | 1.0E-02 |
| 1.4 | 5.1370721240215E+01 | 5.9127605459760E+01 | 2.2E-02 | 1.5E-02 |
| 1.6 | 7.2307885049332E+01 | 6.1008538728158E+01 | 2.0E-02 | 2.0E-02 |
| 2.0 | 9.9971229134146E+01 | 5.5985405418044E+01 | 1.0E-02 | 2.2E-02 |
| 3.0 | 1.3415730437940E+02 | 3.9186532467172E+01 | 1.0E-02 | 2.0E-02 |
| 4.0 | 1.5070726872507E+02 | 2.7659987903886E+01 | 1.0E-02 | 1.0e-02 |
| 5.0 | 1.6092765462757E+02 | 2.0199252710901E+01 | 1.0E-02 | 0.5E-02 |

On utilise une technique de longueur d'arc pour obtenir la réponse de la structure, les instants de calcul ne peuvent donc être directement imposés. Cependant on s'efforce de choisir les valeurs de l'état de pilotage les plus proches des instants de référence.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

### 4.4.2 Résultats graphiques de la modélisation B

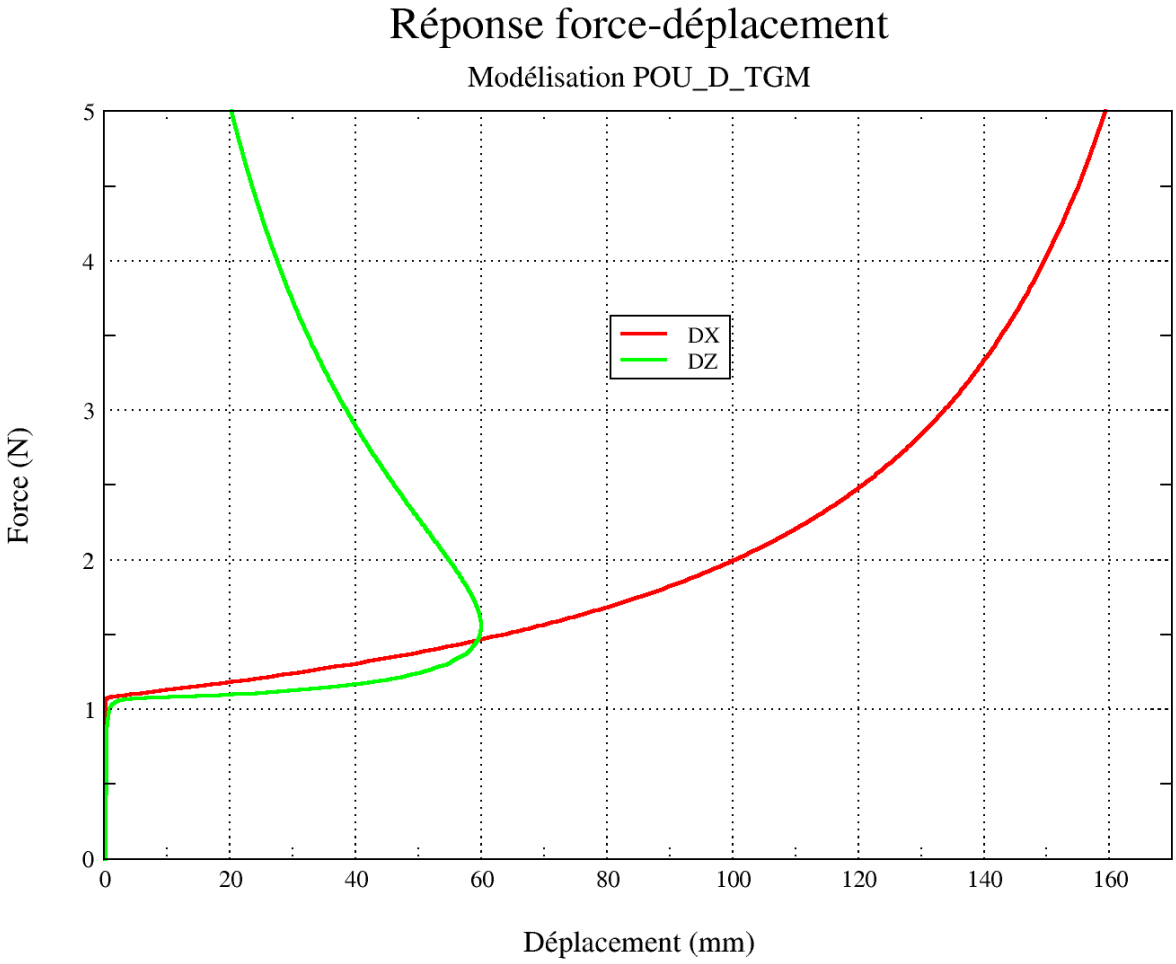



**Figure 4.4.2-a : Réponse Force-Déplacement, modélisation POU_D_TGM.**

### 4.4.3 Remarques

Les écarts relatifs avec les résultats de la modélisation A prise comme référence sont dans l'ensemble assez faible malgré un écart de $7.0\%$ en $DZ$ à l'instant $1.0$ et de $6.0\%$ en $DX$ à l'instant $1.2$ . On remarque que les différences diminuent au cours du temps et sont finalement faibles à l'instant $5.0$ . La cinématique 'GROT_GDEP' de l'élément POU_D_TGM est donc très satisfaisante.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 5 Modélisation C

## 5.1 Caractéristiques de la modélisation

20 éléments POU_D_TG

## 5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 21
Nombre de mailles et types : 20 SEG2 (10 dans chaque branche)

## 5.3 Caractéristiques du maillage de la section transverse

Nombre de fibres : 100 (10 dans chaque côté)
Nombre de mailles et types : 100 QUAD4

## 5.4 Grandeurs testées et résultats

### 5.4.1 Valeurs testées

Les valeurs testées sont celles du tableau 3.3.1-a.

| Effort ( $N$ ) | $DX$ ( $mm$ ) | $DZ$ ( $mm$ ) | Tolérance / $DX$ | Tolérance / $DZ$ |
|---|---|---|---|---|
| 1.0 | 1.9557493475982E-01 | 8.1849504440533E-01 | 6.0E-03 | 1.6E-03 |
| 1.2 | 2.2003159601578E+01 | 4.5085834614729E+01 | 2.5E-03 | 2.0E-02 |
| 1.4 | 5.1370721240215E+01 | 5.9127605459760E+01 | 1.7E-03 | 2.0E-02 |
| 1.6 | 7.2307885049332E+01 | 6.1008538728158E+01 | 2.5E-04 | 2.0E-02 |
| 2.0 | 9.9971229134146E+01 | 5.5985405418044E+01 | 4.0E-03 | 2.0E-02 |
| 3.0 | 1.3415730437940E+02 | 3.9186532467172E+01 | 1.0E-02 | 5.1E-03 |
| 4.0 | 1.5070726872507E+02 | 2.7659987903886E+01 | 1.5E-02 | 8.0E-03 |
| 5.0 | 1.6092765462757E+02 | 2.0199252710901E+01 | 1.5E-02 | 2.0E-02 |

On utilise une technique de longueur d'arc pour obtenir la réponse de la structure, les instants de calcul ne peuvent donc être directement imposés. Cependant on s'efforce de choisir les valeurs de l'état de pilotage les plus proches des instants de référence.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

### 5.4.2 Résultats graphiques de la modélisation C

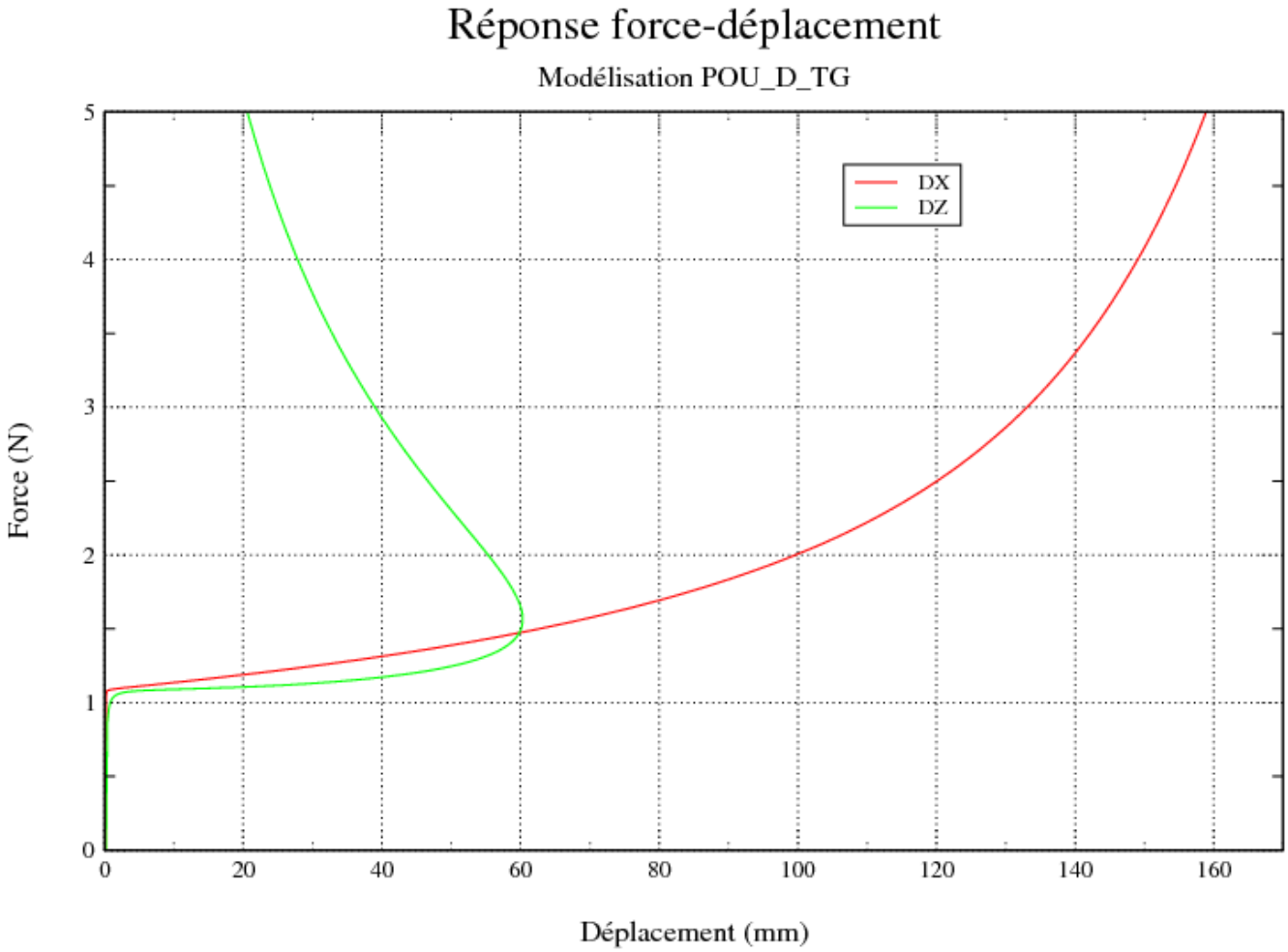



**Figure 5.4.2-a : Réponse Force-Déplacement, modélisation POU_D_TG .**

### 5.4.3 Remarques

Les écarts relatifs avec les résultats de la modélisation A prise comme référence sont faibles. On ne remarque pas contrairement à la modélisation POU_D_TGM de diminution de l'écart au cours du temps. La cinématique 'GROT_GDEP' de l'élément POU_D_TG est très satisfaisante.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 6 Modélisation D

## 6.1 Caractéristiques de la modélisation

20 éléments POU_D_T

## 6.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 21
Nombre de mailles et types : 20 SEG2 (10 dans chaque branche)

## 6.3 Caractéristiques du maillage de la section transverse

Nombre de fibres : 100 (10 dans chaque côté)
Nombre de mailles et types : 100 QUAD4

## 6.4 Grandeurs testées et résultats

### 6.4.1 Valeurs testées

Les valeurs testées sont issues du tableau 3.3.1-a.

| Effort ( $N$ ) | $DX$ ( $mm$ ) | $DZ$ ( $mm$ ) | Tolérance / $DX$ | Tolérance / $DZ$ |
|---|---|---|---|---|
| 1.0 | 1.9557493475982E-01 | 8.1849504440533E-01 | 1.0E-02 | 1.5E-02 |
| 1.2 | 2.2003159601578E+01 | 4.5085834614729E+01 | 3.0E-02 | 0.2E-02 |
| 1.4 | 5.1370721240215E+01 | 5.9127605459760E+01 | 2.0E-02 | 2.0E-02 |
| 1.6 | 7.2307885049332E+01 | 6.1008538728158E+01 | 2.0E-02 | 2.0E-02 |
| 2.0 | 9.9971229134146E+01 | 5.5985405418044E+01 | 0.5E-02 | 2.2E-02 |
| 3.0 | 1.3415730437940E+02 | 3.9186532467172E+01 | 0.5E-02 | 2.0E-02 |
| 4.0 | 1.5070726872507E+02 | 2.7659987903886E+01 | 1.0E-02 | 1.4E-02 |
| 5.0 | 1.6092765462757E+02 | 2.0199252710901E+01 | 1.0E-02 | 1.0E-02 |

On utilise une technique de longueur d'arc pour obtenir la réponse de la structure, les instants de calcul ne peuvent donc être directement imposés. Cependant on s'efforce de choisir les valeurs de l'état de pilotage les plus proches des instants de référence.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

### 6.4.2 Résultats graphiques de la modélisation D

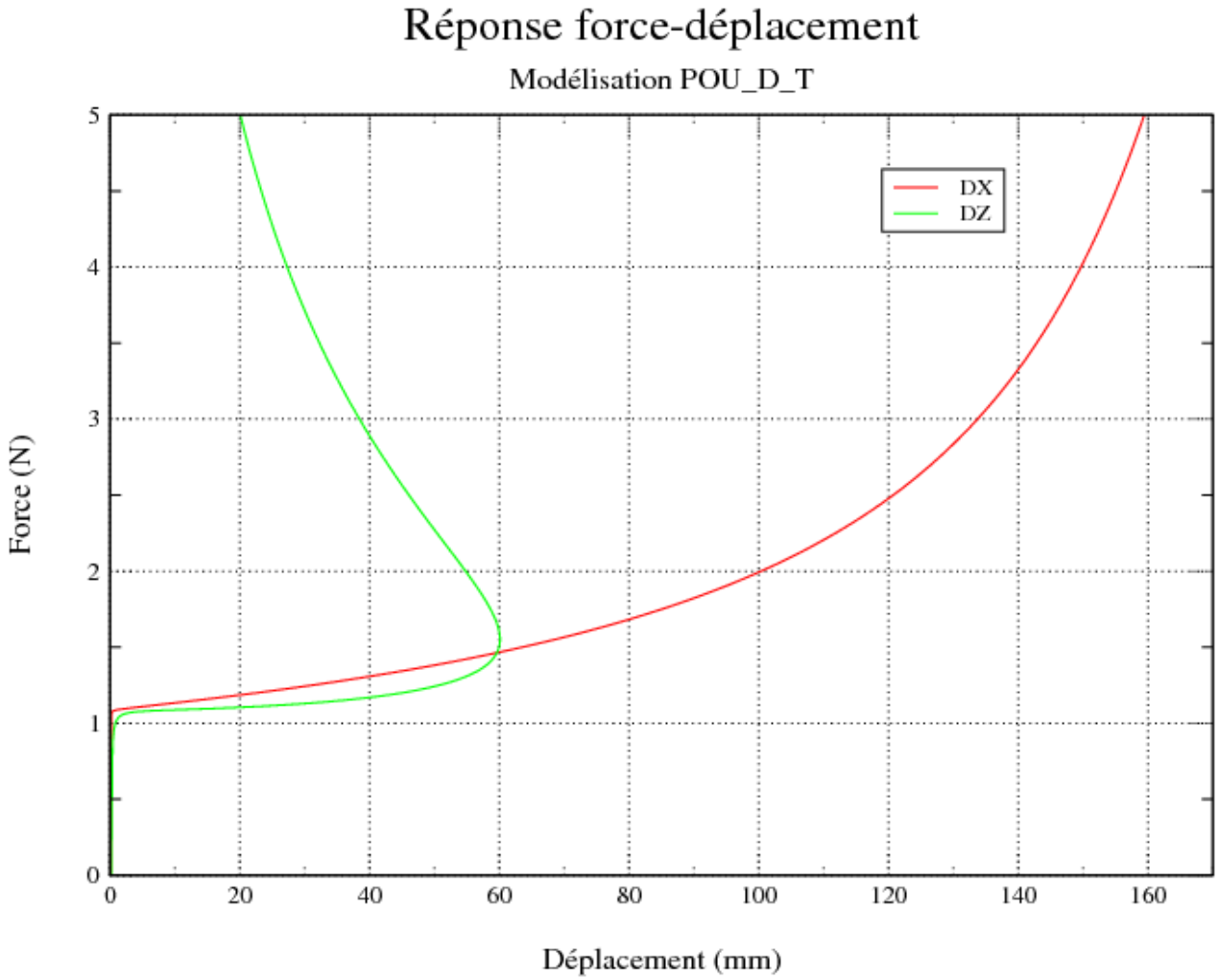



**Figure 6.4.2-a : Réponse Force-Déplacement, modélisation POU_D_T.**

### 6.4.3 Remarques

Les écarts relatifs avec les résultats de la modélisation A prise comme référence sont faibles. On ne remarque pas contrairement à la modélisation POU_D_TGM de diminution de l'écart au cours du temps. La cinématique 'GROT_GDEP' de l'élément POU_D_T est donc très satisfaisante.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 7 Modélisation E

## 7.1 Caractéristiques de la modélisation

20 éléments POU_D_E

## 7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 21
Nombre de mailles et types : 20 SEG2 (10 dans chaque branche)

## 7.3 Caractéristiques du maillage de la section transverse

Nombre de fibres : 100 (10 dans chaque côté)
Nombre de mailles et types : 100 QUAD4

## 7.4 Grandeurs testées et résultats

### 7.4.1 Valeurs testées

Les valeurs testées sont issues du tableau 3.3.1-a.

| Effort ( $N$ ) | $DX$ ( $mm$ ) | $DZ$ ( $mm$ ) | Tolérance / $DX$ | Tolérance / $DZ$ |
|---|---|---|---|---|
| 1.0 | 1.9557493475982E-01 | 8.1849504440533E-01 | 4.0E-03 | 1.2E-02 |
| 1.2 | 2.2003159601578E+01 | 4.5085834614729E+01 | 2.3E-02 | 1.0E-02 |
| 1.4 | 5.1370721240215E+01 | 5.9127605459760E+01 | 2.0E-02 | 1.5E-02 |
| 1.6 | 7.2307885049332E+01 | 6.1008538728158E+01 | 1.5E-02 | 1.5E-02 |
| 2.0 | 9.9971229134146E+01 | 5.5985405418044E+01 | 7.0E-03 | 2.0E-02 |
| 3.0 | 1.3415730437940E+02 | 3.9186532467172E+01 | 2.0E-03 | 1.7E-02 |
| 4.0 | 1.5070726872507E+02 | 2.7659987903886E+01 | 5.5E-03 | 1.0E-02 |
| 5.0 | 1.6092765462757E+02 | 2.0199252710901E+01 | 1.0E-02 | 1.0E-03 |

On utilise une technique de longueur d'arc pour obtenir la réponse de la structure, les instants de calcul ne peuvent donc être directement imposés. Cependant on s'efforce de choisir les valeurs de l'état de pilotage les plus proches des instants de référence.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

### 7.4.2 Résultats graphiques de la modélisation E

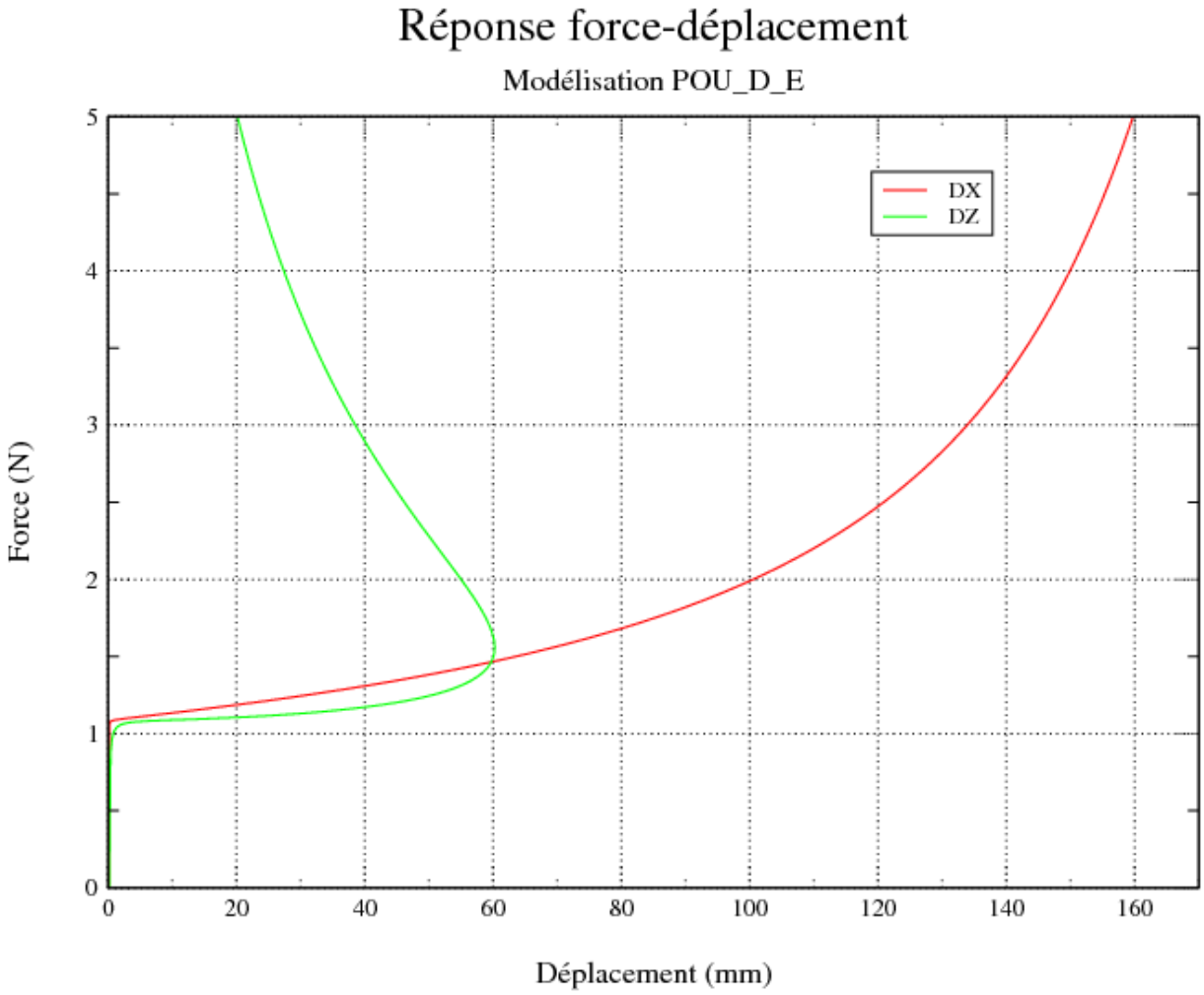



**Figure 7.4.2-a : Réponse Force-Déplacement, modélisation POU_D_E.**

### 7.4.3 Remarques

Les écarts relatifs avec les résultats de la modélisation A prise comme référence sont faible. On ne remarque pas contrairement à la modélisation POU_D_TGM de diminution de l'écart au cours du temps. La cinématique 'GROT_GDEP' de l'élément POU_D_E est donc très satisfaisante.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 8 Modélisation F

## 8.1 Caractéristiques de la modélisation

20 éléments POU_D_EM

## 8.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 21
Nombre de mailles et types : 20 SEG2 (10 dans chaque branche)

## 8.3 Caractéristiques du maillage de la section transverse

Nombre de fibres : 100 (10 dans chaque côté)
Nombre de mailles et types : 100 QUAD4

## 8.4 Grandeurs testées et résultats

### 8.4.1 Valeurs testées

Les valeurs testées sont issues du tableau 3.3.1-a.

| Effort ( $N$ ) | $DX$ ( $mm$ ) | $DZ$ ( $mm$ ) | Tolérance / $DX$ | Tolérance / $DZ$ |
|---|---|---|---|---|
| 1.0 | 1.9557493475982E-01 | 8.1849504440533E-01 | 2.0E-02 | 9.0E-02 |
| 1.2 | 2.2003159601578E+01 | 4.5085834614729E+01 | 6.0E-02 | 1.1E-02 |
| 1.4 | 5.1370721240215E+01 | 5.9127605459760E+01 | 2.0E-02 | 2.5E-02 |
| 1.6 | 7.2307885049332E+01 | 6.1008538728158E+01 | 6.5E-03 | 2.5E-03 |
| 2.0 | 9.9971229134146E+01 | 5.5985405418044E+01 | 5.5E-03 | 5.5E-03 |
| 3.0 | 1.3415730437940E+02 | 3.9186532467172E+01 | 1.6E-02 | 1.6E-02 |
| 4.0 | 1.5070726872507E+02 | 2.7659987903886E+01 | 2.0E-02 | 3.0e-02 |
| 5.0 | 1.6092765462757E+02 | 2.0199252710901E+01 | 2.0E-02 | 3.5E-02 |

On utilise une technique de longueur d'arc pour obtenir la réponse de la structure, les instants de calcul ne peuvent donc être directement imposés. Cependant on s'efforce de choisir les valeurs de l'état de pilotage les plus proches des instants de référence.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

### 8.4.2 Résultats graphiques de la modélisation F

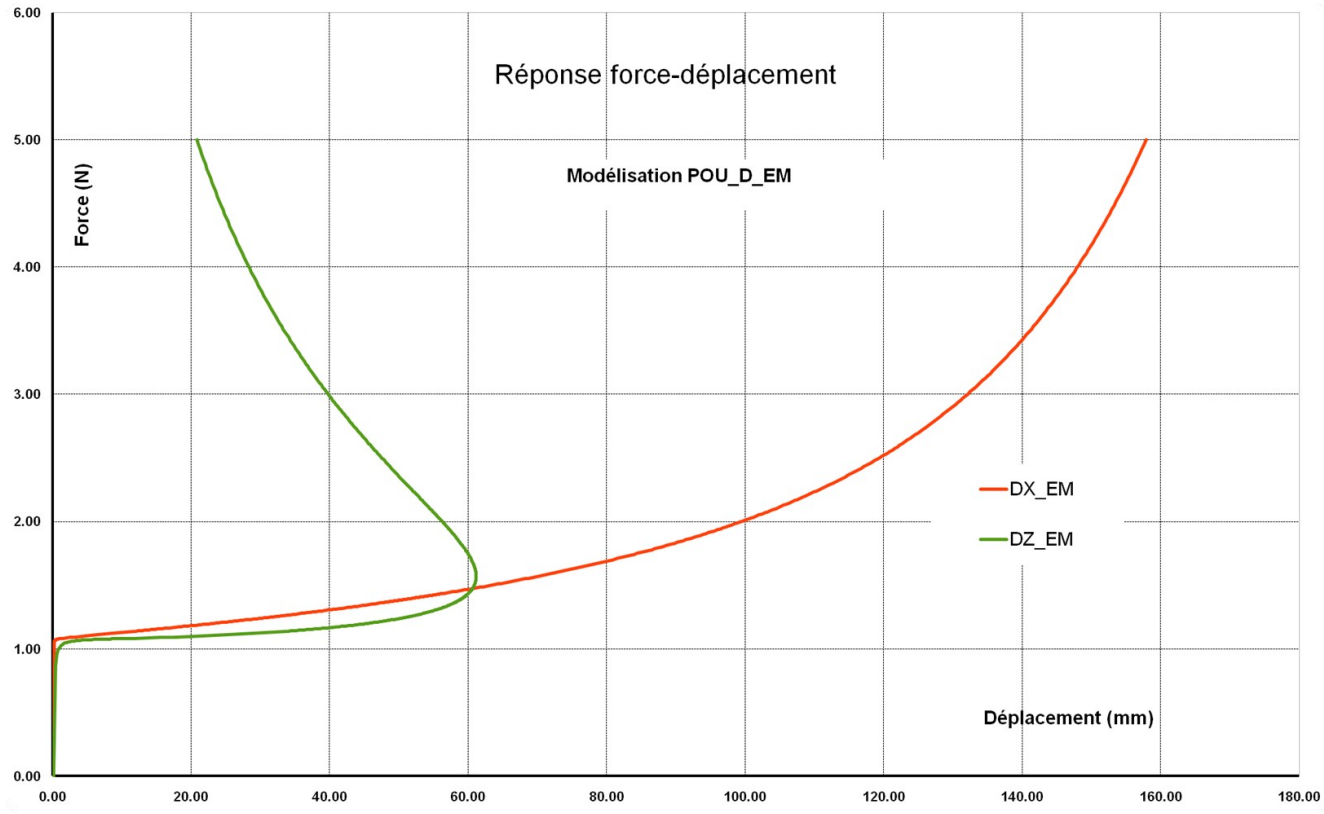



**Figure 8.4.2-a : Réponse Force-Déplacement, modélisation POU_D_EM .**

### 8.4.3 Remarques

Les écarts relatifs avec les résultats de la modélisation A prise comme référence sont dans l'ensemble assez faible malgré un écart de $9.0\%$ en $DZ$ à l'instant $1.0$ et de $6.0\%$ en $DX$ à l'instant $1.2$ . On remarque ensuite que les différences diminuent jusqu'à des valeurs de l'ordre de $0.5\%$ puis remonte pour les valeurs d'effort $3.0$ , $4.0$ et $5.0$ jusqu'à un maximum de $3.5\%$ . La cinématique 'GROT_GDEP' de l'élément POU_D_EM est donc satisfaisante.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 9 Analyse des résultats

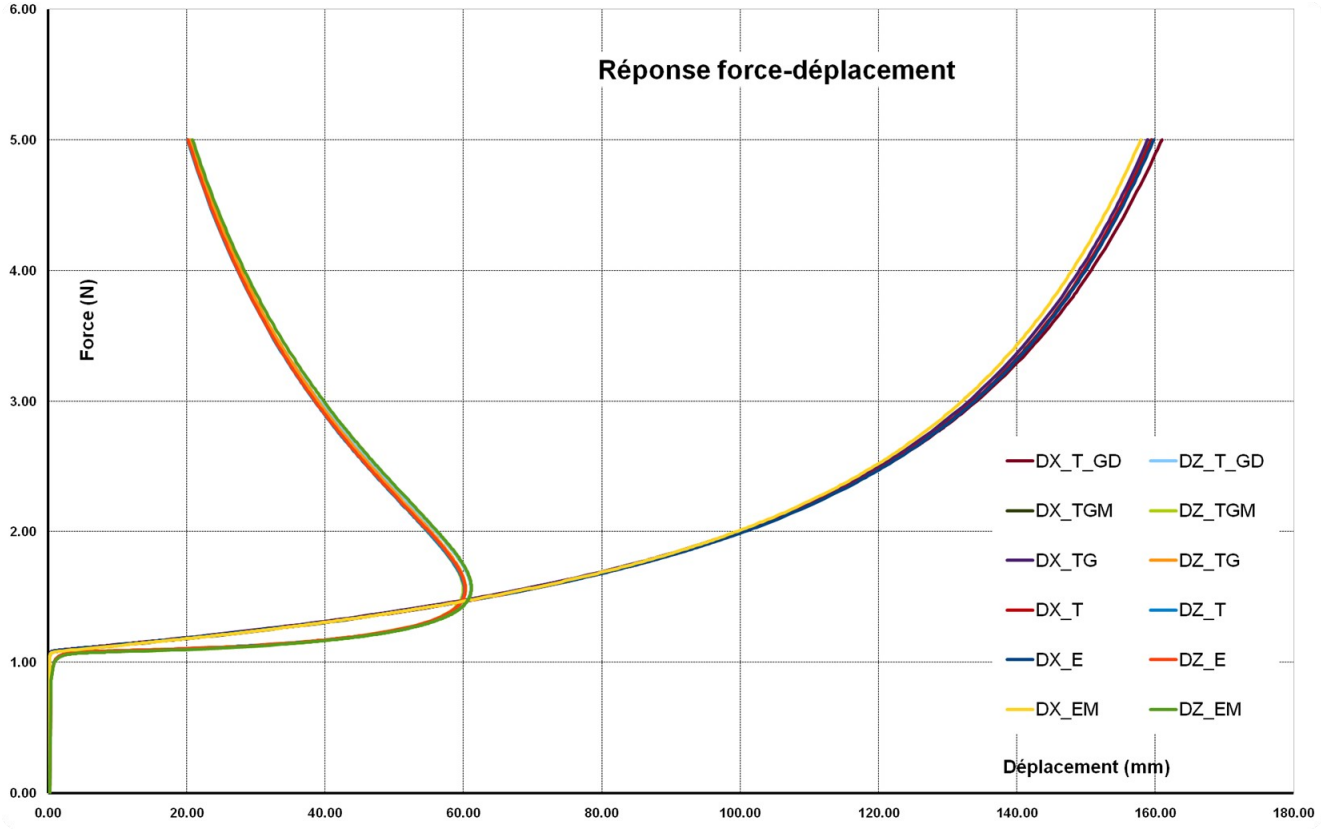



**Figure 9-a : Réponse Force-Déplacement, comparaison des modélisations.**

La figure 9-a présente les courbes force-déplacement obtenues avec différentes modélisations.
On observe une excellente corrélation des résultats entre les différentes modélisations.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)